



УДК 621.391.822.3

В. В. БЕЛЫЙ

НЕРАВНОВЕСНЫЕ ФЛУКТУАЦИИ ТОКА И ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Исследованы неравновесные низкочастотные флуктуации тока и электронной температуры. Неравновесность флуктуаций определяется наличием внешнего электрического поля. Для различных механизмов рассеяния энергии и импульса получены явные выражения для спектральных функций тока и электронной температуры. Характер этих функций иной, чем в равновесном случае: появляется дополнительная дисперсия, зависимость от частоты может быть немонотонной. В пьезоэлектрических полупроводниках при рассеянии импульса на ионизованных примесях существует критическое поле, при котором спектральные функции флуктуаций тока и температуры становятся бесконечными. Это обусловлено возникновением перегретой неустойчивости.

Введение

Настоящая работа посвящена расчету спектральных функций медленных неравновесных флуктуаций тока и электронной температуры. Медленными называем флуктуации с временами корреляции порядка времени релаксации импульса и энергии электронов за счет взаимодействия с фононами.

Кинетическое уравнение для функции распределения электронов, описывающее неравновесные процессы, обусловленные постоянным электрическим полем и электрон-электронными и электрон-фононными столкновениями, имеет, как известно, вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + e\vec{E} \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} = I_{ee} + I_{e\Phi}. \quad (1)$$

Здесь I_{ee} и $I_{e\Phi}$ — соответствующие интегралы столкновений. Когда электрон-электронные столкновения играют существенную роль, необходимо учитывать и рассеяние электронов на ионизованных примесях, если таковые имеются. Соответствующий интеграл столкновений мы будем в этом случае считать включенным в $I_{e\Phi}$.

В полупроводниках с достаточно большой концентрацией электронов эффективное время межэлектронных столкновений ν_{ee}^{-1} значительно меньше времени релаксации энергии ν_T^{-1} и импульса ν_p^{-1}

