Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 2 — 1971

УДК 535.214

В. Б. БРАГИНСКИЙ, В. А. КУЗНЕЦОВ, В. Н. РУДЕНКО

МЕХАНИЧЕСКИЙ ОСЦИЛЛЯТОР В СВЕТОВОМ ПОТОКЕ

Проведено экспериментальное исследование эффектов световой жесткости и радиометрической колебательной неустойчивости.

Высокая чувствительность при измерении малых сил (или моментов сил) в макроскопических опытах может быть достигнута, если существенно уменьшить диссипативную связь между пробным телом и лабораторией (см. [1]). При создании высокодобротных механических осцилляторов, помещенных в вакуум, возникают эффекты, существенно влияющие на динамические характеристики этих осцилляторов. Двум из этих эффектов и посвящена настоящая работа.

§ 1. Эффект световой жесткости

Неоднородный световой поток вносит в линейный механический осциллятор дифференциальную жесткость

$$K_{CB} \simeq \left(\frac{1+R}{c}\right)\frac{\partial N(r)}{\partial r},$$

где R — коэффициент отражения массы осциллятора, $N(r)$ — мощность светового потока, c — скорость света. Добавочную дифференциальную жесткость, вызванную световым давлением, можно получить и в однородном потоке, но для крутильного осциллятора. Изменение периода собственных колебаний осциллятора, вызванное этим эффектом, легко наблюдать в лабораторных условиях.

На рис. 1 изображена принципиальная схема (вид сверху), использованная для измерения эффекта световой жесткости. Крутильный осциллятор представлял собой легкую гантель из кварца (длиной 12 *см* и диаметром 100 *мкн*), на концах гантели были укреплены две лопатки (1 *см*$\times$1 *см*) из алюминиевой фольги. Такая гантель подвешивалась в эвакуированном объеме на вольфрамовой нити (диаметром 6 *мкн* и 30 *см* длиной). Вакуум в колбе мог варьироваться от $2\cdot10^{-4}$ до $1\cdot10^{-7}$ *мм рт. ст.* Ясно, что однородные световые потоки в направлении aa' создают отрицательную световую жесткость, а в направлении bb' — положительную.

На рис. 2 представлена зависимость периода собственных колебаний (τ_0) этого маятника от давления при разных плотностях световых потоков. Направление потоков bb', т. е. в маятник привносилась положительная жестокость. Кривой *1* соотвестствует плотность потоков, равная нулю, кривым *2*, *3*, *4*, *5* — соответственно 0,2; 0,5; 1,3 и 1,7 *вт/см*^{2}. Как видно из рис. 2, без световых потоков период собственных колебаний не зависит от давления вплоть до $2\cdot10^{-4}$ *мм рт. ст.* и составляет около $\tau_0 \simeq 380$ *сек.* С ростом мощности светового потока период сокращается вплоть до $|\tau|_{CB} \simeq$ $\simeq 60$ *сек* (при плотности потока

