

УДК 537.533.2

А. М. БРОДСКИЙ, Ю. Я. ГУРЕВИЧ, М. С. ПИЛАТ

## К ТЕОРИИ ФОТОВАУТОЭЛЕКТРОННОЙ ЭМИССИИ С ПОВЕРХНОСТИ МЕТАЛЛА

Рассмотрены закономерности электронной фотоэмиссии с поверхности металла при наличии внешнего постоянного электрического поля относительно низкой напряженности. Показано, что влияние электрического поля в отличие от термоэмиссии не исчерпывается известным эффективным понижением работы выхода. Разобраны физические причины, приводящие к указанному различию, а также получено и проанализировано корректное выражение для тока фотоавтотронной эмиссии.

Рассмотрению фотоэлектронной эмиссии с поверхности металла в присутствии постоянного внешнего электрического поля (фотоавтотронной эмиссии) посвящено большое количество работ как экспериментального, так и теоретического характера [1—6]. В последние годы возрос интерес к указанному физическому явлению, что связано главным образом с общим широким развитием электроники. Существенно также, что с помощью фотоавтотронной эмиссии можно проводить исследования влияния внешнего электрического поля на свойства границы раздела металл — диэлектрик.

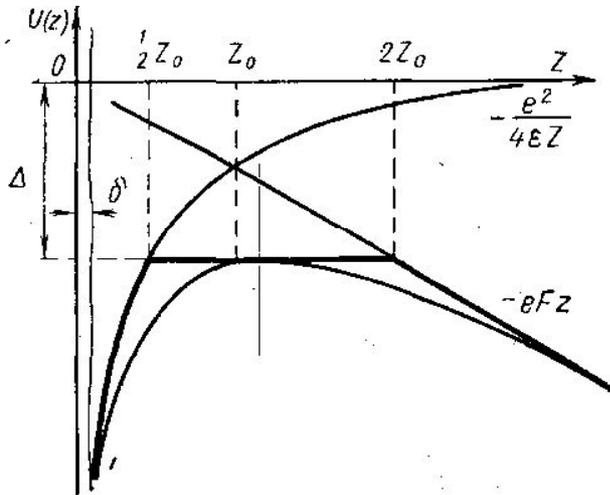
Путем экспериментального исследования фотоэмиссии с поверхности металла во внешнем поле при различных частотах облучения в ряде работ делались попытки установить связь порога однофотонного фотоэффекта с величиной напряженности внешнего электрического поля [7—10] (пороговая частота фотоэффекта  $\omega_0$  связана с работой выхода  $\omega$  соотношением  $\hbar\omega_0 = \omega$ ). Анализируя далее указанную связь, в принципе можно определить ход потенциала вблизи поверхности раздела, значение диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  материала, куда проходит эмиссия<sup>1</sup>, наличие поверхностных неоднородностей и т. д. При этом, интерпретируя экспериментальные данные, обычно исходят из наглядного предположения, что основной эффект, вызываемый постоянным внешним полем напряженности  $F$  в условиях фотоэмиссии, такой же, как и при термоэмиссии; он состоит в понижении работы выхода на величину  $\Delta = \sqrt{\frac{e^3 F}{\epsilon}}$  (эф-

<sup>1</sup> Величина  $\epsilon$  в рассматриваемом случае не равна своему статическому значению, а скорее совпадает с оптическим значением  $\epsilon_\omega$ , соответствующим инфракрасному участку спектра.

фект Шоттки) [11]. Действительно, в идеализированной одномерной модели суммарный потенциал равен

$$U(z) = -\frac{e^2}{4\epsilon z} - eFz \quad (1)$$

(ось  $z$  направлена по нормали к поверхности металла, которая предполагается плоской). Складывающийся из потенциала сил изображения и потенциала постоянного внешнего поля, потенциал этот (см. рис.) соответствует, в пренебрежении подбарьерным прохождением электронов, эффективному понижению работы выхода на величину  $\Delta$ . В соответствии с этим полагают, что для описания влияния постоянного внешнего поля  $F$  на фотоэмиссию достаточно в известной формуле Фаулера [11] для тока  $I$  фотоэмиссии  $I \sim (\hbar\omega - \hbar\omega_0)^2$  произвести формальную замену  $\hbar\omega_0 \rightarrow \hbar\omega_0 - \Delta$  [3 и 7].