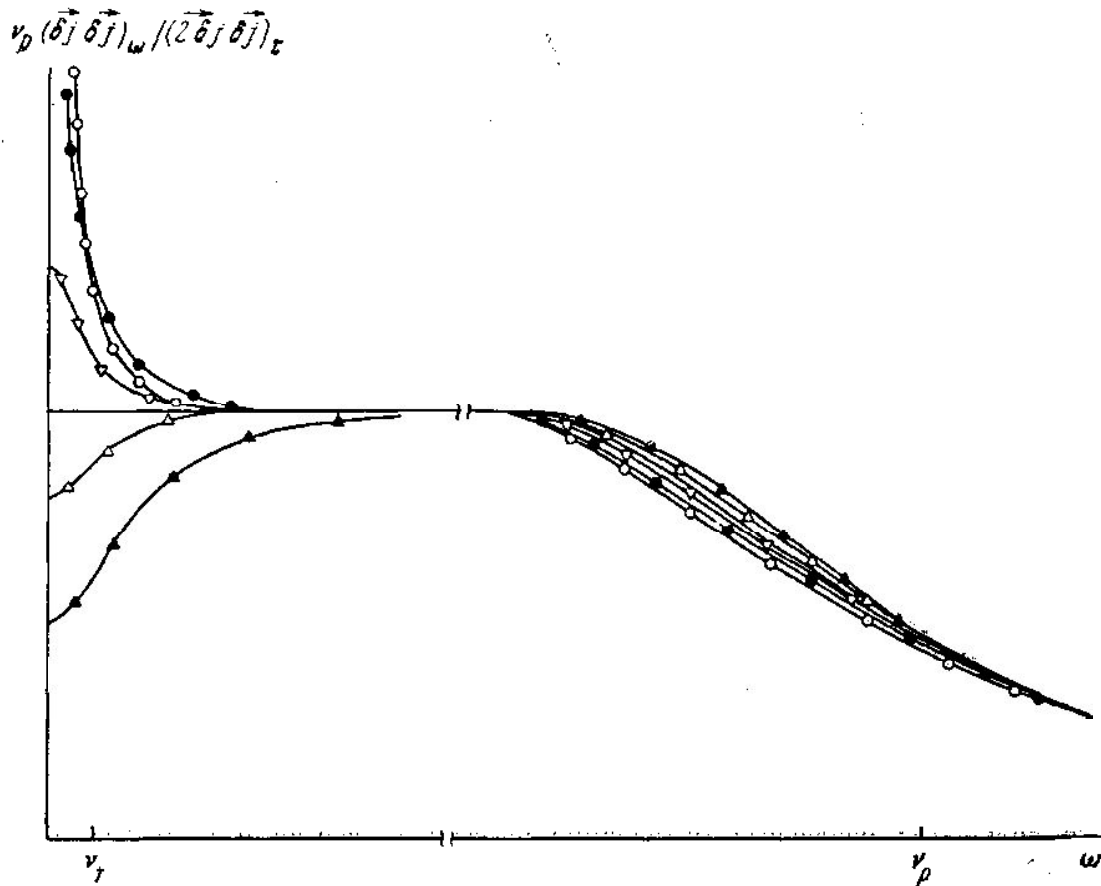


Рис. 1. Спектральные функции флуктуаций тока. Δ — при рассеянии энергии и импульса на потенциале деформации $U=S$, \blacktriangle — $U \gg S$, \triangle — при рассеянии энергии и импульса на пьезоэффекте $U=S$, \blacksquare — импульс рассеивается на ионизированной примеси, энергия на потенциале деформации $U=S$, \circ — импульс рассеивается на ионизированной примеси, энергия на пьезоэффекте $U=S$

$$v_T (\delta T \delta T)_\omega / 2 \overline{\delta T \delta T}_{T:0}$$

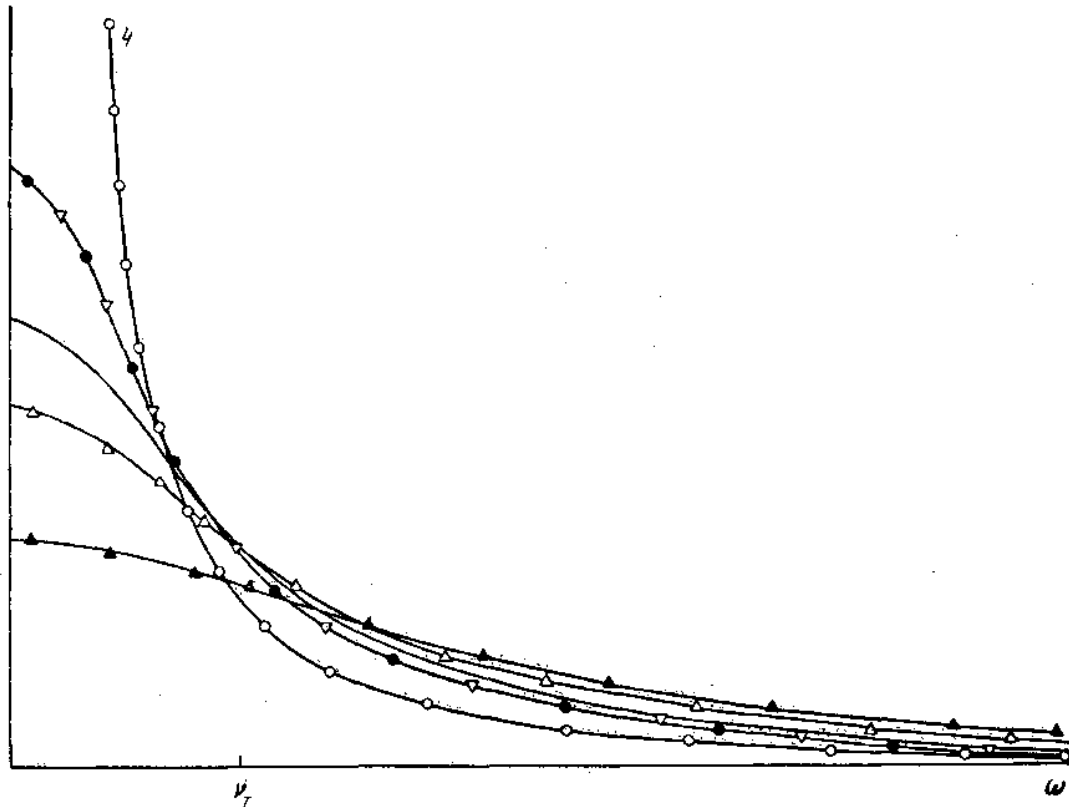


Рис. 2. Спектральные функции флуктуаций электронной температуры. Обозначения те же, что на рис. 1.

