

гравитации. При отсутствии сингулярностей для полной энергии справедлива формула Толмана

$$M = \int (2T_0^0 - T) \sqrt{-g} d^3x. \quad (27)$$

Если ее применять формально то, интегрируя по области $r > r_0$, с учетом (6) получим при любом r_0 ; $M = 2E(r_0)$, что совпадает с (25) при $\xi_0^{\beta} = (\beta - \gamma) / (\beta + \gamma)$ для $\gamma < 1/2$ и при $r = a$ для $\gamma = 1/2$. Это можно интерпретировать как наличие эффективного среза в формуле для полной энергии, аналогично выводам работы [6] для электромагнитного поля. Согласно (27) подобный срез будет иметь место для любой безмассовой материи ($T = 0$), если считать полную гравитационную энергию отрицательной.

Если $\gamma > 1/2$, то $T_0^0 < 0$ при $\xi^{2\beta} < (\gamma - \beta) / (\gamma + \beta)$, что приводит к бесконечному отрицательному значению собственной энергии скалярного поля. С другой стороны, масса (25) конечна и положительна, следовательно, бесконечна и положительна гравитационная энергия, и возникновение «дырки» в решении можно интерпретировать как результат расталкивающего действия гравитационных сил (подробнее см. [8]). По характеру влияния на решение скалярное и метрическое поля как бы меняются ролями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фишер И. З. ЖЭТФ, 18, 636, 1948.
2. Асанов Р. А. ЖЭТФ, 53, 673, 1967.
3. Тагиров Э. А., Черников Н. А. Препринт ОИЯИ Р2—3777, Дубна, 1968.
4. Бронников К. и др. Препринт ИТФ-68-69, Киев, 1968.
5. Бронников К., Мельников В. Препринт ИТФ-69-21, Киев, 1969.
6. Арновитт Р., Дизер С., Мизнер С. Эйнштейновский сборник. М., «Наука», 1967.

Поступила в редакцию
11. 2 1970 г.

Кафедра
квантовой статистики

УДК 538.116

К. П. БЕЛОВ, Н. В. ВОЛКОВА, Л. П. ШЛЯХИНА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБМЕННЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В ЗАМЕЩЕННЫХ ФЕРРИТАХ — ГРАНАТАХ ИТТРИЯ МЕТОДОМ РАДО—ФОЛЕНА

Метод Радо и Фолена [1] был применен для нахождения обменных взаимодействий в ферритах—шпинелях [1, 2]. В настоящей работе мы использовали его для определения обменных взаимодействий в замещенных ферритах—гранатах иттрия. Метод Радо—Фолена позволяет найти коэффициенты молекулярного поля α , β и n по экспериментальной кривой температурной зависимости самопроизвольной намагниченности двухподрешеточного феррита с одним сортом магнитного иона. Замещенные ферриты—гранаты иттрия подходят под эту категорию ферритов. Расчет ведется по формулам теории молекулярного поля, получаемым следующим образом. Самопроизвольную намагниченность феррита

$$I_s = \mu I_d - \lambda I_a \quad (1)$$

можно разложить в ряд по параметрам α и β , если в исследуемом феррите $\alpha < 1$ и $\beta < 1$. Здесь I_d , I_a — намагниченности подрешеток d и a , рассчитанные на один ион,

$$1 \alpha = \frac{n_{aa}}{n_{ad}}, \quad \beta = \frac{n_{dd}}{n_{ad}}, \quad n = n_{ad}.$$

λ и μ — числа магнитных ионов в подрешетках a и d соответственно. Пренебрегая членами второго порядка малости, получаем

$$I_s = \bar{I}_s + I'_{s\alpha}\alpha + I'_{s\beta}\beta, \quad (2)$$

где I_s — экспериментальное значение самопроизвольной намагниченности феррита, \bar{I}_s — намагниченность феррита при $\alpha = \beta = 0$.

$$I'_{s\alpha} = \left(\frac{\partial I_s}{\partial \alpha} \right)_{\alpha=\beta=0} \quad \text{и} \quad I'_{s\beta} = \left(\frac{\partial I_s}{\partial \beta} \right)_{\alpha=\beta=0}.$$

