

О. С. ТОНАКАНОВ

ИЗЛУЧЕНИЕ ЗВУКА КОЛЕБЛЮЩЕЙСЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКОЙ С ИМПЕДАНСНЫМ ПОКРЫТИЕМ

Исследуется возможность звукоизоляции колеблющихся поверхностей в условиях гидроакустического эксперимента путем нанесения на внешнюю поверхность тонкого слоя покрытия, обладающего свойствами акустически мягкого материала. Теоретически рассматриваются колебания бесконечной цилиндрической оболочки, имеющей узловые линии на поверхности цилиндра, направленные по образующим. Показано, что снижение излучения может быть достигнуто для каждой колебательной моды в определенной области частот, связанной с геометрией цилиндрической поверхности и покрытия, а также с параметрами материала покрытия.

Размещение гидроакустической приемной аппаратуры при проведении экспериментальных работ в ряде случаев требует использования поворотных устройств или специальных баз, содержащих полые металлические конструкции. Шум механизмов, предназначенных для погружения или вращения этих устройств, сопровождается излучением акустических волн, которые создают помехи в приемной аппаратуре. Ниже для одного из возможных типов колебаний цилиндрической оболочки исследуется возможность звукоизоляции путем нанесения на ее поверхность акустически мягкого покрытия, которое одновременно может предохранять металлические поверхности от коррозии.

Вопросы излучения звука колеблющимся цилиндром излагаются в ряде монографий, в частности [1, 2, 3]. В данной статье исследуется излучение звука бесконечным тонкостенным цилиндром при наличии на его поверхности слоя некоторого материала толщины δ , малой по сравнению с радиусом цилиндра r_1 . Предполагается, что колебательная скорость на поверхности цилиндра определяется законом $u_0 \cos m\varphi e^{j\omega t}$, где m — число диаметральных узловых сечений цилиндра, т. е. на поверхности цилиндра имеется $2m$ узловых линий, направленных по образующим.

На рис. 1 показаны данные, необходимые для решения задачи. Плотности и скорости звука в покрытии обозначены $\rho_0 c_0$, во внешнем пространстве ρc и материале цилиндра $\rho_1 c_1$. Зависимость звукового поля цилиндра, колеблющегося по закону $u_0 \cos m\varphi e^{j\omega t}$, выражается функциями Ганкеля первого и второго рода [1].

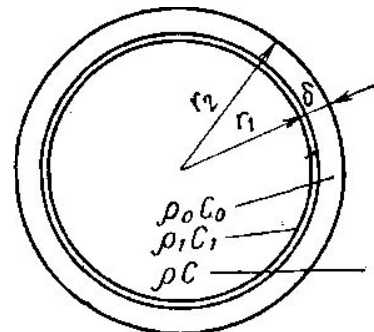


Рис. 1

Для звукового давления $p_0(r, \varphi)$ и колебательной скорости $q_0(r, \varphi)$ внутри слоя $r_1 < r < r_2$ можно написать в данном случае выражения

$$\begin{aligned} p_0(r, \varphi) &= [A_m H_m^{(2)}(k_0 r) + B_m H_m^{(1)}(k_0 r)] \cos m\varphi, \\ q_0(r, \varphi) &= \frac{j}{\rho_0 c_0} [A_m H_m^{(2)'}(k_0 r) + B_m H_m^{(1)'}(k_0 r)] \cos m\varphi. \end{aligned} \quad (1)$$

Первый член в этих выражениях характеризует волну, распространяющуюся от центра, второй член — волну обратного направления.

Во внешнем пространстве при $r > r_2$ получим

$$\begin{aligned} p(r, \varphi) &= D_m H_m^{(2)}(kr) \cos m\varphi, \\ q(r, \varphi) &= \frac{j}{\rho c} D_m H_m^{(2)'}(kr) \cos m\varphi. \end{aligned} \quad (2)$$

Временной множитель $e^{j\omega t}$ в выражениях (1) и (2) опущен, $H_m^{(1)}$ и $H_m^{(2)}$ — функции Ганкеля первого и второго рода порядка m , штрихом обозначается производная по аргументу от Ганкелевой функции, A_m , B_m и D_m — постоянные множители, определяющие амплитуды волн.