электронов на колебаниях решетки (особенно при низких температурах):

$$v_{ee} \gg v_p, v_T. \quad (2)$$

Вследствие этого из-за электрон-электронных столкновений на временах порядка v_{ee}^{-1} устанавливается локальное распределение Максвелла для электронов с эффективной электронной температурой и средней скоростью:

$$f(\vec{r}, \vec{v}, t) = \frac{n(\vec{r}, t)}{[2\pi m k T_e(\vec{r}, t)]^{3/2}} \exp - \frac{m[\vec{v} - \vec{U}(\vec{r}, t)]^2}{2kT_e(\vec{r}, t)}. \quad (3)$$

В дальнейшем kT будем обозначать через T . Для гидродинамических параметров $n(\vec{r}, t)$, $\vec{U}(\vec{r}, t)$, $T(\vec{r}, t)$ обычным путем получаем систему уравнений:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n \vec{U}}{\partial \vec{r}} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial m n U_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r_j} m n U_i U_j = \frac{\partial}{\partial r_i} n T_e + e E_i n - \nu_j m U_i, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ n m \frac{U^2}{2} + \frac{3}{2} n T_e \right\} = & - \frac{\partial}{\partial r_k} U_k \left(n m \frac{U^2}{2} + \frac{5}{2} n T_e \right) - \\ & - \frac{3}{2} n \nu_T (T_e - T_0) + \vec{E} \vec{j}, \end{aligned} \quad (6)$$

где T_0 — температура решетки.

Эти уравнения можно использовать для определения неравновесных флуктуаций на временах v_p^{-1} , v_T^{-1} . Неравновесность обусловлена наличием электрического поля \vec{E} . Как и в теории равновесных флуктуаций (см., например, [1], § 121, 124), решение задачи можно провести двумя путями: выразить двухвременные корреляционные функции и соответствующие им спектральные функции через одновременные моменты и рассматривать уравнения (4)–(6) как уравнения Ланжевена. В этом случае требуется знание соответствующих случайных источников. Их спектральные функции также определяются одновременными моментами. Оба эти подхода неоднократно использовались в различных системах. Эти подходы, связанные с флуктуациями в полупроводниках, приводятся в [2–7]. В настоящей статье используется первый метод расчета флуктуаций. Его иногда называют методом моментов. Такое название не очень удачно, так как фактически речь идет об определенном приближении по корреляционным функциям. Этот вопрос подробно рассмотрен в работе [9].

Расчету спектральных функций флуктуаций (СФФ) тока посвящен ряд работ [3–5, 7, 8]. В частности, в [3] было впервые указано на отличие СФФ продольного и СФФ поперечного токов в низкочастотной области ($\omega < v_T$) в атомных полупроводниках. В приближении, когда имеет место локальное распределение Максвелла для электронов (приближение электронной температуры), электрические флуктуации вычислялись в [7]. Расчет спектральных функций неравновесных флуктуаций в полупроводниках приобретает в настоящее время особый интерес в связи с появлением ряда экспериментальных работ, посвященных исследованиям флуктуаций тока [10, 11].

Расчет спектральных функций флуктуаций тока и электронной температуры

Будем рассматривать флуктуации в полупроводниках, размеры которых значительно больше радиуса Дебая, сопротивление образца значительно больше сопротивления внешней цепи R , процессы генерации и рекомбинации отсутствуют. При этих условиях систему можно считать пространственно однородной и не учитывать флуктуации электрического поля \vec{E} и плотности электронов¹.

Из (4)—(6) получаем уравнения для флуктуаций плотности тока и температуры

$$\frac{\partial}{\partial t} \delta \vec{j} = -v_p \delta \vec{j} - \vec{j} \frac{\delta v_p}{\delta T_s} \delta T_s, \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \delta T_s = \frac{4}{3n} \vec{E} \delta \vec{j} - \left[v_T + (T_s - T_0) \frac{\delta v_T}{\delta T_s} - \frac{2}{3} \frac{e^2 E^2}{m v_p} \frac{\delta v_p}{\delta T_s} \right] \delta T_s. \quad (8)$$

Эти уравнения позволяют выразить двухвременные корреляции через одновременные корреляции этих величин.