Схематическое изображение хода потенциала вблизи поверхности металла в условиях фотоэлектронной эмиссии

В действительности ограничения такой простой поправкой не являются обоснованными. Физически это связано с тем, что внешнее поле не только «понижает барьер», но и влияет на характер движения «надбарьерных» электронов, приводя, в частности, к их отражению от получающегося «горба» потенциала. При рассмотрении термоэмиссионного тока, зависящего, как известно [11], от работы выхода экспоненциально, эффект Шоттки является, очевидно, определяющим, поскольку он задает показатель экспоненты. Однако в условиях фотоэмиссии, где зависимость фототока от работы выхода существенно слабее, оказывается, что оба указанные выше эффекта дают сравнимый вклад. Более того, не имеет особого смысла выделять вклад каждого эффекта в отдельности, тем более, что ими не исчерпывается явление, а следует лишь рассматривать общую картину влияния внешнего поля на закономерности фотоэмиссии.

При описании фотоавтоэлектронной эмиссии мы будем исходить из соотношений общей пороговой теории электронной эмиссии в поверхности металла, развитой в работах [12, 13]. Как показано в этих работах, зависимость эмиссионного тока от внешних силовых полей может быть найдена без решения квантовомеханической задачи о поведении электронов внутри металла лишь из рассмотрения области  $\delta < z < \infty$  вне металла ( $\delta \sim 1-2 \text{ \AA}$ ). Таким образом, потенциал, в котором движутся эмиттированные электроны в этой области, является одномерным. Парциальный эмиссионный ток  $j$ , т. е. ток, обусловленный исходными электронами, характеризовавшимися внутри металла значениями  $E$  и  $\vec{p}_{\parallel}$  (энергия и компонент импульса (квазиимпульса), направленного параллельно поверхности металла) дается, согласно [12, 13], выражением

$$j = \frac{p}{m} |\Lambda|^2 |f(0, p)|^{-2} \quad (2)$$

Здесь  $m$  — эффективная масса, соответствующая движению электро-

на в среде, куда происходит эмиссия;  $p \equiv \sqrt{2m(E + \hbar\omega) - \vec{p}_{\parallel}^2}$  есть  $z$  — компонент импульса электрона в конечном состоянии;  $|\Lambda|^2$  — константа, определяемая конкретными свойствами металла и не вычисляемая в общем виде<sup>1</sup>, и  $f(0, p)$  — значение при  $z=0$  определенного решения  $f(z, p)$  одномерного уравнения Шредингера

$$\left[ \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{p^2}{2m} - U(z) \right] f(z, p) = 0, \quad (3)$$

где  $U(z)$  — потенциал, в котором движется эмиттированный электрон вне металла. При этом решение  $f(z, p)$  выбрано таким образом, чтобы описывать при  $z \rightarrow \infty$  волну, распространяющуюся от поверхности металла и нормированную на поток, равный  $p/m$ , т. е.  $\frac{i\hbar}{2m} \left( f \frac{\partial f^*}{\partial z} - f^* \frac{\partial f}{\partial z} \right) = \frac{p}{m}$ . Умножая выражение (2) на функцию распределения электронов в металле и интегрируя затем по всем допустимым значениям  $\vec{p}_{\parallel}$  и  $E$  [13], получим для полного эмиссионного тока:

$$I = 2\pi\rho_0 e m T \int_{-\infty}^{\infty} j(\sqrt{2mE_z}) \ln\left(1 + e^{\frac{\hbar(\omega - \omega_0) - E_z}{T}}\right) dE_z. \quad (4)$$

Здесь  $\rho_0$  — плотность распределения электронов на поверхности Ферми-металла, которая предполагается достаточно гладкой в окрестности точки  $\vec{p}_{\parallel} = 0$ ,  $T$  — абсолютная температура в единицах энергии,  $E_z$  — новая переменная интегрирования, равная  $E_z \equiv p^2/2m$ . Нижний предел в интеграле, определяющем  $I$ , положен  $-\infty$ , поскольку функция  $j(\sqrt{2mE_z})$  весьма быстро убывает при больших отрицательных  $E_z$  и вклад от нижнего предела несуществен.