Рассмотрим соотношения (1) и (2) для сравнения излучающей способности цилиндра с покрытием и без него. Напишем граничные условия, учитывая, что при $r=r_1$ задана амплитуда колебательной скорости $q_0 = u_0 \cos m\varphi$, а при $r=r_2$ должно соблюдаться равенство скоростей и давлений во внутренней и внешней среде. Данные условия позволяют вычислить коэффициенты A_m , B_m и D_m , которые выражаются через комбинации функций Ганкеля и их производных. Эти коэффициенты можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} A_m &= \frac{j\rho_0 c_0 u_0 \left[H_m^{(1)'}(x_2) H_m^{(2)}(x_3) - \frac{\rho_0 c_0}{\rho c} H_m^{(1)}(x_2) H_m^{(2)'}(x_3) \right]}{K + L}; \\ B_m &= \frac{j\rho_0 c_0 u_0 \left[H_m^{(2)'}(x_2) H_m^{(2)}(x_3) - \frac{\rho_0 c_0}{\rho c} H_m^{(2)'}(x_3) H_m^{(1)}(x_2) \right]}{K - L}; \\ D_m &= \frac{j\rho_0 c_0 u_0 [H_m^{(1)'}(x_2) H_m^{(2)}(x_2) - H_m^{(2)'}(x_2) H_m^{(1)}(x_2)]}{K + L}; \end{aligned} \quad (3)$$

где $x_1 = k_0 r_1$, $x_2 = k_0 r_2$, $x_3 = kr_2$;

$$K = H_m^{(2)}(x_3) [H_m^{(2)'}(x_2) H_m^{(1)'}(x_1) - H_m^{(1)'}(x_2) H_m^{(2)'}(x_1)]$$

и

$$L = \frac{\rho_0 c_0}{\rho c} H_m^{(2)'}(x_3) [H_m^{(1)}(x_2) H_m^{(2)'}(x_1) - H_m^{(2)}(x_2) H_m^{(1)'}(x_1)].$$

Таким образом, коэффициенты A_m , B_m и D_m определяются физическими параметрами оболочки и внешней среды и геометрическими размерами системы.

Рассматривая комбинации функций Ганкеля, входящие в выражение (3), и учитывая малость толщины покрытия по сравнению с радиусом цилиндра ($\delta \ll r_1$), с хорошим приближением получим следующие соотношения:

$$H_m^{(2)'}(x_2) H_m^{(1)'}(x_1) - H_m^{(1)'}(x_2) H_m^{(2)'}(x_1) = j k_0 \delta \frac{4}{\pi x_1} \left(\frac{m^2}{x_1^2} - 1 \right), \quad (4)$$

$$H_m^{(1)}(x_2) H_m^{(2)'}(x_1) - H_m^{(2)}(x_2) H_m^{(1)'}(x_1) = -j \frac{4}{\pi x_1}.$$

Второе соотношение в (4) аналогично Вронскиану:

$$H_m^{(1)'}(x_2) H_m^{(2)}(x_2) - H_m^{(2)'}(x_2) H_m^{(1)}(x_2) = j \frac{4}{\pi x_2}.$$

Импеданс цилиндрической оболочки с покрытием Z_m составляется из компонентов, связанных с инерционными и упругими свойствами собственно цилиндра без покрытия, а также с реакцией звукового поля на оболочку покрытого цилиндра, которая определяется присоединенной массой окружающей среды.

