Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 2 — 1971

УДК 539.12.01

А. Н. САФРОНОВ

ИЗЛУЧЕНИЕ ФОТОНА ПРИ СЛАБОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЛЕПТОНОВ

В рамках теории универсального слабого взаимодействия исследуются свойства тормозного излучения, сопровождающего нейтринную аннигиляцию поляризованных лептонов. Фотоны, образующиеся в рассматриваемом процессе, в принципе могут дать сведения о вершине четырехфермионного взаимодействия. Их угловое и энергетическое распределения, а также поведение сечения при больших энергиях сильно зависят от поляризационных состояний начальных частиц.

Известно, что в теории универсального слабого взаимодействия преполагается существование взаимодействия вида $(l\bar{\nu})$ $(\bar{\nu}'l)$, где $l=e$, μ [1]. Единственным экспериментально известным процессом, обязанным такого типа взаимодействию, является распад мю-мезона. Экспериментальное подтверждение гипотезы о существовании прямого электрон-нейтринного взаимодействия имеет фундаментальное значение как для самой теории слабого взаимодействия, так и для ряда ее приложений. Сам факт существования четырехфермионного взаимодействия между лептонами может иметь далеко идущие последствия для взаимодействия частиц высоких энергий.

Основные процессы, в которых может проявиться взаимодействие $(\bar{l}\nu)\overline{(\nu'l)}$, — рассеяние нейтрино лептоном

$$\nu+l\to l'+\nu' \tag{1}$$

и аннигиляция типа

$$\widetilde{l'}+l\to\nu+\nu'. \tag{2}$$

Отметим, что, по-видимому, единственным способом изучения динамики этого взаимодействия вплоть до критической энергии сталкивающихся частиц, когда слабое взаимодействие может стать сильным, являются опыты на встречных пучках. Использование с этой целью реакции (1) в лабораторной системе потребовало бы фантастической энергии нейтринного пучка $E\sim10^9$ *Гэв*. В отношении $(\bar{e}\nu)(\bar{\nu}\mu)$-взаимодействия можно заметить, что даже пороговая энергия нейтрино для образования мю-мезона по реакции (1) составляет ~11 *Гэв*. Получение нейтрино такой энергии и необходимой интенсивности, например, на протонном ускорителе привело бы к необходимости иметь протонный пучок энергии ~250 *Гэв* при интенсивности $\sim10^{14}$ протонов X *сек*$^{-1}$ (см., например, [2]).

Процесс (2) в этом отношении мог бы оказаться более благоприятным вследствие того, что возможна его реализация на встречных пучках. В с. ц. и. указанная критическая энергия составляет $\sim 10^3$ *Гэв.* К сожалению, прямое наблюдение этой реакции практически невозможно ввиду трудностей с детектированием нейтрино.

В связи с изложенным представляются интересными процессы слабого взаимодействия с испусканием фотонов.

Здесь мы рассмотрим свойства электромагнитного излучения, сопровождающего процесс (2), с учетом поляризационных состояний аннигилирующих лептонов

$$\widetilde{l}' + l \to \nu + \widetilde{\nu}' + \gamma. \tag{3}$$

Фотоны, образующиеся в этой реакции, в принципе могут дать сведения о вершине слабого взаимодействия, а поляризационные эффекты можно использовать для выделения рассматриваемого процесса на фоне конкурирующих: электромагнитной аннигиляции и тормозного излучения, сопровождающего рассеяние лептона на лептоне. Без учета поляризационных эффектов ранее этот процесс был рассмотрен в работах [3] (см. также [7]).

В настоящей работе предполагается справедливость контактного $(V—A)$-взаимодействия для всех энергий, где применима теория возмущений. Ситуация может существенно меняться, если само взаимодействие меняет вид при переходе к большим энергиям (например, благодаря промежуточному w-мезону).