Полагая  $j = \text{const}$  и нижний предел в интеграле (4) равным нулю, получим для фототока формулу, соответствующую известной [11] теории Фаулера. Однако выражение (4) является гораздо более общим.

Абстрагируясь от температурных эффектов, что во всяком случае возможно при выполнении условия  $\hbar(\omega - \omega_0) > T$ , и используя соотношение

$$\lim_{T \rightarrow 0} T \ln(1 + e^{u/T}) = \begin{cases} u, & u > 0 \\ 0, & u < 0 \end{cases},$$

получим из (4)

$$I = 2\pi\rho_0 e m \int_{-\infty}^{\hbar(\omega - \omega_0)} [\hbar(\omega - \omega_0) - E_z] j(\sqrt{2mE_z}) dE_z. \quad (5)$$

Соотношения (2) — (5) дают полное решение задачи, которая сводится, таким образом, к анализу одномерного уравнения (3).

<sup>1</sup> Неопределенность в константе  $|\Lambda|^2$  связана с тем, что при получении формулы (2) не рассматривается область внутри металла. В принципе величина  $|\Lambda|^2$  выражается [12] через квадрат модуля матричного элемента перехода между исходным состоянием электрона в металле и его конечным состоянием с энергией  $E + \hbar\omega$ . В модели «прямоугольного ящика»  $|\Lambda|^2$  фактически вычисляется в [15]. Неопределенность в  $|\Lambda|^2$ , однако, никак не отзывается на искомой зависимости  $j$  от  $p$  и от вида силовых полей вне металла.

Поскольку в координатной области  $z > \delta$  потенциал  $U(z)$  описывается выражением (1), получим для искомой функции уравнение

$$\left[ \frac{d^2}{dz^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E_z + eFz + \frac{e^2}{4\epsilon z} \right) \right] f(z) = 0. \quad (6)$$

Рассматривая в дальнейшем лишь относительно слабые электрические поля ( $F \leq 10^6$  в/см), поскольку в более сильных определяющую роль начинает играть автоэлектронная эмиссия, мы ограничимся приближенным анализом уравнения (6). Для этого заменим потенциал  $U(z)$  относительно более простым модельным потенциалом  $\tilde{U}(z)$  (см. рис. 1), задаваемым следующим образом:

$$\tilde{U}(z) = \begin{cases} -\frac{e^2}{4\epsilon z} & z \leq \frac{1}{2} z_0 \quad (\text{I}), \\ -\sqrt{\frac{e^3 F}{\epsilon}} & \frac{1}{2} z_0 \leq z \leq 2z_0, \quad (\text{II}) \\ -eFz & z > 2z_0 \quad (\text{III}). \end{cases} \quad (7)$$

Точка  $z_0$ , соответствующая максимуму потенциала (1), дается соотношением  $z_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{e}{\epsilon F}} = \frac{\Delta}{2eF}$ . Таким образом, потенциал  $\tilde{U}(z)$  совпадает с  $U(z)$  асимптотически при  $z \rightarrow 0$  и  $z \rightarrow \infty$ , а также в точке  $z = z_0$ , лишь несущественно отклоняясь от  $U(z)$  в «промежуточных» участках<sup>1</sup>.

Решение уравнения для функции  $f(z)$  с потенциалом (7) записывается в виде

$$f(z) = \begin{cases} A_1 \mathcal{F}_0\left(\frac{pz}{\hbar}, \eta\right) + A_2 \mathcal{G}_0\left(\frac{pz}{\hbar}, \eta\right); & z < \frac{1}{2} z_0 \\ B_1 e^{\frac{iqz}{\hbar}} + B_2 e^{-\frac{iqz}{\hbar}}; & \frac{1}{2} z_0 \leq z \leq 2z_0 \\ \left(\frac{2meF}{\hbar^2}\right)^{-1/6} \sqrt{\frac{p}{\hbar}} H_{1/3}^{(1)}\left(\frac{2}{3} \xi^{3/2}\right), & z > 2z_0 \end{cases} \quad (8)$$

где в области I решение представляется в виде линейной комбинации так называемых кулоновских функций [14]  $\mathcal{F}_0$  и  $\mathcal{G}_0$ , причем  $\eta \equiv -\frac{e^2 m}{4\epsilon \hbar p}$  и  $A_{1,2}$  — константы интегрирования; в области II решение представляется в виде линейной комбинации плоских волн, причем  $q \equiv \sqrt{2m(E_z + \Delta)}$ ,  $B_{1,2}$  — константы интегрирования.

