УДК 539.1.01

А. Б. КУКАНОВ, Г. А. ЛАВРОВА, Б. Д. ОРИСА

ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ЗАРЯДОМ, ДВИЖУЩИМСЯ ПО ВИНТОВОЙ ЛИНИИ В ПРОЗРАЧНОЙ СРЕДЕ

Обобщение формулы классической теории синхротронного излучения [1—3] на случай излучения заряженной частицы, движущейся по винтовой линии, в вакууме было сделано недавно в [4], где было дано также исправление некоторых ошибочных результатов, полученных другими авторами.

В настоящей заметке мы хотим применить общий метод описания поляризационных свойств светового пучка (см., например, [5, 6]) для случая излучения зарядом при движении по винтовой линии, причем в целях большей общности мы будем рассматривать движение и излучение в прозрачной изотропной среде с диэлектрической и магнитной проницаемостями $\varepsilon=\varepsilon(\omega)$, $\mu=\mu(\omega)$. Таким образом, дополнительно к [7] мы естественным путем обобщим некоторые результаты [8, 9], полученные для случая излучения зарядом, равномерно движущимся по окружности в изотропной диспергирующей среде. Считая, что магнитное поле $\vec{H}$ направлено вдоль оси z, запишем координаты частицы в функции лабораторного времени t в виде

$$\xi = R\cos\tilde{\omega}t,\quad \eta = R\sin\tilde{\omega}t,\quad \zeta = v_{\parallel}t, \tag{1}$$

где $v_{\parallel}$ — составляющая скорости частицы вдоль оси z, а угловая скорость $\tilde{\omega}$ связана с поперечной к полю составляющей скорости $v_{\perp}$ и расстоянием R частицы до оси z формулой $\tilde{\omega}=v_{\perp}R^{-1}$. Для исследования поляризационных свойств излучения разобъем электрический вектор $\vec{E}$ излучения на два компонента, вообще говоря, с эллиптической поляризацией:

$$\vec{E} = E_g\vec{a}_g + E_f\vec{a}_f,\ (\vec{a}_g\vec{a}_f^{\,*}) = \delta_{gf}, \tag{2}$$

$$\vec{a}_g = \cos\chi\,\vec{e}_\theta + e^{i\psi}\sin\chi\,\vec{e}_\varphi,\quad \vec{a}_f = \sin\chi\,\vec{e}_\theta - e^{i\psi}\cos\chi\,\vec{e}_\varphi, \tag{3}$$

$\vec{e}_\theta$ и $\vec{e}_\varphi$ — единичные орты вдоль координатных линий (θ) и (φ) сферической системы координат, а χ и ψ — вещественные параметры, определяющие характер разложения (2) [10, 11]. Определяя напряженности электрического и магнитного полей излучения в волновой зоне в точке со сферическими координатами (r, θ, φ) для количества энергии, излучаемой в единицу времени в интервале θ и $\theta+d\theta$, находим

$$dW = \sum_{\nu=1}^{\infty} dW(\nu,\theta) = \sum_{\nu=1}^{\infty}\sum_{p=g,f} dW_p(\nu,\theta), \tag{4}$$

$$dW_p(\nu,\theta) = \left(\frac{ev_{\perp}}{cR}\right)^2 \frac{\mu(\nu\omega_0)\,\nu^2}{c'\left(1-\dfrac{v_{\parallel}\cos\theta}{c'}\right)^2}\left\{J_\nu^2(x_\nu)\frac{(c'\cos\theta-v_{\parallel})^2}{\sin^2\theta}\begin{pmatrix}\cos^2\chi\\ \sin^2\chi\end{pmatrix}+\right.$$

$$\left. + v_{\perp}^2 J_\nu'^2(x_\nu)\begin{pmatrix}\sin^2\chi\\ \cos^2\chi\end{pmatrix} + v_{\perp}\frac{(c'\cos\theta-v_{\parallel})}{\sin\theta}J_\nu'(x_\nu)\,J_\nu(x_\nu)\sin 2\chi\sin\psi\begin{pmatrix}+1\\ -1\end{pmatrix}\right\}\frac{\sin\theta\,d\theta}{\gamma}. \tag{5}$$

В формуле (5) верхняя строка соответствует $dW_g(\nu,\theta)$, нижняя — $dW_f(\nu,\theta)$.