Процесс (3) в низшем порядке теории возмущений описывается двумя фейнмановскими диаграммами комптоновского типа. Матричный элемент, соответствующий этим диаграммам, принимая во внимание соотношения Фирца, можно представить в виде [1]

$$M = \frac{eG}{\sqrt{2}} \Big[\bar{v}(p_2) | \gamma_\mu (1+\gamma_5)(m - \hat{p}_1 + \hat{\varkappa})^{-1} \hat{a} +$$

$$+ \hat{a}(\mu + \hat{p}_2 - \hat{\varkappa})^{-1} \gamma_\mu (1+\gamma_5) | u(p_1) \Big] [\bar{u}(k_1)\gamma_\mu (1+\gamma_5) v(k_2)], \tag{4}$$

где $\varkappa = (\omega, \vec{\varkappa})$—4-импульс фотона, a—4-вектор его поляризации; p_1, p_2, k_1 и k_2—4-импульсы соответственно лептона, антилептона, нейтрино и антинейтрино; m и μ — массы лептона и антилептона. Учет спиновых состояний аннигилирующих лептонов будем проводить методом релятивистской спиновой матрицы плотности (см., например, [4]), которую в нашем случае удобно записать в следующей форме:

$$\Lambda = \frac{1}{4}\left\{\left(1 + \frac{1}{2m}\hat{\eta}^{(+)}\right)(1+\gamma_5)\hat{\eta}^{(-)} + \left(1 + \frac{1}{2m}\hat{\eta}^{(-)}\right)(1-\gamma_5)\hat{\eta}^{(+)}\right\}, \tag{5}$$

где $\eta^{(\pm)} = p \pm ms$, причем s — обычный 4-вектор спина:

$$s = \left\{ \frac{(\vec{p}\vec{\xi})}{m},\ \vec{\xi} + \frac{\vec{p}(\vec{p}\vec{\xi})}{m(E+m)} \right\},$$

где $\vec{\xi}$ — единичный трехмерный спиновый вектор. Легко видеть, что введенные здесь 4-векторы $\eta^{(+)}$ и $\eta^{(-)}$ являются нуль-векторами, т. е. $(\eta^{(+)})^2 = (\eta^{(-)})^2 = 0$. Удобство использования этих векторов заключается в том, что при вычислении квадрата матричного элемента в матрице

---

[1] В работе используется система единиц $c = \hbar = 1$ и метрика $(ab) = a_0 b_0 - \vec{a}\vec{b}$.

плотности лептона дает вклад только один член, содержащий лишь 4-вектор $\eta^{(-)}$, а в матрице плотности антилептона — только член, содержащий $\eta^{(+)}$.

Вычисляя квадрат матричного элемента, просуммированный по поляризациям фотона, получим

$$\sum|M|^2 = -32e^2G^2\Big\{t^2(k_1\eta_1^{(-)})(k_2\eta_2^{(+)}) + \frac{(\varkappa\eta_1^{(-)})}{(\varkappa p_1)}(k_1t)(k_2\eta_2^{(+)}) - \frac{(\varkappa\eta_2^{(+)})}{(\varkappa p_2)}(k_1\eta_1^{(-)})(k_2t) - \left[\frac{(t\eta_1^{(-)})}{(\varkappa p_1)} + \frac{(\varkappa\eta_1^{(-)})}{(\varkappa p_1)^2}\right](k_1\varkappa)(k_2\eta_2^{(+)}) + \left[\frac{(t\eta_2^{(+)})}{(\varkappa p_2)} - \frac{(\varkappa\eta_2^{(+)})}{(\varkappa p_2)^2}\right](k_1\eta_1^{(-)})(k_2\varkappa)\Big\}, \tag{6}$$

где $t = p_1(\varkappa p_1)^{-1} - p_2(\varkappa p_2)^{-1}$, $\eta_1^{(-)} = p_1 - ms_1$, $\eta_2^{(+)} = p_2 + \mu s_2$, знак Σ означает суммирование по поляризациям фотона.

Интегрируя варажение (6) по импульсам нейтрино и антинейтрино, найдем дифференциальное сечение рождения фотонов в реакции (3), записанное в релятивистски инвариантной форме с учетом произвольных поляризаций аннигилирующих частиц