Систему уравнений (7) и (8) удобнее записать в виде

$$\delta \dot{x}_i = -\lambda_{ij} \delta x_j, \quad (9)$$

где $\delta x_1 = \delta j_{\parallel}$, $\delta x_2 = \delta j_{\perp}$ — компоненты флуктуации плотности тока вдоль и поперек поля, $\delta x_3 = \delta T_s$,

$$\lambda_{ij} = \begin{pmatrix} v_p; & 0; & \vec{j} \frac{\delta v_p}{\delta T_s} \\ 0; & v_p; & 0 \\ -\frac{4\vec{E}}{3n}; & 0; & v_T A \end{pmatrix}, \quad (10)$$

$$A = 1 + \frac{T_s - T_0}{v_T} \frac{\delta v_T}{\delta T_s} - \frac{2}{3} \frac{e^2 E^2}{m v_p^2 v_T} \frac{\delta v_p}{\delta T_s}.$$

Тогда уравнение для спектральной функции примет вид

$$(-i\omega \delta_{ik} + \lambda_{ik}) (\delta x_k \delta x_j)_{\omega}^{\dagger} = \overline{\delta x_i \delta x_{j\tau=0}}. \quad (11)$$

Решением (11) являются

$$\begin{aligned} (\delta x_1 \delta x_1)_{\omega} &= 2 \overline{\delta x_1 \delta x_{1\tau=0}} \frac{\lambda_{11}}{\omega^2 + \lambda_{11}^2} \left\{ 1 + \frac{\lambda_{13} \lambda_{31}}{\lambda_{11}} \times \right. \\ &\times \left. \frac{(\lambda_{11}^2 - \omega^2) \lambda_{33} - \lambda_{11} (2\omega^2 + \lambda_{13} \lambda_{31})}{(\lambda_{11}^2 + \omega^2) (\lambda_{33}^2 + \omega^2) + \lambda_{13} \lambda_{31} (\lambda_{13} \lambda_{31} - 2\lambda_{11} \lambda_{33} + 2\omega^2)} \right\}, \quad (12) \end{aligned}$$

$$(\delta x_2 \delta x_2)_{\omega} = 2 \overline{\delta x_2 \delta x_{2\tau=0}} \frac{\lambda_{22}}{\lambda_{22}^2 + \omega^2}, \quad (13)$$

$$(\delta x_3 \delta x_3)_{\omega} = 2 \overline{\delta x_3 \delta x_{3\tau=0}} \frac{\lambda_{33}}{\omega^2 + \lambda_{33}^2} \left\{ 1 + \frac{\lambda_{13} \lambda_{31}}{\lambda_{33}} \times \right.$$

¹ Для определенности будем говорить об электронах в зоне проводимости, хотя наши рассуждения относятся в равной мере и к дыркам в валентной зоне.

$$\times \frac{(\lambda_{33}^2 - \omega^2) \lambda_{11} - \lambda_{33} (2\omega^2 + \lambda_{13} \lambda_{31})}{(\lambda_{11}^2 + \omega^2) (\lambda_{33}^2 + \omega^2) + \lambda_{13} \lambda_{31} (\lambda_{13} \lambda_{31} - 2\lambda_{11} \lambda_{33} + 2\omega^2)} \quad (14)$$