$$x_\nu = \frac{\nu v_\perp \sin\theta}{c' \left| 1 - \frac{v_\parallel}{c'} \cos\theta \right|}, \quad \omega_0 = \frac{\tilde{\omega}}{\left| 1 - \frac{v_\parallel}{c'} \cos\theta \right|}, \quad c' = \frac{c}{n(\nu\omega_0)},$$

$$1 - \frac{v_\parallel}{c'} \cos\theta \neq 0,$$

c — скорость света в вакууме,

$$\gamma = \left| \frac{d}{d\omega} (\omega n) \frac{v_\parallel}{c} \cos\theta - 1 \right|_{\omega = \nu\omega_0}.$$

Пренебрегая далее дисперсией, вводя в рассмотрение угол θ_0, определяемый формулами

$$\cos\theta_0 = \frac{\cos\theta - \frac{v_\parallel}{c'}}{1 - \frac{v_\parallel}{c'} \cos\theta}, \quad \sin\theta_0 = \frac{\sin\theta \sqrt{1 - \frac{v_\parallel^2}{c'^2}}}{\left(1 - \frac{v_\parallel}{c'} \cos\theta\right) l} \tag{6}$$

и обозначая $\delta = \frac{\frac{v_\perp}{c'}}{\sqrt{1 - \frac{v_\parallel^2}{c'^2}}}$, $l = \operatorname{sign}\left(1 - \frac{v_\parallel}{c'} \cos\theta\right)$ перепишем формулу (5) в виде

$$dW_p(\nu, \theta_0) = \left(\frac{ev_\perp}{cR}\right)^2 \frac{\mu\nu^2 c'}{\left|1 - \frac{v_\parallel^2}{c'^2}\right|} \left|1 + \frac{v_\parallel}{c'} \cos\theta_0\right| \left\{ J_\nu^2 (\nu\delta \sin\theta_0) \operatorname{ctg}^2\theta_0 \begin{pmatrix} \cos^2\chi \\ \sin^2\chi \end{pmatrix} + \right.$$

$$+ \delta^2 J_\nu'^2 (\nu\delta \sin\theta_0) \begin{pmatrix} \sin^2\chi \\ \cos^2\chi \end{pmatrix} + \delta l \operatorname{ctg}\theta_0 J_\nu (\nu\delta \sin\theta_0) \begin{pmatrix} +1 \\ -1 \end{pmatrix} \times$$

$$\left. \times J_\nu' (\nu\delta \sin\theta_0) \sin 2\chi \sin\psi \right\} \sin\theta_0 d\theta_0. \tag{7}$$

Формулы (5) или (7) являются обобщением известных результатов [1—4, 8, 9] на случай излучения заряженной частицей, движущейся по винтовой линии в среде. Полагая в (4) $\chi = \frac{\pi}{4}$, $\psi = \frac{\pi}{2}$, получаем соответствующий результат в [7]. Используем (7) для подсчета компонент вектора поляризации $\vec{P}$ излучения с круговой частотой $\omega_0\nu$ [5]:

$$P_1 = \frac{\operatorname{ctg}^2\theta_0 J_\nu^2 - \delta^2 J_\nu'^2}{\operatorname{ctg}^2\theta_0 J_\nu^2 + \delta^2 J_\nu'^2}, \quad P_2 = 0, \quad P_3 = \frac{2l\delta \operatorname{ctg}\theta_0 J_\nu' J_\nu}{\operatorname{ctg}^2\theta_0 J_\nu^2 + \delta^2 J_\nu'^2}. \tag{8}$$

Отсюда для степени поляризации излучения находим

$$P = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + P_3^2} = 1. \tag{9}$$

Для определения спектральной плотности излучения следует в (7) провести интеграцию по θ_0, ограничившись вещественными δ, т. е. условием $c' > v_\parallel$:

$$W_p(\nu) = \left(\frac{ev_\perp}{cR}\right)^2 \frac{\mu\nu^2 c'}{1 - \frac{v_\parallel^2}{c'^2}} \left\{ \begin{pmatrix} \cos^2\chi \\ \sin^2\chi \end{pmatrix} \left[2 \int_0^{2\nu\delta} \frac{J_{2\nu}(x)}{x} dx - \frac{1}{\nu\delta} \int_0^{2\nu\delta} J_{2\nu}(x)\, dx \right] + \right.$$