Часть импеданса (Z_m^0), определяемая реакцией оболочки и внешнего звукового поля, может быть на основании первой формулы (1) записана так:

$$Z_m^0 = \frac{A_m H_m^{(2)}(x_1) + B_m H_m^{(1)}(x_1)}{u_0}. \quad (5)$$

Для вычислений удобнее импеданс Z_m^0 выразить через коэффициент D_m . На основании граничного условия при $r=r_2$ коэффициент D_m связан с A_m , B_m и соотношением

$$D_m = \frac{A_m H_m^{(2)}(x_2) + B_m H_m^{(1)}(x_2)}{H_m^{(2)}(x_2)}. \quad (6)$$

Ввиду малости приращения аргумента функций Ганкеля в формуле (6) можно приближенно провести замену аргумента x_2 на x_1 ; при этом будет справедливо соотношение $H_m(x_2) \approx H_m(x_1) + k_0 \delta H_m'(x_1)$. После такой замены в формуле (6) коэффициент D_m с учетом граничных условий при $r=r_1$ и формулы (5) оказывается связанным с импедансом Z_m^0 таким образом:

$$D_m = Z_m^0 \frac{u_0}{H_m^{(2)}(x_2)} - k_0 \delta \frac{\rho_0 c_0 u_0}{H_m^{(2)}(x_2)}.$$

Решая это выражение относительно Z_m^0 и пользуясь соотношениями (3) и (4), получим формулу для расчетов части импеданса, связанной с реакцией звукового поля на оболочку покрытого цилиндра:

$$Z_m^0 = \frac{j \rho c \frac{r_1}{r_2}}{\frac{k_0 \delta \rho c}{\rho_0 c_0} \left(\frac{m^2}{x_1^2} - 1 \right) - \frac{H_m^{(2)'}(x_2)}{H_m^{(2)}(x_2)}} + j \omega \rho_0 \delta. \quad (7)$$

В ряде случаев можно провести дальнейшее упрощение соотношения (7). Например, интересуясь малыми значениями аргумента $x_2 = k r_2 < m$, отношения функций Ганкеля в знаменателе (7) можно с

достаточной точностью заменить отношением функций Неймана $N_{m+1}/2N_m \approx -\frac{m}{kr_2}$. Тогда импеданс Z_m^0 приобретает вид

$$Z_m^0 = \frac{j\omega\rho r_1}{\frac{\rho}{\rho_0} \frac{\delta}{r_1} \frac{r_2}{r_1} (m^2 - x_1^2) + m} + j\omega\rho_0\delta. \quad (8)$$

Проведенное упрощение ограничивает сверху частотный диапазон условием $\omega < \frac{mc}{r_2}$. Это низкочастотное упрощение приводит к иным ограничениям. В результате перехода от точной формулы (7) к приближенной (8) в выражении для импеданса остается лишь его реактивная часть. Активная же составляющая импеданса выпала из рассмотрения из-за того, что были опущены при приближении функции Бесселя. Ввиду этого следует учитывать, что понятие полного импеданса, о котором будет идти речь, включает лишь реактивную часть. В равной мере это замечание относится и к исследованию излучающей способности цилиндров. Заключение справедливо для областей, где реактивный импеданс отличен от нуля, т. е. в области вне резонансов. Очевидно, что расчет по точным формулам приведет к более общим заключениям, свободным от указанных ограничений.

Анализ выражения (8) позволяет выяснить особенности поведения импеданса Z_m^0 . При $x_1^2 > m^2 + \beta m$, где $\beta = \frac{\rho_0}{\rho} \frac{r_1}{\delta} \frac{r_1}{r_2}$, первый член в (8) будет отрицательным (упругий импеданс), при $x_1^2 < m^2 + \beta m$ импеданс окажется инерционным.

В точке $x_1^2 = m^2 + \beta m$ импеданс Z_m^0 обращается в бесконечность, что соответствует резонансу в кольцевом слое покрытия, при этом внешняя поверхность оболочки становится неподвижной, т. е. наступает полная звукоизоляция от внешней среды. Практически этот случай, очевидно, нереализуем. Случай $Z_m^0 = \infty$ возможен только потому, что при расчетах не учитывались потери; с учетом потерь Z_m^0 в этой точке будем иметь большую, но конечную величину.