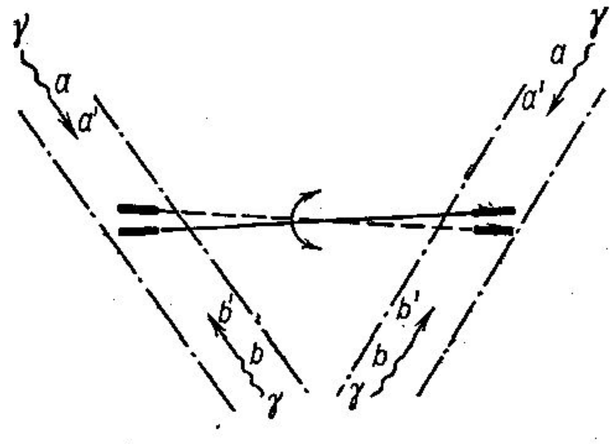

Рис. 1

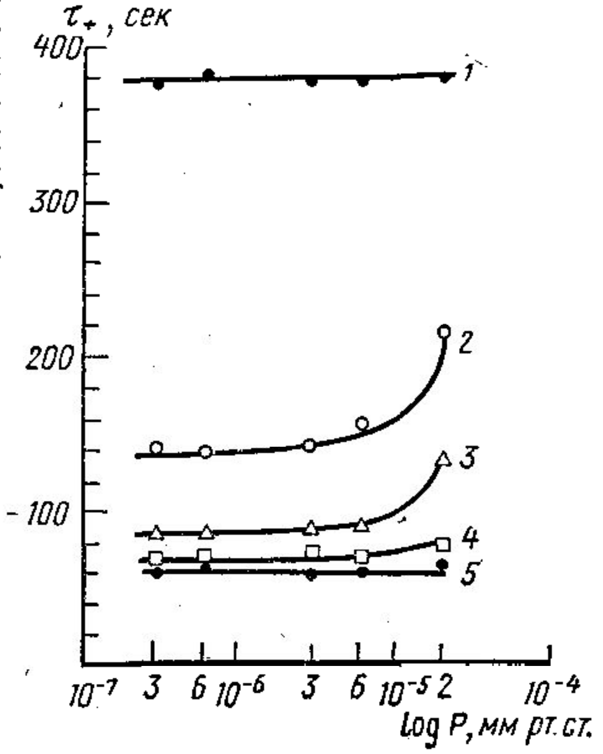

Рис. 2

$W \simeq 1{,}7$ *вт/см*^{2}). Это означает, в частности, что максимальная световая жесткость в наших условиях больше, чем крутильная жесткость нити в $[\tau_0/(\tau_0)_{CB}]^2 \simeq 40$ *раз.* Период собственных колебаний практически не зависит от давления за исключением правого края рис. 2 (с разрежением хуже 10^{-5} *мм рт. ст.*, где существенны радиометрические силы).

§ 2. Время релаксации осциллятора со световой жесткостью

При измерении времени релаксации исследуемого крутильного маятника было обнаружено, что оно сильно зависит от плотности потока и давления. Последнее позволило связать эту зависимость с радиометрическими силами. Перепад температур на освещенной и теневой сторонах лопасти маятника обусловливает избыточное (радиометрическое) давление газовых молекул на лопасть, совпадающее по знаку со световым давлением. В экспериментальной схеме (см. рис. 1) радиометрические силы также должны привести к возвращающим моментам, т. е. к появлению радиометрической жесткости, поскольку полный поток излучения, падающий на лопасть, зависит от угла поворота маятника. По порядку величины радиометрическое давление сравнимо со световым лишь при разряжении не лучше 10^{-4} *мм рт. ст.* (при толщине лопасти $\leqslant 10^{-2}$ *см*), поэтому вклад радиометрической жесткости в величину периода мал практически всюду в исследуемом диапазоне давлений. Существенным, однако, оказывается то, что радиометрическая жесткость вносится в исследуемую колебательную систему с запаздыванием, величина которого определяется инерционностью процессов установления температуры на лопасти маятника. Эффект запаздывания должен привести к изменению декремента колебаний маятника. Остановимся предварительно на простой феноменологической модели этого явления. Уравнение крутильных колебаний маятника с дополнительной запаздывающей жесткостью имеет вид

$$\ddot{\varphi}(t) + 2\delta_0\dot{\varphi}(t) + \omega_0^2\varphi(t) + \theta^2\varphi(t-\tau) = 0. \quad (1)$$

Здесь $\varphi(t)$ — угол поворота, δ_0 — показатель собственного затухания в отсутствие радиометрического эффекта, ω_0 — собственная частота, определяемая, как показано выше, световой жесткостью; наконец последний член в уравнении (1) описывает действие запаздывающей радиометрической жесткости f_τ; $\theta^2 = f_\tau / I \sim P$, где I — момент инерции маятника, а τ — величина запаздывания.

Подстановка решения в виде $\varphi(t) = e^{(-\delta+i\omega)t}$ дает систему трансцендентных уравнений для δ и ω_1 — новых показателей затухания и частоты с учетом радиометрических сил

$$\delta = \delta_0 - \theta^2 e^{\delta\tau}\frac{\sin\omega\tau}{2\omega},$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \delta^2 + \theta^2 e^{\delta\tau}\left(\cos\omega\tau - \frac{\delta}{\omega}\sin\omega\tau\right). \quad (2)$$

При наложении дополнительных условий $\delta_0^2 \ll \omega_0^2$; $\theta^2 \ll \omega_0^2$; $\delta\tau \ll 1$, достаточно хорошо отвечающих условиям эксперимента в области давлений меньше $5 \cdot 10^{-4}$ *мм рт. ст.*, система (2) упрощается:

$$\begin{cases} \dfrac{\delta}{\delta_0} \simeq 1 - \dfrac{\theta^2}{2\omega_0\delta_0}\sin\omega_0\tau \\ \omega^2 \simeq \omega_0^2 \end{cases}. \quad (3)$$