После преобразования (1) и (2) получается трансцендентное уравнение, которое

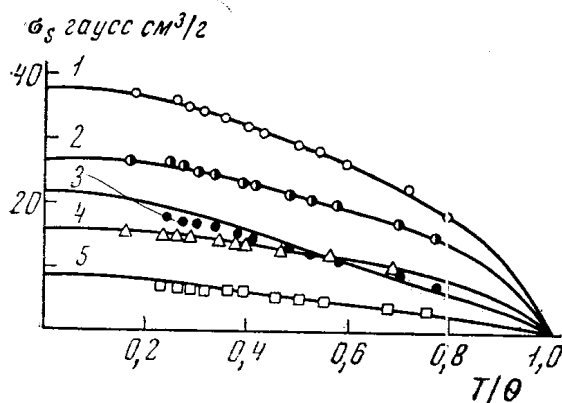


Рис. 1. Экспериментальные точки и теоретические кривые (сплошная линия) температурной зависимости спонтанной намагниченности ферритов — гранатов $\{Y_{3-x}Ca_x\} \cdot [Fe_{2-x}Sn_x] (Fe_3)O_{12}$. 1 — $x=0$, 2 — $x=0,3$, 3 — $x=1,5$, 4 — $x=0,6$ и 5 — $x=1,2$

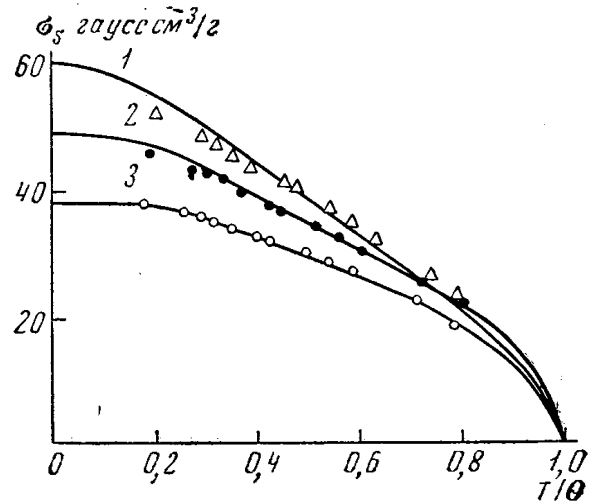


Рис. 2. Теоретические кривые (сплошная линия) температурной зависимости спонтанной намагниченности ферритов — гранатов $\{Y_{3-x}Ca_x\} [Fe_2] (Si_xFe_{3-x})O_{12}$. 1 — $x=0,6$, 2 — $x=0,3$ и 3 — $x=0$

решалось с применением электронно-вычислительной машины. По найденным значениям коэффициентов α и β определялся молекулярный коэффициент n по формуле

$$n = \frac{3JR\theta}{(J+1)(\beta\mu + \lambda\varphi_c)I_{s0}^2}, \quad (3)$$

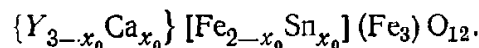
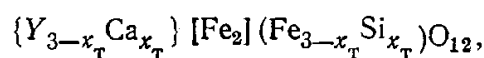
где

$$\varphi_c = \frac{\alpha\lambda - \beta\mu + [(\alpha\lambda - \beta\mu)^2 + 4\lambda\mu]^{1/2}}{2\lambda}.$$

Здесь I_{s0} — самопроизвольная намагниченность γ -иона железа при $0^\circ K$; J — значение полного момента ($J=5/2$ для железа), $R=kN$, где k — константа Больцмана и N — число Авогадро.

В настоящей работе была поставлена задача исследовать изменение обменных взаимодействий между ионами железа в феррите — гранате иттрия при замещении их на немагнитные ионы в каждой из подрешеток a и d .

Изучались следующие системы замещенных ферритов-гранатов иттрия



Магнитные свойства этих систем ранее были исследованы Геллером [3], который показал, что зависимость спонтанной намагниченности в $0^\circ K$ от состава $\sigma_{s0}(x)$ для замещенных ферритов-гранатов иттрия согласуется с моделью Нееля лишь при малых замещениях ($x < 0,7$ при замещении в a -подрешетке и $x < 1,9$ при замещении в d -под-

решетке). Поэтому для исследования были выбраны составы $x_0=0,0; 0,3; 0,6$ и $x_T=0,3; 0,6; 1,2; 1,5$.