$$d\sigma = \frac{\alpha G^2}{48\pi^3}[m^2\mu^2 - (p_1p_2)^2]^{-1/2}\Big\{t^2[q^2(\eta_1^{(-)}\eta_2^{(+)}) + 2(q\eta_1^{(-)})(q\eta_2^{(+)})] + \frac{(\varkappa\eta_1^{(-)})}{(\varkappa p_1)}[q^2(t\eta_2^{(+)}) + 2(qt)(q\eta_2^{(+)})] - \frac{(\varkappa\eta_2^{(+)})}{(\varkappa p_2)}[q^2(t\eta_1^{(-)}) + 2(qt)(q\eta_1^{(-)})] - \left[\frac{(t\eta_1^{(-)})}{(\varkappa p_1)} + \frac{(\varkappa\eta_1^{(-)})}{(\varkappa p_1)^2}\right][q^2(\varkappa\eta_2^{(+)}) + 2(q\varkappa)(q\eta_2^{(+)})] + \left[\frac{(t\eta_2^{(+)})}{(\varkappa p_2)} - \frac{(\varkappa\eta_2^{(+)})}{(\varkappa p_2)^2}\right][q^2(\varkappa\eta_1^{(-)}) + 2(q\varkappa)(q\eta_1^{(-)})]\Big\}\frac{d\vec{\varkappa}}{\omega}, \tag{7}$$

где $q = p_1 + p_2 - \varkappa$.

Переходя в с. ц. и., по лученную формулу (7) запишем в трехмерной форме. Для этого положим $p_1 = (E_1, \vec{p})$ $p_2 = (E_2, -\vec{p})$. Тогда

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon\, d\Omega} = \frac{\alpha G^2}{48\pi^3}\frac{E^2}{u}\{(1 - v_1\cos\theta)^{-2}(A_{12} + \rho_1B_{12} + \rho_2C_{12} + \rho_1\rho_2D_{12}) + (1 + v_2\cos\theta)^{-2}(A_{21} + \rho_1C_{21} + \rho_2B_{21} + \rho_1\rho_2D_{21}) + (1 - v_1\cos\theta)^{-1}\times(1 + v_2\cos\theta)^{-1}(L + \rho_1H_{21} + \rho_2H_{12} + \rho_1\rho_2R)\}, \tag{8}$$

$$\rho_i = 1 - (\vec{n}\vec{n}_i),$$

где E — энергия системы; ε — энергия фотона в единицах ее максимального значения; $\vec{n}$ — единичный вектор в направлении импульса излученного фотона, а θ — угол, который образует этот вектор с направлением движения лептона; v_1 и v_2 — скорости сталкивающихся частиц, $u = v_1 + v_2$; $\vec{n}_1$ и $\vec{n}_2$ представляют собой единичные векторы соответственно в направлениях $\vec{\eta}_1^{(-)}$ и $\vec{\eta}_2^{(+)}$. A_{12}, B_{12} и т. д. — некоторые величины, не зависящие от направления импульса фотона. Они приведены в приложении 1, причем выражения с измененным порядком индексов могут быть получены из выписанных заменой в них величин, относящихся к l, на соответствующие величины, относящиеся к $\tilde{l}(E_1 \leftrightarrow E_2,\ \vec{p}_1 \leftrightarrow -\vec{p}_2,\ \vec{\xi}_1 \leftrightarrow \vec{\xi}_2)$. При изменении энергии сталкивающихся частиц эти величины меняются в конечных пределах. Входящие в выражение (8) скалярные произведения $(\vec{n}\vec{n}_1)$ и $(\vec{n}\vec{n}_2)$ связаны с углами вылета фотона и направлениями единичных трехмерных векторов спина лептона $\vec{\xi}_1$ и антилептона $\vec{\xi}_2$ соотношениями

$$(\vec{n}\vec{n}_1) = \frac{1}{1-v_1 s_1}\left[(v_1 - s_1)\cos\theta - \sqrt{1-v_1^2}\sqrt{1-s_1^2}\sin\theta\cos\varphi\right], \tag{9}$$

$$(\vec{n}\vec{n}_2) = \frac{1}{1+v_2 s_2}\left[-(v_2 + s_2)\cos\theta + \sqrt{1-v_2^2}\sqrt{1-s_2^2}\sin\theta\cos(\varphi-\chi)\right],$$

где $s_1 = \dfrac{(\vec{\xi}_1\vec{p}_1)}{|\vec{p}_1|}$, $s_2 = \dfrac{(\vec{\xi}_2\vec{p}_2)}{|\vec{p}_2|}$, φ — азимутальный угол вылета фотона, отсчитываемый от плоскости векторов $\vec{p}_1, \vec{\xi}_1$, а χ — угол между этой плоскостью и плоскостью векторов $\vec{\xi}_2,\ \vec{p}_2$.