Кроме того, при $x_1^2 > m^2 + \beta m$ в выражении (8) можно считать первый член приближенно равным $-j \frac{\omega\rho r_1\beta}{x_1^2}$. Тогда на частоте $\omega_0 = \frac{c_0}{\delta}$ наступает второй резонанс, при котором $Z_m^0 = 0$, т. е. нагрузки на оболочку нет, амплитуда ее будет бесконечно велика (если также не учитывать потерь). При $\omega < \omega_0$ Z_m^0 имеет характер упругого импеданса и при $\omega > \omega_0$ — инерционного.

Нагрузка окружающей среды на цилиндр без покрытия получится из (8), если $\delta = 0$. В этом случае

$$Z_m = j\omega \left(\frac{\rho r_1}{m} \right). \quad (9)$$

В скобках (9) стоит величина присоединенной массы окружающей среды на единицу площади. Тот же самый результат получится, если решать прямую задачу о звуковом поле, колеблющегося по закону $(u_0 \cos m\varphi)$ непокрытого цилиндра.

Для вычисления полного импеданса непокрытого цилиндра следует учесть инерционные и упругие параметры оболочки цилиндра. Можно

принять в первом приближении, что инерционная часть на единицу площади равна $M_e = \frac{1}{2} \left(\frac{\rho_1 d}{m} \right)$, где ρ_1 — плотность оболочки, d — ее толщина; множитель $\frac{1}{2m}$ появляется из-за усреднения при колебании оболочки по закону $u_0 \cos m\varphi$. Упругий компонент импеданса находится из условия резонанса, когда целое число длин волн укладывается по периметру цилиндрической оболочки $2\pi r_1 = m\lambda = m \frac{c'}{f_m}$, где c' — скорость изгибных волн в тонкостенном цилиндре, которая близка к скорости изгибных волн в пластине $c' = \sqrt{\frac{2\pi}{\sqrt{12}}} \sqrt{f_m d} \sqrt{\frac{E_1}{\rho_1}}$ (d — толщина пластины, E_1 — модуль Юнга). Резонансная частота f_m определяется из условия равенства нуля импеданса $j \left(\omega_m M_e - \frac{E_e}{\omega_m} \right)$, где M_e и E_e — эффективные масса и упругость цилиндрической оболочки. Из этих соображений определяется $E_e = \frac{m^3 d^3 E_1}{24 r^4}$.

Полный импеданс Z_m^* цилиндра без покрытия в среде с параметрами ρ и c будет, таким образом, равен

$$Z_m^* = j \left[\omega \left(\frac{\rho r_1}{m} + \frac{\rho_1 d}{2m} \right) - \frac{m^3 d^3 E_1}{24 \omega r^4} \right]. \quad (10)$$

Для определения полного импеданса цилиндрической оболочки с покрытием к импедансу, зависящему от свойств оболочки, следует прибавить Z_m^0 , значение которого дается соотношением (8):

$$Z_m^* = j \left[\omega \frac{\rho_1 d}{2m} - \frac{E_e}{\omega} \right] + Z_m^0. \quad (11)$$

Сравнение излучения покрытого и непокрытого цилиндров удобно провести, взяв отношение звуковых давлений p_m^* (цилиндр без покрытия) и p_m (цилиндр с покрытием) на их поверхности. Интерес представляют два случая: если задана амплитуда колебательной скорости u_0 на поверхности и если задана амплитуда вынуждающей силы F_0 .

Звуковое давление на поверхности цилиндра с покрытием, исходя из соотношений (2), (4) и (6), определяется выражением

$$p_m|_{r=r_1} = \frac{j \rho_0 c_0 u_0 \frac{x_1}{x_2} H_m^{(2)}(x_3)}{-\frac{\rho_0 c_0}{\rho c} H_m^{(2)'}(x_3) + k_0 \delta \left(\frac{m^2}{x_1^2} - 1 \right) H_m^{(2)}(x_3)}. \quad (12)$$

В случае непокрытого цилиндра, считая аргумент $x_3 = kr_2 \approx kr_1$, для звукового давления справедливо выражение

$$p_m^*|_{r=r_2 \approx r_1} = -\frac{j \rho c u_0 H_m^{(2)}(x_3)}{H_m^{(2)'}(x_3)}. \quad (13)$$

Из соотношений (12) и (13) можно найти отношения давлений на поверхностях цилиндров с покрытием и без него.