Способ приготовления образцов и параметры решетки приведены в [4]. Намагниченность измерялась методом маятникового магнитометра в полях 2—12 кэ, в температурах от жидкого азота до точки Кюри. Спонтанная намагниченность в области температур вдали от точки Кюри определялась экстраполяцией прямолинейных участков изотерм $\sigma(H)$ к $H=0$. Температура Кюри и спонтанная намагниченность в области этой температуры определялись методом, описанным в [5].

Найденные методом Радо и Фоленга α и β для всех изученных составов замещенных ферритов-гранатов оказались меньше единицы, что подтверждает применимость этого метода для ферритов-гранатов. По полученным коэффициентам молекулярного поля были определены интегралы обменных взаимодействий между парами железных ионов, принадлежащих одной подрешетке и разным подрешеткам (см. таблицы 1 и 2).

Таблица 1

Интегралы обменных взаимодействий в °К и значения температур Кюри в системе ферритов-гранатов $\{Y_{3-x}Ca_x\} [Fe_{2-x}Sn_x] (Fe_3) O_{12}$

	$x=0,0$ $\theta_f=553^\circ K$	$x=0,3$ $\theta_f=481^\circ K$	$x=0,6$ $\theta_f=407^\circ K$
J_{ad}	— 34,5	— 41,3	— 43,6
J_{aa}	— 11,7	— 18,1	— 20,6
J_{dd}	— 14,1	— 21,9	— 25,5
J_{ad}^*	—207	—248	—262
J_{da}^*	—138	— 99,1	—122
J_{aa}^*	— 93,6	—123	—116
J_{dd}^*	— 56,2	— 87,5	—102
$J_{ad}^* - J_{aa}^*$	—113	—125	—144
$J_{da}^* - J_{dd}^*$	— 82	— 12	— 10

Таблица 2

Интегралы обменных взаимодействий в °К и значения температур Кюри в системе ферритов-гранатов $\{Y_{3-x}Ca_x\} [Fe_2] (Fe_{3-x}Si_x) O_{12}$

	$x=0,0$ $\theta_f=553^\circ K$	$x=0,3$ $\theta_f=538^\circ K$	$x=0,6$ $\theta_f=514^\circ K$	$x=1,2$ $\theta_f=439^\circ K$	$x=1,5$ $\theta_f=3,37^\circ K$
J_{ad}	— 34,5	— 37,9	— 43,2	— 56,3	— 53,4
J_{aa}	— 11,7	— 13,3	— 15,1	— 17,7	— 16,0
J_{dd}	— 14,1	— 18,0	— 30,5	— 56,4	— 56,1
J_{ad}^*	—207	—205	—207	—203	—160
J_{da}^*	—138	—152	—173	—225	—214
J_{aa}^*	— 93,6	—106	—121	—142	—128
J_{dd}^*	— 56,2	— 64,8	— 97,5	—135	—112
$J_{ad}^* - J_{aa}^*$	— 113	— 99	— 86	— 61	— 32
$J_{da}^* - J_{dd}^*$	— 82	— 88	— 76	— 90	— 98

На рис. 1 и 2 представлены теоретические кривые (сплошные линии), построенные по найденным значениям α и β , и экспериментальные точки. Видно, что согласие экспериментальных и теоретических значений хорошее при малых замещениях и ухудшается с увеличением замещений. При этом, как и следовало ожидать, расхождение экспериментальных и теоретических кривых наблюдается при меньших значениях x для замещений в a -подрешетке, поскольку при замещении в a -подрешетке отклонение зависимости $\sigma_{30}(x)$ от теоретической, построенной по модели Нееля, начинается при меньших значениях x , чем при замещении в d -подрешетке [3].

Из таблиц видно, что обменные интегралы J_{ij} , выражающие взаимодействия между парой магнитных ионов, возрастают по абсолютной величине при увеличении замещения. По-видимому, это связано с тем, что место магнитного иона занимает немагнитный, имеющий ионный радиус, отличный от радиуса магнитного иона. При этом изменяются расстояния между ионами и углы связей $Fe^{3+}-O^{2-}-Fe^{3+}$, т. е. изменяется геометрия обменных взаимодействий.