Для зоны, граничной с давлением $p \sim 5 \cdot 10^{-4}$ *мм рт. ст.*, $\theta^2 \leqslant \omega_0^2$ и следует учесть поправку к частоте во втором уравнении системы (3):

$$\omega^2 \simeq \omega_0^2 + \theta^2\cos\omega_0\tau. \quad (4)$$

Уравнения (3) и (4) качественно описывают влияние запаздывающей радиометрической жесткости на характеристические времена исследуемой колебательной системы. Как видно из (3) и (4), поправки к частоте и к показателю затухания могут иметь любой знак в зависимости от соотношения между периодом собственных колебаний и величиной запаздывания. По абсолютной величине поправка к частоте ω_0 мала и для достаточно хорошего вакуума практически исчезает. В то же время поправка к показателю затухания тем более существенна, чем меньше собственное затухание δ_0 и для систем с большой постоянной времени может иметь значение до весьма высоких степеней разрежения. Качественно зависимость $\dfrac{\delta}{\delta_0} = f(p)$ при постоянной интенсивности световых потоков должна описываться (см. (3)) прямыми, сходящимися к 1 при $p \to 0$, причем угол наклона к оси абсцисс должен определяться величиной запаздывания τ.

Перейдем к обсуждению результатов измерений. Графики (рис. 2) получены для маятника, у которого лопасти были изготовлены из алюминиевой фольги толщиной 100 *мкн*. Небольшое увеличение периода колебаний на кривых (*2—5*) в области давлений ($10^{-4} \div 10^{-5}$ *мм рт. ст.*)

связано с радиометрическими поправками к собственной частоте в соответствии с (4).

На рис. 3 для того же маятника представлены кривые зависимости отношения δ/δ_0 от степени разряжения для трех различных интенсивностей световых потоков 0,2; 0,5; 1,7 *вт·см*^{2}. Всюду в рассматриваемой области давлений величина δ оказывается отрицательной, т. е. радиометрические силы переводят маятник из декрементного режима в инкрементный.

Из уравнения (3) следует, что такой режим возможен, если выполнено условие $\sin\omega_0\tau>0$. Экстре-