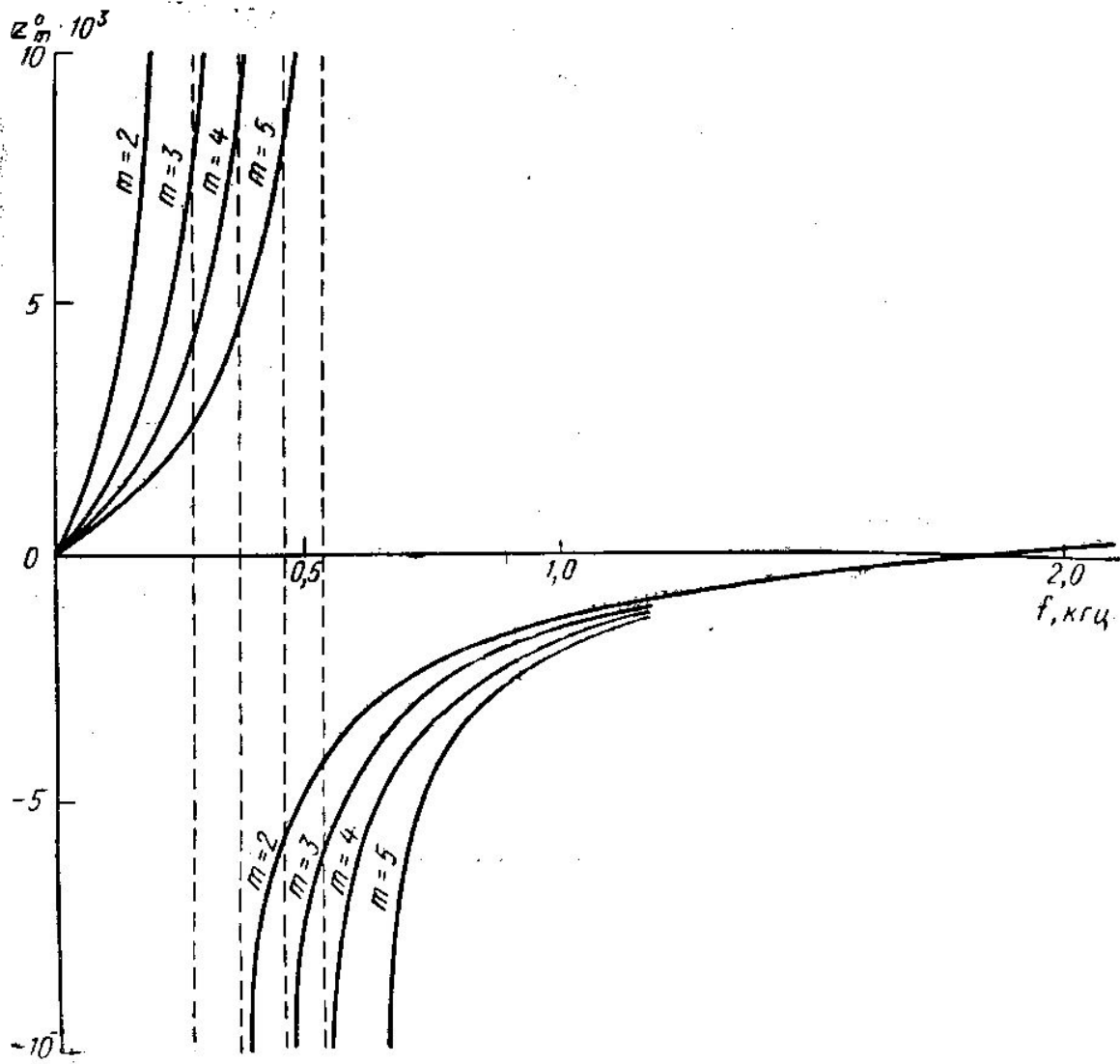


Рис. 2 а

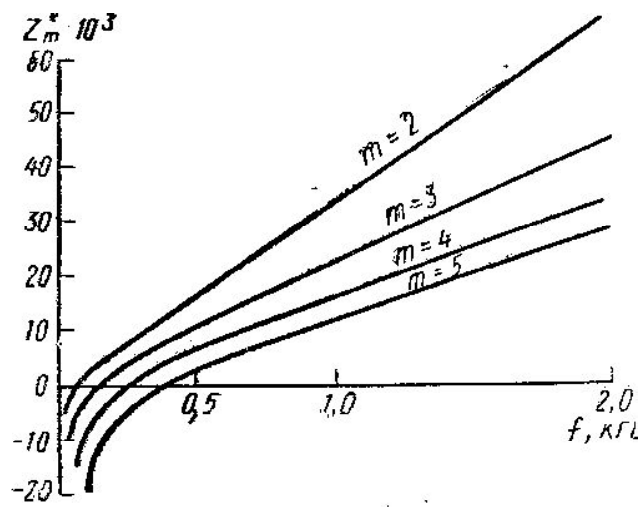


Рис. 2 б

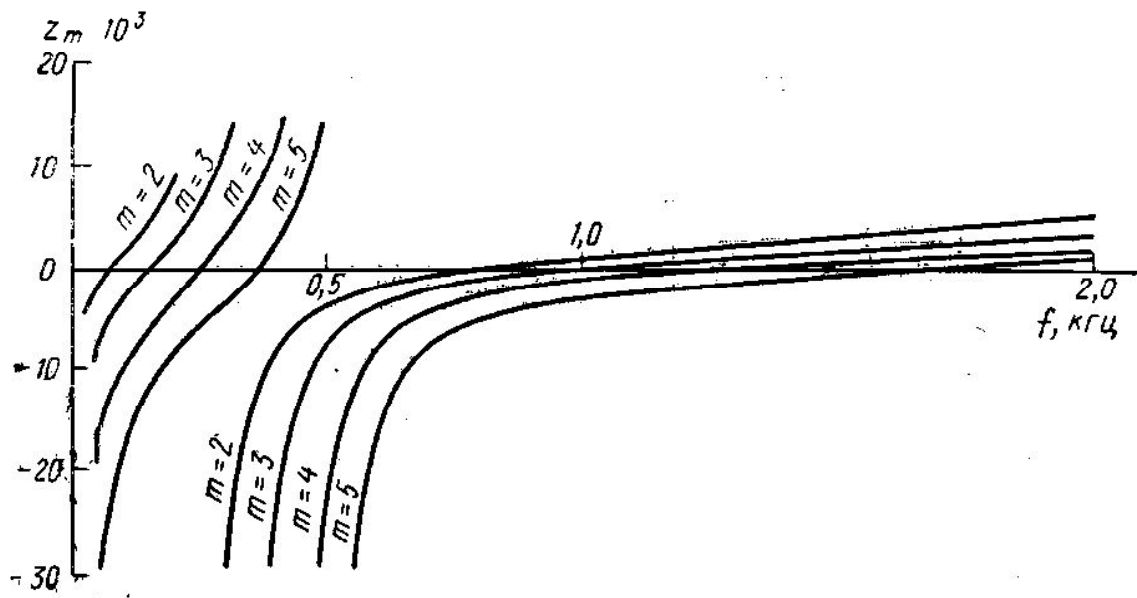


Рис. 2 в

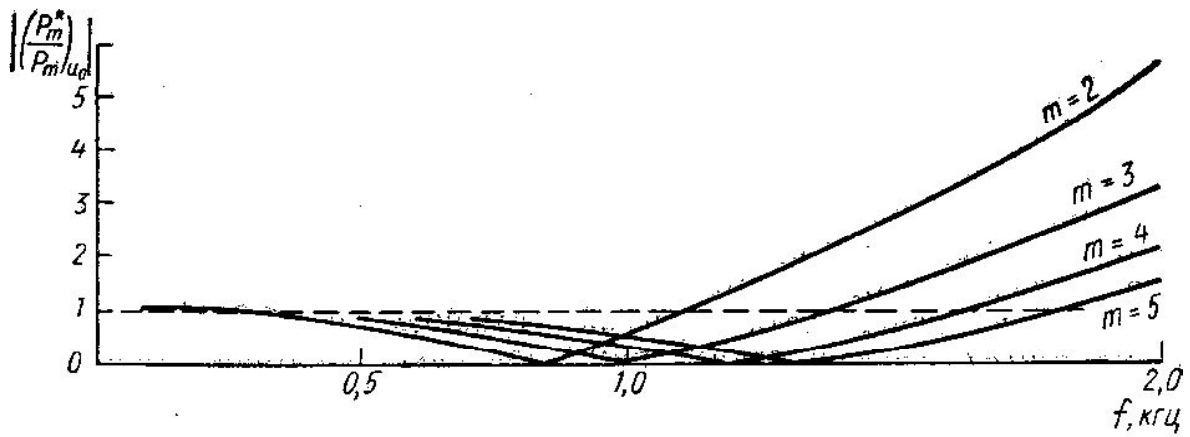


Рис. 2 г

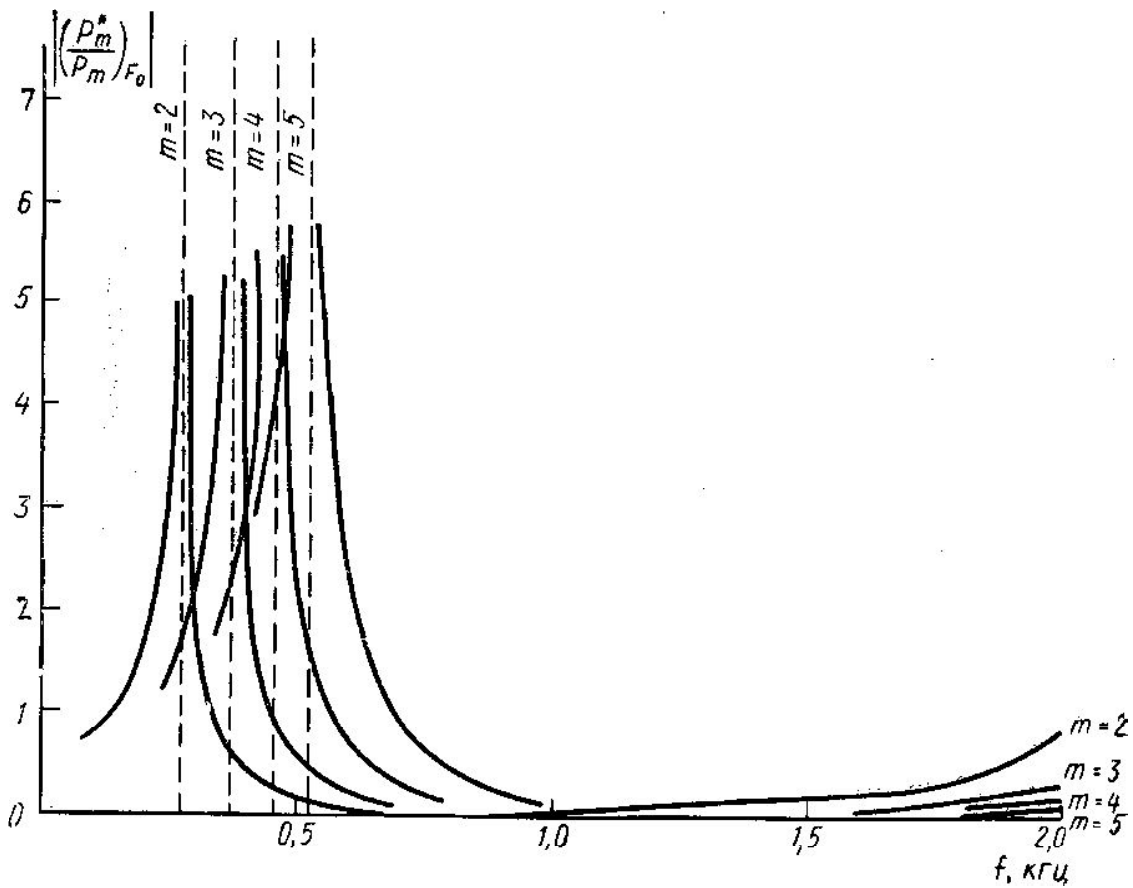


Рис. 2 д

Опуская промежуточные вычисления с учетом ранее принятых ограничений ($\delta \ll r_1$ и $kr_2 < m$), получим отношение давлений на поверхности цилиндров при условии постоянства амплитуды колебательной скорости u_0 :

$$\left(\frac{p_m^*}{p_m}\right)_{r=r_1}^{u_0} = \frac{r_2}{r_1} \left[1 + \frac{k_0 \delta k r_2}{\frac{\rho_0 c_0}{\rho c} m} \left(\frac{m^2}{k_0^2 r_1^2} - 1 \right) \right]. \quad (14)$$