Наконец, в области III, где функция  $f(z)$  по условию должна при  $z \rightarrow \infty$  описывать бегущую волну, решение пропорционально функции Ганкеля первого рода  $H_{1/3}^{(1)}$ , причем  $\xi \equiv \left(z + \frac{E_z}{eF}\right) \left(\frac{2meF}{\hbar^2}\right)^{1/3}$ . Коэффициент перед  $H_{1/3}^{(1)}$  определяется с точностью до несущественной фазы из указанного выше условия нормировки функции  $f(z)$  на бесконечности.

Смыкая решение (8) в точках  $\frac{1}{2} z_0$  и  $2z_0$ , легко определить коэффи-

<sup>1</sup> Как будет ясно из дальнейшего, результат оказывается слабо зависящим от хода потенциала в этих «промежуточных» участках.

циенты  $A_{1,2}$  и  $B_{1,2}$ . Поскольку при  $\frac{pz}{\hbar} \rightarrow 0$  имеем  $\mathcal{F}_0 \rightarrow 0$ ; для вычисления  $j$  по формуле (2) достаточно определить  $A_2$  в (8).

Если внешнее электрическое поле  $F$  является достаточно слабым, так что выполняются условия

$$F < \frac{me}{8e\hbar^2} |E_z|, \quad F < \frac{\sqrt{2m}}{e\hbar} |E_z|^{3/2}, \quad (9)$$

то в точках  $\frac{1}{2}z_0$  и  $2z_0$  можно воспользоваться асимптотикой соответственно  $\mathcal{F}_0$ ,  $\mathcal{G}_0$  и  $H_{1/3}^{(1)}$ . В результате для  $A_2$  получим

$$A_2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{p}{\hbar}} \left( \frac{2meF}{\hbar^2} \right)^{-1/6} \exp \left\{ i \frac{2}{3} \xi_0^{3/2} \right\} \times \\ \times \left[ \exp \left( -i \frac{3}{2} \frac{qz_0}{\hbar} \right) \left( \cos \varphi - \frac{iqz_0}{pz_0 - 2\eta\hbar} \sin \varphi \right) \left( 2\xi_0^{-1/2} + \frac{7i}{48} \xi_0^{-7/2} \right) - \right. \\ \left. - \exp \left( i \frac{3}{2} \frac{qz_0}{\hbar} \right) \left( \cos \varphi + \frac{iqz_0}{pz_0 - 2\eta\hbar} \sin \varphi \right) \left( i \frac{17}{18} \xi_0^{-7/2} \right) \right], \quad (10)$$

где

$$\xi_0 \equiv \xi|_{z=z_0} \quad \text{и} \quad \varphi = \frac{pz_0}{\hbar} - \eta \ln \frac{pz_0}{\hbar} + \arg [\Gamma(1 - i\eta)].$$

Воспользовавшись далее асимптотикой при  $\frac{pz}{\hbar} \rightarrow 0$  функции  $\mathcal{G}_0$  и вычислив  $|A_2|^2$  с помощью (10), оставляя лишь низшие степени разложения по степеням  $\Delta$ , найдем окончательно для парциального тока

$$j = \frac{\pi e^2}{2e\hbar} |\Lambda|^2 |1 - e^{-\sqrt{\frac{E_e}{E_z}}} V \sqrt{\frac{E_z + \Delta}{E_z}} \left\{ 1 + \frac{\Delta^2}{(2E_z + \Delta)^2} \sin^2 \varphi + \dots \right\}. \quad (11)$$

Здесь  $E_e \equiv \frac{\pi^2 e^4 m}{8e^2 \hbar^2}$  или  $E_e = \frac{33,5}{e^2} \left( \frac{m}{m_0} \right) eb$  ( $m_0$  — масса покоящегося

электрона в вакууме). Множитель в парциальном токе [12], содержащий  $E_e$ , обязан своим происхождением взаимодействию эмиттированного электрона с кулоновским полем сил изображения и характерен не только для рассматриваемого процесса фотоавтоэмиссии, но и для фотоэмиссии в отсутствие внешнего поля [12, 13]. Влияние внешнего поля отражено в последних двух сомножителях. При этом второе слагаемое в фигурных скобках описывает известные [2, 4] малые осцилляции фотоавтоэмиссионного тока, аналогичные осцилляциям термоэмиссионного тока [11]. Качественно их происхождение можно связать с немонотонным характером изменения надбарьерного коэффициента прохождения при монотонном изменении поля, меняющего форму барьера [11].