Подставляя в (12 — 14) значения (10), получим

$$(\delta j^\perp \delta j^\perp)_\omega = 2 \overline{\delta j^\perp \delta j^\perp}_{\tau=0} \frac{v_p}{\omega^2 + v_p^2}, \quad (15)$$

$$(\delta j^\parallel \delta j^\parallel)_\omega = 2 \overline{\delta j^\parallel \delta j^\parallel}_{\tau=0} \frac{v_p}{\omega^2 + v_p^2} \left\{ 1 - \frac{4}{3} \frac{e^2 E^2}{m v_p^2} \frac{\delta v_p}{\delta T_s} \times \right. \\ \left. \times \frac{(v_p^2 - \omega^2) A v_T + i 2 v_p \left(\frac{2}{3} \frac{e^2 E^2}{m v_p} \frac{\delta v_p}{\delta T_s} - \omega^2 \right)}{(v_p^2 + \omega^2) (v_T^2 A^2 + \omega^2) + \frac{8}{3} \frac{e^2 E^2}{m v_p} \frac{\delta v_p}{\delta T_s} \left(v_p v_T A + \frac{2}{3} \frac{e^2 E^2}{m v_p} \frac{\delta v_p}{\delta T_s} - 2\omega^2 \right)} \right\}. \quad (16)$$

$$(\delta T_s \delta T_s)_\omega = 2 \overline{\delta T_s \delta T_s}_{\tau=0} \frac{v_T A}{v_T^2 A^2 + \omega^2} \left\{ 1 - \frac{4}{3} \frac{e^2 E^2}{m v_p v_T A} \frac{\delta v_p}{\delta T_s} \times \right. \\ \left. \times \frac{(v_T^2 A^2 - \omega^2) v_p + 2 v_T A \left(\frac{2}{3} \frac{e^2 E^2}{m v_p} \frac{\delta v_p}{\delta T_s} - \omega^2 \right)}{(v_p^2 + \omega^2) (v_T^2 A^2 + \omega^2) + \frac{8}{3} \frac{e^2 E^2}{m v_p} \frac{\delta v_p}{\delta T_s} \left(v_T v_p A + \frac{2}{3} \frac{e^2 E^2}{m v_p} \frac{\delta v_p}{\delta T_s} - 2\omega^2 \right)} \right\}. \quad (17)$$

Полагая $v_p \propto T^\chi$ и $v_T \propto T^\eta$,

где

$$\eta, \chi \begin{cases} -3/2 & \text{при рассеянии на ионизованной примеси} \\ -1/2 & \text{при рассеянии на пьезоэффекте} \\ 1/2 & \text{при рассеянии на потенциале деформации.} \end{cases} \quad (18)$$

Выражения (16) и (17) можно переписать в более удобном виде:

$$(\delta j^\parallel \delta j^\parallel)_\omega = 2 \overline{\delta j^\parallel \delta j^\parallel}_{\tau=0} \frac{v_p}{\omega^2 + v_p^2} \left\{ 1 - \frac{2z \chi v_p v_T}{|B(\omega)|^2} \frac{v_p v_T [1 + z(\eta + \chi)] - 2\omega^2}{|B(\omega)|^2} \right\}. \quad (19)$$

$$(\delta T_s \delta T_s)_\omega = 2 \overline{\delta T_s \delta T_s}_{\tau=0} \frac{v_T [1 + Z(\eta - \chi)]}{\omega^2 + v_T^2 [1 + Z(\eta - \chi)]^2} \left\{ 1 - \right. \\ \left. - \frac{2Z \chi v_p^2}{1 + Z(\eta - \chi)} \frac{v_T^2 [1 + 2Z\eta + Z^2(\eta^2 - \chi^2)] - \omega^2}{|B(\omega)|^2} \right\}. \quad (20)$$

$$Z = \frac{T_s - T_0}{T_s}, \quad (21)$$

$$B(\omega) = \omega^2 + i\omega \{v_p + v_T [1 + Z(\eta - \chi)]\} - v_p v_T [1 + Z(\eta + \chi)]. \quad (22)$$

Уравнение $B(\omega) = 0$ представляет собой дисперсионное уравнение однородной системы уравнений (7, 8) для флуктуаций тока и температуры.

Из (15) и (19) видно, что СФФ продольного тока в отличие от СФФ поперечного тока имеет заметную дисперсию уже в низкочастотной области ($\omega \sim v_T$). На этих частотах и ниже становится существен-

ным вклад от флуктуаций температур. В зависимости от механизма рассеяния импульса этот вклад может быть как положительным, так и отрицательным. Это приводит к тому, что низкочастотное значение СФФ продольного тока будет либо больше, либо меньше высокочастотного значения ($\omega^2 \sim v_T v_p$).