При постоянстве амплитуды вынуждающей силы F_0 колебательная скорость меняется в соответствии с изменением по частоте импедансов Z_m и Z_m^* . Отношение давлений на поверхности цилиндров в этом случае определяется выражением

$$\left(\frac{p_m^*}{p_m}\right)_{r=r_1}^{F_0} = \left(\frac{p_m^*}{p_m}\right)_{r=r_1}^{u_0} \frac{1}{\gamma_m}. \quad (15)$$

Коэффициент $\gamma_m = \frac{Z_m^*}{Z_m}$ характеризует изменение отношения давлений на поверхности покрытого и непокрытого цилиндров при переходе от режима заданной колебательной скорости к режиму заданной вынуждающей силы.

В качестве иллюстрации рассматриваются колебания бесконечного тонкостенного цилиндра, погруженного в воду с параметрами $r_1 = 10$ см, $d = 0,2$ см и $\rho_1 = 8$ г/см³. Покрытие выбрано с параметрами, резко отличными от параметров водной среды и близкими по своим свойствам к акустически мягкой границе $\rho_0 = 0,2$ г/см³ и $c_0 = 5 \cdot 10^3$ см/сек. Такими параметрами обладают некоторые типы пористых резин и пенопластов. Толщина покрытия $\delta = 0,4$ см. Для воды приняты значения $\rho = 1$ г/см³ и $c = 1,5 \cdot 10^5$ см/сек.

На рис. 2 приводятся соответственно расчеты для рассматриваемого случая импедансов Z_m^0 , Z_m^* и Z_m , а также отношение звуковых давлений на поверхности для непокрытого (P_m^*) и покрытого (P_m) цилиндров при заданной амплитуде колебательной скорости (u_0) и заданной амплитуде вынуждающей силы (F_0) для $m = 2, 3, 4$ и 5.

Если при заданной амплитуде колебательной скорости (u_0) колебания оболочки с покрытием (для выбранных параметров), начиная с некоторой частоты, зависящей от порядка m , уменьшаются, то при заданной амплитуде силы (F_0) картина существенно меняется. Отвлекаясь от области частот, где Z_m^* и Z_m обращаются в нуль, мы проанализировали соотношения (13) и графиков рис. 2, д; как видим, колебания существенно уменьшаются на частоте, где покрытие становится абсолютно жестким ($Z_m \rightarrow \infty$), а область ослабления колебаний на высоких частотах значительно смещается вверх по частоте.

В заключение автор выражает благодарность С. Н. Ржевкину за помощь при решении задачи и участии в обсуждении результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ржевкин С. Н. Курс лекций по теории звука. Изд-во МГУ, 1960.
2. Морз Ф. Колебание и звук. М.—Л., ГИТТЛ, 1949.
3. Скучик Е. Основы акустики. М., ИЛ., 1958.

Поступила в редакцию
24.12 1969 г.

Кафедра
акустики