$$+ \begin{pmatrix} \sin^2\chi \\ \cos^2\chi \end{pmatrix} \left[2\left(\frac{\delta}{\nu}\right) J_{2\nu}'(2\nu\delta) + \left(\frac{\delta}{\nu}\right) \int_0^{2\nu\delta} J_{2\nu}(x)\, dx - 2 \int_0^{2\nu\delta} \frac{J_{2\nu}(x)}{x} dx \right] +$$

$$+\begin{pmatrix}+1\\-1\end{pmatrix}\sin 2\chi\,\sin\psi\left(\frac{v_{\parallel}}{\delta c'}\right)\nu^{-2}\int\limits_0^{2\nu\delta} J_{2\nu}(x)\,dx\Bigg\}. \tag{10}$$

При $\chi=\frac{\pi}{4}$, $\psi=\frac{\pi}{2}$ (разложение в (2) на состояния с круговой поляризацией) в случае движения по винтовой линии $W_g(\nu)\neq W_f(\nu)$ в отличие от случая движения по окружности [3]. Спектральное распределение суммарной интенсивности дается формулой

$$W(\nu)=\sum_{p=g,f} W_p(\nu)=\frac{\mu}{n^3}\,\frac{e^2\delta^3}{R^2}\,c\nu\left\{2J_{2\nu}'(2\nu\delta)+(1-\delta^{-2})\int\limits_0^{2\nu\delta} J_{2\nu}(x)\,dx\right\}. \tag{11}$$

Формула (11) является обобщением основной формулы (10) работы [8], полученной для случая движения по окружности в изотропной среде, и отличается от нее заменой $\beta\to\delta$. Находим выражение для полной интенсивности излучения в среде без дисперсии и при условии $c'>v_{\parallel}$:

$$W=\sum_{\nu=1}^{\infty} W(\nu)=\frac{2}{3}\,\frac{\mu}{n^3}\left(\frac{e}{R}\right)^2\frac{\delta^4 c}{(1-\delta^2)^2}. \tag{12}$$

В заключение авторы благодарят проф. А. А. Соколова за обсуждение результатов настоящего сообщения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Иваненко Д. Д., Соколов А. А. Классическая теория поля. М.— Л., Гостехтеориздат, 1951.
2. Соколов А. А. Введение в квантовую электродинамику. М., Физматгиз, 1958.
3. Сб. «Синхротронное излучение». М., «Наука», 1966.
4. Соколов А. А., Жуковский и др. «Изв. вузов», физика, № 2, 107, 1969.
5. Сб. «Методы определения основных характеристик атомных ядер и элементарных частиц», гл. 3. М., «Мир», 1965.
6. Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. М., Физматгиз, 1959.
7. Эйдман В. Я. ЖЭТФ, **34**, 131, 1958; ЖЭТФ, **36**, 1335, 1959.
8. Цытович В. Н. «Вестн. Моск. ун-та», мат., мех., астрон., физ., химия, № 11, 27, 1951.
9. Kitao K. Progr. Theoret. Phys., **23**, 759, 1960.
10. Куканов А. Б., Амер А. «Изв. вузов», физика, № 12, 21, 1969.
11. Куканов А. Б., Давыдов В. Н. «Оптика и спектроскопия», **29**, № 9, 852, 1970.

Поступила в редакцию
15.7 1970 г.

Кафедра
теоретической физики

УДК 534.2

В. В. БЕЛЫЙ

О ШИРИНЕ ЛИНИИ ЗВУКОВОГО ГЕНЕРАТОРА

В работе Уайта и Ванга [1] наблюдалась генерация ультразвуковых волн в пьезополупроводнике CdS. Причем спектральная линия генерируемого звукового сигнала оказалась очень узкой $\left(\frac{\Delta\omega}{\omega}<10^{-6}\right)$. В связи с этим вызывает интерес вычисление естественной спектральной ширины линии генерируемого звукового сигнала.

Для расчета флуктуаций в качестве исходных будем использовать уравнения упругости, поля и среды.

Чтобы не писать громоздких тензорных обозначений, будем рассматривать случай простейшей геометрии, когда продольный или поперечный звук распространяется вдоль какой-нибудь оси симметрии кристалла (ось x)

$$\rho\ddot{u}=\lambda\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\beta\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\eta\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\omega_0^2\rho u^T,$$