Спектр излучаемых фотонов найдем интегрированием выражения (8) по углам θ и φ. Выражение, которое получается при этом, можно записать в форме

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{\alpha G^2 E^2}{24\pi^2 u}\{F_0 - s_1 F_{21} + s_2 F_{12} - s_1 s_2 F_3 + \zeta_1\zeta_2 F_4\cos\chi\}. \tag{10}$$

Величины F_0, F_{12} и т. д. приведены в приложении 2.

Перейдем к анализу полученных формул в ультрарелятивистском пределе. Дифференциальное сечение (8) в этом случае принимает вид

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon\, d\Omega} \cong \frac{\alpha G^2 E^2}{24\pi^3}(1-\varepsilon)\Bigg\{(1-s_1)(1+s_2)\left[\frac{2}{\sin^2\theta + \gamma^2\cos^2\theta}\left(2\,\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} + \varepsilon\right) - \right.$$
$$\left. - \frac{4\gamma^2(1-\varepsilon)}{\varepsilon(\sin^2\theta + \gamma^2\cos^2\theta)^2} - \varepsilon\right] + \varepsilon\gamma^2\left[\frac{s_1(1+s_2)}{(1-\sqrt{1-\gamma^2}\cos\theta)^2} - \right.$$
$$\left. - \frac{s_2(1-s_1)}{(1+\sqrt{1-\gamma^2}\cos\theta)^2}\right] + \gamma(1-\varepsilon)\sin\theta\left[\frac{(1-s_1)\sqrt{1-s_2^2}\cos(\varphi-\chi)}{(1+\sqrt{1-\gamma^2}\cos\theta)^2} - \right.$$
$$\left. - \frac{(1+s_2)\sqrt{1-s_1^2}\cos\varphi}{(1-\sqrt{1-\gamma^2}\cos\theta)^2}\right]\Bigg\}, \tag{11}$$

где $\gamma = m/E_{1,2}$, причем при получении этого выражения мы предполагали, что начальные частицы полностью поляризованы, т. е. $\vec{\xi}_{1,2}^{\,2} = 1$, а направления векторов $\vec{\xi}_{1,2}$ произвольны.

Излучение в ультрарелятивистском пределе в основном сосредоточивается в конусе с углом раствора $\Delta\theta \sim \gamma$ вблизи оси столкновения. Отметим, что поперечная поляризация аннигилирующих лептонов оказывает существенное влияние на распределение фотонов внутри этого конуса (т. е. для $\theta \lesssim \gamma$ и $\theta - \pi \lesssim \gamma$). Поперечная поляризация приводит к асимметрии в распределении по углу φ. Например, в середине фотонного спектра (при $\varepsilon \simeq 0{,}5$) степень асимметрии в максимуме достигает величины $\sim 0{,}47$. Из формулы (11) также следует, что поперечная поляризация лептона ответственна за аксиальную асимметрию для углов $\theta \leqslant \gamma$, а антилептона — для $\theta - \pi \leqslant \gamma$. Рассматриваемый эффект обязан несохранению пространственной четности слабым взаимодействием. Подобная асимметрия, например, не может возникнуть в процессах, обусловленных только электромагнитным взаимодействием.

Изучение взаимодействия поперечно поляризованных электронов и позитронов интересно потому, что соответствует реальной ситуации, возникающей в опытах на встречных электрон-позитронных пучках в накопительных кольцах. Электроны и позитроны, двигаясь по замкнутым орбитам в магнитном поле, почти полностью поляризуются вдоль магнитного поля благодаря синхротронному излучению [5].

В случае, когда начальные частицы полностью продольно поляризованы, при $s_1 = -s_2 = 1$ (если $s_1 = -s_2 = 1$, полное сечение исчезающе мало) излучение симметрично относительно плоскости, перпендикулярной оси столкновения, а при $s_1 = s_2 = 1$ (аналогично $s_1 = s_2 = -1$) распределение по углу θ обладает сильной асимметрией: почти все фотоны излучаются в направлении спина лептона (или антилептона).