Рассмотрим некоторые примеры:

1. Низкочастотное плато СФФ продольного тока в пьезоэлектрике ($\eta = \chi = -\frac{1}{2}$) с ростом поля повышается и сужается.

2. При рассеянии энергии и импульса на потенциале деформации ($\eta = \chi = \frac{1}{2}$) низкочастотное плато будет с ростом поля понижаться и расширяться.

3. В полупроводнике с потенциалдеформационным взаимодействием при наличии достаточно большой концентрации ионизованных примесей существенную роль играет примесное рассеяние импульса ($\chi = -\frac{3}{2}$). В этом случае картина существенно изменится, качественный ход спектральной функции будет таким, как в чистом пьезоэлектрике. По-видимому, этот случай наблюдался в [10]. В этой работе измерялась зависимость продольной и поперечной шумовой температуры от электрического поля. При температуре жидкого азота в трехсантиметровом диапазоне (что соответствует в данном случае $\omega \sim v_T$) продольная шумовая температура превышала поперечную.

Поведение СФФ температур также зависит от механизма рассеяния импульса. Функция $\frac{(\delta T_s \delta T_s)_\omega}{\delta T_s \delta T_{s \tau=0}}$, как и СФФ продольного тока,

может как увеличиваться, так и уменьшаться с ростом электрического поля.

4. При рассеянии импульса на ионизованной примеси, а энергии на пьезоэффекте ход спектральных функций аналогичен случаям 1 и 3. Отличие заключается в том, что на нулевой частоте с ростом поля спектральные функции флуктуации продольного тока и температуры обращаются в бесконечность. Это связано с тем, что при стремлении поля к значению $T_s = 2T_0$ возникает перегревная неустойчивость [12]. Значение критического поля может быть найдено из дисперсионного уравнения $B(\omega) = 0$. Решения этого уравнения можно записать в виде

$$\omega_1 = -iv_T [1 + Z(\eta + \chi)],$$

$$\omega_2 = -iv_p.$$

При условии

$$-Z(\eta + \chi) > 1 \quad (23)$$

один из корней соответствует нарастающему решению. Если поле превышает критическое значение, то дифференциальная проводимость при $\omega = 0$ становится отрицательной.

5. Энергия носителей с малой эффективной массой рассеивается на носителях заряда с большой эффективной массой (например, электроны на дырках), $\eta = 3/2$, $\chi = -3/2$. Неустойчивость возникает при $T_s = \frac{3}{2} T_0$. Такой случай исследовался в работе Бока [13].

В заключение благодарю Ю. Л. Климонтовича за предложенную тему и постоянное внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. М., Физматгиз, 1964, § 121, 124.
2. Lax M., Rev. Mod. Phys., 32, 25, 1960.
3. Гуревич В. Л. ЖЭТФ, 43, 5, 1771, 1962.
4. Гуревич В. Л., Катилюс Р. ЖЭТФ, 49, 4, 1145, 1965.
5. Ганцевич С. В., Гуревич В. Л., Катилюс Р. ЖЭТФ, 57, 503, 1965.
6. Ганцевич С. В., Гуревич В. Л., Катилюс Р. «Физика твердого тела», 11, 308, 1969.
7. Коган Ш. М., Шульман А. Я. «Физика твердого тела», 9, 8, 2259, 1967.
8. Коган Ш. М., Шульман А. Я. ЖЭТФ, 56, 3, 862, 1969.
9. Климонтович Ю. Л. «Успехи физических наук», 100, 4, 1970.
10. Eriksen E. Gopp J. B. Phys Rev. Lett., 8, 280, 1962. Барейкис В. А. и др. «Литовский физический сборник», 6, 437, 1966; 6, 99, 1966; Пожела Ю. К., Барейкис В. А., Матуленене И. В. ФТП, 2, 606, 1968.
11. Барейкис В. А., Матуленене И. Б., Пожела И. В. «Литовский физический сборник», 7, 381, 1967.
12. Волков А. Ф., Коган Ш. М. «Успехи физических наук», 96, 633, 1968.
13. Bok J. Ann. De Radioelectr, 15, 120, 1960.

Поступила в редакцию
3.1 1970 г.

Кафедра
общей физики для мехмата