Имея в виду эффекты, содержащие более низкую степень  $\Delta$ , мы в дальнейшем опустим указанное «осцилляционное» слагаемое, хотя анализ с помощью (5) и (11) его вклада в полный ток не представляет принципиальных затруднений. Заметим также, что детальный вид осцилляций должен быть очень чувствителен к малым изменениям потенциала вне поверхности металла.

Формулы для парциального тока, получаемые с помощью асимптотических выражений для функций  $\mathcal{F}_0$ ,  $\mathcal{G}_0$  и  $H_{1/3}^{(1)}$ , справедливы во всей области изменения энергий  $E_z$  за исключением весьма узких интервалов вокруг точек  $E_z=0$  и  $E_z=-\Delta$ , вкладом которых в общий ток можно пренебречь. Действительно, ширина интервала энергии  $2|E_z^*|$  в окрестности нуля, вне которого применимы используемые асимптотические разложения для  $\mathcal{F}_0$  и  $\mathcal{G}_0$ , определяется условием, следующим из (9):  $F = \frac{me}{8\epsilon\hbar^2} |E_z^*|$ . Пренебрежение вкладом в общий ток от интегрирования по этому интервалу заведомо возможно, если функция  $j$  не имеет внутри него особенностей, и размеры его много меньше полного интервала интегрирования, равного по порядку величины  $\hbar(\omega - \omega_0)$ . В выполнении первого условия можно убедиться непосредственно, а второе условие приводит к неравенству  $\frac{8F\epsilon\hbar^2}{me} < \hbar(\omega - \omega_0)$ . Полагая  $\hbar(\omega - \omega_0) \sim \Delta$ , получаем условие на поле

$$F < \frac{m^2 e^5}{64\epsilon^2 \hbar^4}.$$

Замечая, что  $\frac{m^2 e^5}{\hbar^4} = 5,15 \cdot 10^9$  в/см, запишем по порядку величины  $|F| < < \epsilon^{-3} 10^8$  в/см. В дальнейшем мы будем полагать, что имеет место условие

$$\frac{\Delta}{\hbar(\omega - \omega_0)} < 1, \quad (12)$$

поэтому фактически ограничение на величину напряженности поля является еще более слабым.

Аналогичного рода оценка имеет место и для интервала энергий в окрестности точки  $E_z = -\Delta$ , где нельзя пользоваться асимптотическим разложением функции  $H_{1/3}^{(1)}$ . Используя указанные асимптотические выражения, можно убедиться, что основной вклад в полный ток  $I$  при выполнении условий (9) и (12), т. е. при достаточно слабом постоянном внешнем поле, вносит область  $E_z > 0$ . В результате для полного тока фотоавтоэлектронной эмиссии получим

$$I = \frac{\pi^2 e^3 \rho_0}{\epsilon \hbar} |\Lambda|^2 m \int_0^{\hbar(\omega - \omega_0)} [\hbar(\omega - \omega_0) - E_z] \left( \frac{E_z + \Delta}{E_z} \right)^{1/2} \left( 1 - e^{-\sqrt{\frac{E_z}{E_z}}} \right)^{-1} dE. \quad (13)$$

Здесь, как и при рассмотрении фотоэлектронной эмиссии, основной интерес представляют два предельных случая.