Интегрируя выражение (11) по углу θ, получим

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon d\varphi} \cong \frac{\alpha G^2 E^2}{12\pi^3}(1-\varepsilon)\left\{(1-s_1)(1+s_2)\left[2\frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon}+\varepsilon\right]\left(2\ln\frac{E}{m}-1\right)+\right.$$
$$+\varepsilon\left[s_1(1+s_2)-s_2(1-s_1)\right]+$$
$$\left.+\frac{\pi}{2}(1-\varepsilon)\left[(1-s_1)\sqrt{1-s_2^2}\cos(\varphi-\chi)-(1+s_2)\sqrt{1-s_1^2}\cos\varphi\right]\right\}. \quad (12)$$

Структуру этого выражения легко понять, исходя из общих свойств $(V-A)$-взаимодействия. Как известно, в процессах, обязанных только слабому лептон-лептонному взаимодействию, из всех матричных элементов, соответствующих различным поляризациям начальных и конечных частиц при высоких энергиях, отличным от нуля окажется лишь один, когда каждый из лептонов полностью поляризован против своего импульса, а каждый из антилептонов — по импульсу. Следовательно, сечение бесфотонного процесса (2) в ультрарелятивистском пределе будет отлично от нуля, когда $s_1 = -1$, $s_2 = 1$. С ростом энергии системы, в с. ц. и. оно растет пропорционально $\sim E^2$. Как видно из (12), при аннигиляции лептонов в этом состоянии по реакции (3) излучаются в основном мягкие фотоны, так как соответствующая часть дифференциального сечения имеет «инфракрасную» особенность $\sim \frac{1}{\varepsilon}$, а энергетическая зависимость дополнительно содержит логарифмически растущий множитель $\ln E/m$. Остальные члены в выражении (12) имеют спиновую зависимость, специфически связанную в рассматриваемом процессе с излучением фотона. Они не содержат особенность инфракрасного типа $1/\varepsilon$, и, следовательно, их влияние может быть существенно только в жесткой части спектра. С ростом энергии системы эти члены имеют такую же асимптотику, как и сечение бесфотонного процесса, т. е. $\sim E^2$.

Последнее замечание относится, в частности, к той части дифференциального сечения, которая учитывает влияние поперечной поляризации. Из (12) следует, что среднее по углу ϑ значение аксиальной асимметрии излучения логарифмически падает с ростом энергии и, например, при очень больших энергиях $E \sim 10^2 \div 10^3$ *Гэв* составляет несколько процентов.

В случае продольной поляризации $s_1=s_2=1$ (или $s_1=s_2=1$) сечение радиационного процесса пропорционально E^2 (сечение бесфотонного процесса (2) при этом в ультрарелятивистском пределе равно нулю). Дифференциальное сечение для указанной поляризации имеет максимум в средней части спектра (при $\varepsilon=0{,}5$).

Далее мы рассмотрим для полноты другой предельный случай — аннигиляцию поляризованных лептонов в пределе малых скоростей. Формула (8) в этом случае принимает вид

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon d\Omega}=\frac{\alpha G^2}{192\pi^3}\frac{(\mu+m)^2}{u}\varepsilon\{2\lambda_1^2[1+(\vec{n}\vec{\xi}_1)]+2\lambda_2^2[1-(\vec{n}\vec{\xi}_2)]+$$
$$+(\lambda_1^2+\lambda_2^2)(1-2\varepsilon)[1+(\vec{n}\vec{\xi}_1)][1-(\vec{n}\vec{\xi}_2]\} \qquad (13)$$

(λ_1, λ_2 см. приложение 1). При поглощении мю-мезона электроном по реакции (3) частицы обладают существенно различными массами, вследствие чего сечение определяется членом, пропорциональным $\lambda_1^2\simeq\left(\frac{\mu}{m}\right)^2$. В этом случае излучение фотона происходит преимущественно в направлении вектора спина электрона; корреляция импульса фотона со спином мю-мезона определяет спектр испущенных фотонов.