Обращает на себя внимание то, что обменные взаимодействия между ионами железа возрастают по абсолютной величине с увеличением замещения и, несмотря на это, температура Кюри θ_f падает (см. таблицы). Для объяснения этого следует учесть, что рост обменного интеграла J_{ij} не означает возрастания обменного взаимодействия, связывающего данный атом i с ближайшими соседними атомами j . Умножив J_{ij} на число ближайших соседних магнитных атомов сорта j (Z_{ij}), получим обменный интег-

рал J_{ij}^* , выражающий обменное взаимодействие иона сорта i со всеми ближайшими ионами сорта j . При этом $J_{ac}^* \neq J_{ca}^*$, так как $Z_{ca} \neq Z_{ac}$. Кроме того, для сопоставления изменения θ_j и J_{ij} следует учесть, что в ферритах-гранатах θ_j определяется не только обменным взаимодействием $a-d$. Некоторое влияние на нее оказывают отрицательные $a-a$ и $d-d$ обменные взаимодействия. Эти взаимодействия как бы препятствуют взаимодействию $a-d$ удерживать магнитные моменты пар ионов, принадлежащих разным подрешеткам (a и d), в антипараллельном состоянии. Это означает, что ферромагнитный порядок в феррите поддерживается за счет преобладания величины межподрешеточных взаимодействий над величинами внутрipoдрешеточных взаимодействий.

Из табл. 1 видно, что при замещении ионов Fe^{3+} немагнитными ионами в a -подрешетке разность $J_{ad}^* - J_{aa}^*$ несколько возрастает, в то же время число магнитных a -ионов в феррите-гранате падает гораздо быстрее. Разность $J_{da}^* - J_{dd}^*$ быстро падает с увеличением замещения. По-видимому, последнее и приводит к понижению температуры Кюри феррита.

Аналогичная ситуация возникает и при замещении на немагнитные ионы в d -подрешетке. В табл. 2 приведены соответствующие разности интегралов обменных взаимодействий. Разность $J_{da}^* - J_{dd}^*$ несколько увеличивается с ростом замещения, тогда как число магнитных d -ионов в гранате уменьшается быстрее. Разность $J_{ad}^* - J_{aa}^*$ резко уменьшается с замещением.

Таким образом, в изменении температуры Кюри при замещении в феррите-гранате иттрия внутрipoдрешеточные $a-a$ и $d-d$ взаимодействия играют не пассивную роль.

ЛИТЕРАТУРА

1. Rado G., Folen V. J. Appl. Phys., 31, 62, 1960.
2. Горяга А. Н., Волкова Н. В. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астроном., № 2, 75, 1967; № 4, 108, 1968.
3. Geller S., Williams H. T., Espinosa G. P., Sherwood R. C. Bell. System. Technical J., 43, 565, 1964; Phys. Chem. Solids., 26, 443, 1965.
4. Белов К. П., Шляхина Л. П. «Физика металлов и металловедение», 30, 22, 1970.
5. Белов К. П., Горяга А. Н. «Физика металлов и металловедение», 2, 3, 1956.

Поступила в редакцию
16. 2 1970 г.

Кафедра
общей физики для биологов

УДК 62—503

О. Д. АХМАТОВА

ИССЛЕДОВАНИЕ АВТОКОЛЕБАНИЙ В СИСТЕМАХ, СОДЕРЖАЩИХ ЭЛЕМЕНТ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Рассмотрим замкнутые системы с однозначной нечетно-симметричной нелинейностью $f(x)$, содержащие наряду с сосредоточенными параметрами элемент с распределенным запаздыванием (рис. 1). К таким системам относятся генератор, в котором обратная связь осуществляется распределенной RC -линией [1], система регулирования температуры [2] и т. п.

Содержащийся в системе элемент с распределенными параметрами описывается уравнением в частных производных параболического типа и его передаточная функция при условии отсутствия отражений имеет вид

$$G(p) = e^{-Vp\tau},$$

τ — время распределенного запаздывания, p — оператор Лапласа.

Входящие в систему линейные элементы с сосредоточенными параметрами объединены в один блок с передаточной функцией