Пусть  $\hbar(\omega - \omega_0) \gg E_e$ . Физически это возможно при фотоавтоэмиссии в диэлектрик с весьма высоким значением  $\epsilon$ . Вычисляя интеграл, найдем в этом случае

$$I = \frac{4\pi^2 e^3 \rho_0 m}{15\epsilon \hbar \sqrt{E_e}} |\Lambda|^2 (\hbar\omega - \hbar\omega_0)^{3/2} \left\{ 1 + \frac{5}{2} \frac{\Delta}{\hbar(\omega - \omega_0)} + \dots \right\}. \quad (14)$$

Пусть  $\hbar(\omega - \omega_0) \ll E_e$ . Вычисляя интеграл, найдем

$$I = \frac{\pi^2 e^3 \rho_0 m}{2\epsilon \hbar} |\Lambda|^2 (\hbar\omega - \hbar\omega_0)^2 \left\{ 1 - \frac{\Delta}{\hbar(\omega - \omega_0)} \ln \frac{\Delta}{4\hbar(\omega - \omega_0)} \right\}. \quad (15)$$

Оставляя лишь первый член ряда и искусственно «свертывая» его в единое выражение, из (14) можно получить  $I \sim (\hbar\omega - \hbar\omega_0 + \Delta)^{3/2}$ . При условии  $\hbar(\omega - \omega_0) > E_z$  фототок описывается «законом пяти вторых» [12—13]:  $I \sim (\hbar\omega - \hbar\omega_0)^{5/2}$ , и потому полученное путем такой «свертки» выражение можно было бы интерпретировать как описывающее понижение порога эмиссии по Шоттки (хотя с учетом следующих порядков по  $\frac{\Delta}{\hbar(\omega - \omega_0)}$  этого уже сделать не удастся).

Во втором случае, описываемом (15), даже такая процедура искусственного свертывания невозможна. Это свидетельствует о том, что тривиальное введение поправки по Шоттки не является верным ни в каком порядке по полю и фотоавтоэлектронную эмиссию таким образом описывать нельзя.

В заключение сделаем два замечания относительно условий (9) и (12).

Первое из условий (9) может быть записано в виде  $\frac{\hbar}{\sqrt{2mE_z}} \gg \frac{z_0}{2}$

или  $\frac{\hbar}{p} > \frac{1}{2} z_0$ . Физический смысл его в такой записи очевиден:

де-бройлевская длина волны электрона  $\frac{\hbar}{p}$  мала по сравнению с характерными размерами  $z_0$  изменения потенциала в промежуточной области. Это как раз и означает, что в области порядка  $z_0$  потенциал меняется медленно и его можно считать приближенно постоянным, как это и сделано в настоящей работе. По той же причине потенциал в промежуточной области можно в принципе описывать и какой-либо другой достаточно медленно меняющейся функцией.

Наконец, укажем, что в зависимости от значений  $\varepsilon$  и  $\hbar(\omega - \omega_0)$  более жестким может быть любое из указанных неравенств, однако в экспериментально наиболее интересном интервале  $\varepsilon \sim 1 \div 10$  и  $\hbar(\omega - \omega_0) 0,3 \div 1$  эв все они, как показывают оценки, во всяком случае выполняются при полях  $F \leq 10^6$  в/см.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Guth E., Millin C. Y. Phys. Rev., **59**, 867, 1941.
2. Juenker D. W. Phys. Rev., **99**, No. 4, 1955.
3. Carroll P. E. Phys. Rev., **104**, No. 3, 660, 1956.
4. Stafford D. F., Weber A. H. J. Appl. Phys., **34**, No. 9, 2667, 1963.
5. Мусатов А. Л. «Физика твердого тела», **9**, 3280, 1967.
6. Laudart L. C. Acad. sci., **267**, No. 18, B970, 1968.
7. Sze S. M., Crowell C. R., Kahng D. J. Appl. Phys., **35**, 2534, 1964.
8. Nelson O. L., Anderson D. E. J. Appl. Phys., **37**, 77, 1966.
9. Braunstein A. I., Mead C. A. Phys. Rev. Lett., **14**, 7, 1965.
10. Lewicki G. W., Mead C. A. Appl. Phys. Lett. **8**, 98, 1966.
11. Добрецов Л. Н., Гомоюнова М. В. Эмиссионная электроника. М., «Наука», 1966.
12. Бродский А. М., Гуревич Ю. Я. ЖЭТФ, **54**, 213, 1968.
13. Бродский А. М., Гуревич Ю. Я. «Изв. АН СССР», сер. физич., № 3, 1969.
14. Гольдбергер М., Ватсон К. Теория столкновений. М., «Мир», 1967.
15. Adawi I. Phys. Rev., **134A**, 788, 1964.

Поступила в редакцию  
18.9 1969 г.

Кафедра  
химической механики  
мехмата