Приведем также распределение фотонов по энергиям в нерелятивистской области

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon}=\frac{\alpha G^2}{144\pi^2}\frac{(\mu+m)^2}{u}\varepsilon(\lambda_1^2+\lambda_2^2)[3(3-2\varepsilon)-(1-2\varepsilon)(\vec{\xi}_1\vec{\xi}_2)]. \qquad (14)$$

Полное сечение радиационного поглощения мю-мезона электроном по реакции (3) в нерелятивистском пределе примерно в $\sim 6{,}7$ раза превосходит сечение соответствующего нерадиационного процесса (2) (последний процесс был подробно рассмотрен, например, в работе [6]). Это связано с тем, что в выражении (14) по сравнению с сечением нерадиационного процесса присутствует множитель $\lambda_1^2\simeq$ $\simeq(\mu/m)^2\simeq 4\cdot 10^4$, который не только компенсирует параметр $\alpha=\frac{1}{137}$, но и приводит к значительному преобладанию радиационного процесса. Следовательно, аннигиляция μ^+e^--пары в атоме мюония определяется реакцией (3).

Если нас интересует полное сечение образования фотонов в некотором участке спектра с верхней и нижней границами ε_1 и ε_2 соответственно, то следует проинтегрировать приведенные выше выражения в этих пределах.

Укажем, что дифференциальное сечение фотонейтринного процесса

$$\gamma+l\to l'+\nu+\tilde{\nu}'$$

с поляризованными лептонами может быть получено из имеющегося в данной работе выражения квадрата матричного элемента (6) заменой $p_1\to p_1$, $p_2\to -p_2$, $\varkappa\to-\varkappa$, $k_1\to k_1$, $k_2\to k_2$.

В заключение отметим, что на встречных электрон-позитронных пучках наряду с рассматриваемой в настоящей работе реакцией могут реализоваться и процессы более высокого порядка по электромагнитному взаимодействию, сечения которых в определенной области энергий превышают сечения соответствующих процессов, обязанных лишь слабому взаимодействию (см., например, работы [7, 8]).

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

$$A_{12} = \gamma_1^2 \left[\beta_1\beta_2 + \beta_3\beta_4 + \lambda_1\beta_4 + \zeta_1\zeta_2 \cos\chi - \frac{1}{\varepsilon}(\beta_1\beta_2 + 3\beta_3\beta_4 + \zeta_1\zeta_2\cos\chi)\right];$$

$$B_{12} = \frac{1}{2}\beta_3 \{v_1\lambda_1\beta_2(\varepsilon - 1) + \beta_4[2\gamma_1^2 + \lambda_1(\varepsilon\lambda_1 + \varepsilon - 3)]\} \equiv \beta_3(b_{12} + b'_{12}s_2);$$

$$C_{12} = \frac{1}{2}\beta_4\gamma_1^2[\lambda_1(1 - 2\varepsilon) + 2\beta_3] \equiv \beta_4\gamma_1^2(c_{12} - c'_{12}s_1);$$

$$D_{12} = \frac{\varepsilon}{4}\beta_3\beta_4[2\lambda_1 - 2\gamma_1^2 + \lambda_1^2(1 - 2\varepsilon)] \equiv d_{12}\beta_3\beta_4;$$

$$H_{12} = \frac{1}{2}\beta_4[\lambda_2\gamma_1^2(1 - \varepsilon) - \lambda_1(1 - 2\varepsilon)(v_2\beta_1 + \beta_3) + 2\beta_3(\lambda_2 - 2w)] \equiv$$

$$\equiv \beta_4(h_{12} - h'_{12}s_1);$$

$$L = -2w(\beta_1\beta_2 + \beta_3\beta_4 + \zeta_1\zeta_2\cos\chi) + \frac{2w}{\varepsilon}(\beta_1\beta_2 + 3\beta_3\beta_4 + \zeta_1\zeta_2\cos\chi) -$$

$$- \lambda_1\beta_4(v_2\beta_1 + \beta_3) - \lambda_2\beta_3(v_1\beta_2 + \beta_4);$$

$$R = \frac{\varepsilon}{2}\beta_3\beta_4[\gamma_1^2(1 - \lambda_2) + \gamma_2^2(1 - \lambda_1)] \equiv r\beta_3\beta_4;$$

где $\beta_{1,2} = v_{1,2} \mp s_{1,2}$; $\beta_{3,4} = 1 \mp v_{1,2}s_{1,2}$; $\gamma_{1,2} = \sqrt{1 - v_{1,2}^2}$; $\zeta_{1,2} =$

$$= \gamma_{1,2}\sqrt{1 - s_{1,2}^2}; \quad \lambda_{1,2} = \frac{E}{E_{1,2}}; \quad w = 1 + v_1v_2; \quad s_{1,2} = \frac{(\vec{\xi}_{1,2}\vec{p}_{1,2})}{|\vec{p}_{1,2}|}.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

$$F_0 = f_0^{(12)} + f_0^{(21)};$$

$$f_0^{(12)} = (b_{12} + d_{12} + h_{12})(\Phi_1 + 2) + c_{12}\left(2w - \frac{v_2}{v_1}\gamma_1^2\Phi_1\right) + \frac{v_2}{v_1}d_{12}\Phi_1 +$$

$$+ (wI - 2)\left(\frac{2 + w}{\varepsilon} - w - \lambda_1\right) + r;$$

$$F_3 = f_3^{(12)} + f_3^{(21)},$$

$$f_3^{(12)} = \frac{b'_{12}}{v_1}\Phi_1 + d_{12}\left[\frac{1}{v_1^2}(w + \gamma_1^2)\Phi_1 - 2\right] + h'_{12}\left[2v_2 + \frac{1}{u}(w\Phi_1 - \gamma_2^2\Phi_2)\right] +$$

$$+ (wI - 2)\left[\frac{3w - 2}{\varepsilon} - w\right) - \gamma_1^2\Phi_1 + u^2(1 - I) + r\left(v_1v_2 - \frac{w}{u}\frac{\gamma_1^2}{v_1}\Phi_1\right);$$

$$F_4 = f_4^{(12)} + f_4^{(21)};$$

$$f_4^{(12)} = \frac{d_{12}}{v_1^2}\Phi_1 + \frac{r}{2}\left(1 - \frac{1}{u}\frac{\gamma_1^2}{v_1}\Phi_1\right) + (wI - 2)\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon};$$

$$F_{12} = b'_{12}(\Phi_1 + 2) + \frac{b_{21}}{v_2}\Phi_2 + C_{12}\left(2u - \frac{\gamma_1^2}{v_1}\Phi_1\right) + d_{12}\left(2v_2 + \frac{w}{v_1}\Phi_1\right) +$$

$$+ d_{21}\left[\frac{1}{v_2^2}(u+v_1\gamma_2^2)\Phi_2-2v_1\right]+h_{12}\left[2v_2+\frac{1}{u}(w\Phi_1-\gamma_2^2\Phi_2)+\right.$$

$$\left.+h'_{21}(\Phi_2+2)+r\left(2v_2-\frac{\gamma_2^2}{v_2}\Phi_2\right)+(wI-2)\left[\frac{2}{\varepsilon}(u+2v_2)-3u\right]+\right.$$

$$+2wv_2-uI\lambda_2-v_1\gamma_2^2\Phi_2;$$

$$\Phi_{1,2}=\frac{1}{v_{1,2}}\ln\frac{1+v_{1,2}}{1-v_{1,2}}-2;\quad I=\frac{1}{u}\ln\frac{(1+v_1)(1+v_2)}{(1-v_1)(1-v_2)}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Feynman R. P., Gell-Mann M. Phys. Rev., **109**, 193, 1958.
2. Барашенков В. С., Мальцев В. М. «Атомная энергия», **13**, 221, 1962.
3. Джафаров И. Г., Сафронов А. Н. «Ядерная физика», **5**, 384, 1967; Сафронов А. Н. «Ядерная физика», **6**, 114, 1967; Сафронов А. Н. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 6, 25, 1967.
4. Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. М., Физматгиз, 1969.
5. Тернов И. М., Лоскутов Ю. М., Коровина Л. И. ЖЭТФ, **41**, 1295, 1961; Соколов А. А., Тернов И. М. ДАН СССР, **153**, 1052, 1963.
6. Gorge V. Helv. Phys. acta., **34**, 629, 1961.
7. Иоффе Б. Л., Окунь Л. Б., Рудик А. П. ЖЭТФ, **47**, 1905, 1964.
8. Бадалян А. М. «Ядерная физика», **1**, 309, 1965.

Поступила в редакцию
20.7 1969 г.

Кафедра
теоретической физики