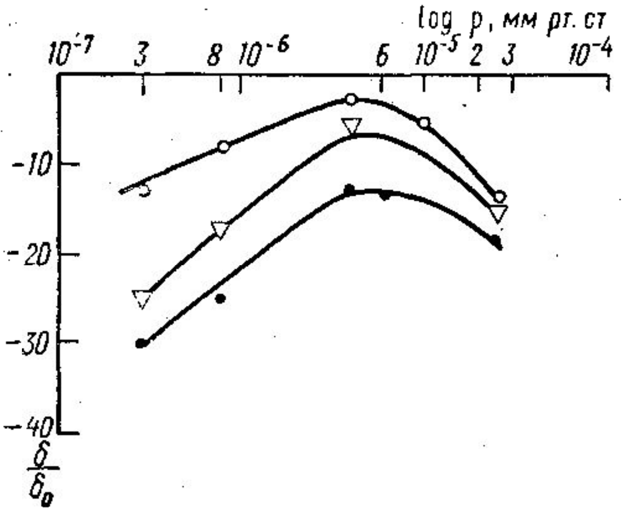

Рис. 3

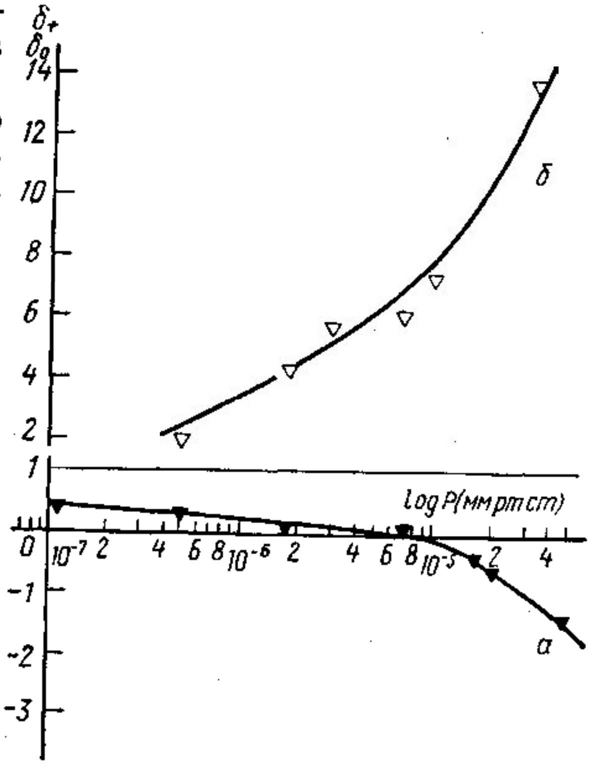

Рис. 4

мальный характер кривых (вместо ожидаемой линейной зависимости) связан с уменьшением собственного затухания δ_0 по мере улучшения вакуума. Действительно, затухание, вносимое вязкостью нити подвеса, пренебрежимо мало — соответствующее $\delta_{мех}\simeq 10^{-9}$ *сек*^{1}; реально измеряемое значение δ_0 определялось только трением об остаточный газ и менялось в исследуемом диапазоне разряжений в пределах $(10^{-3}\div 10^{-5})$ *сек*$^{-1}$. В последующих экспериментах δ_0 было зафиксировано с помощью системы постоянных магнитов, расположенных вблизи лопастей маятника, затухание за счет вихревых потерь в лопасти сохранялось на уровне $\delta_0\simeq 10^{-3}$ *сек*$^{-1}$. Полученная в этих условиях зависимость $\left(\frac{\delta}{\delta_0}\right)=f(p)$ (кривая *а* рис. 4) соответствует качественной картине, следующей из уравнения (3). По мере улучшения вакуума отношение $\left(\frac{\delta}{\delta_0}\right)$ стремится к 1; нелинейность кривой связана только с логарифмическим масштабом по оси давлений. Из (3) следует, что при выполнении условия $\sin\omega_0\tau>0$ улучшение вакуума должно привести к смене знака δ. Действительно, наблюдается такой переход от инкрементного режима к декрементному (для данной модели маятника затухание обращается в нуль вблизи давления $p\simeq 9\cdot 10^{-6}$ *мм рт. ст.*). В этой же точке радиометрическая подкачка энергии компенсирует собственное затухание маятника. Если (см. (3)) $\sin\omega_0\tau<0$, то должен наблюдаться только декрементный режим. Последнее условие можно выполнить, подбирая необходимое соотношение между периодом и величиной запаздывания. Экспериментально такой режим был получен на маятнике с толщиной лопастей ~ 15 *мкн* и периодом ~ 32 *сек* (при мощности $w \simeq 1{,}5$ *вт*). Зависимость $\left(\frac{\delta}{\delta_0}\right) = f\ (p)$ для этого маятника представлена кривой *б* рис. 4.

Из экспериментальных данных (см. рис. 2, 3, 4) было грубо оценено время запаздывания τ с помощью уравнения (3). Для маятника с лопастями толщиной ~ 100 *мкн* оценка $\tau \simeq (1 \div 3) \cdot 10^2$ *сек* (при вычислениях предполагалось, что запаздывание есть функция только теплофизических свойств маятника и окружающей среды, а также что величина τ пропорциональна толщине лопасти). Такое значение запаздывания не противоречит теоретической оценке, сделанной на основе решения соответствующей задачи теплопроводности.

Из паразитных эффектов в данном эксперименте наиболее опасно гажение с нагретой лопасти маятника. Для уменьшения этого эффекта перед измерениями лопасти прогревались в вакууме до тех пор, пока вакуометры переставали регистрировать изменение вакуума. Кроме того, этот эффект должен давать лишь постоянный вклад в δ_0, практически не зависящий от давления в исследуемом диапазоне разряжений.

В целом экспериментальные результаты не противоречат радиометрической природе эффекта изменения времени релаксации осциллятора со световой жесткостью.

§ 3. Радиометрическая неустойчивость в резонаторе Фабри—Перо

Как показано в работе [2], использование оптического индикатора, в частности резонатора Фабри—Перо, для измерения малых смещений пробной массы (жестко связанной с одним из зеркал резонатора) сопровождается обратным динамическим воздействием системы индикации на пробное тело. В результате такого воздействия пробное тело может потерять устойчивость, если рабочая точка расположена на правом склоне резонансной кривой резонатора, а собственное трение пробной массы достаточно мало. Этот эффект сильно ограничивал бы возможности резонатора Фабри—Перо в качестве индикатора малых смещений, но, к счастью, он отсутствует на левом склоне резонансной кривой.

Реально в лабораторных экспериментах резонатор находится в среде остаточных газов. В связи с этим следует ожидать, что потеря устойчивости пробного тела (зеркала) может также возникнуть под внешним воздействием радиометрических сил по аналогии с эффектами, исследованными в предыдущем параграфе.

При механических колебаниях зеркала меняется интенсивность электромагнитного излучения внутри резонатора; соответственно меняется температура на поверхностях зеркала, но с запаздыванием, определяемым тепловой инерционностью. Радиометрическое давление и в этом случае создает запаздывающую жесткость, а следовательно, изменяется декремент механической колебательной системы. Поправка к показателю затухания $\Delta\delta$ дается уравнением (3), в котором под ω_0 нужно подразумевать частоту механических колебаний зеркала ω_M, а $\theta^2 = K_\tau / m$, где K_τ — радиометрическая жесткость, m — масса зеркала. Простой расчет приводит к следующему выражению для $\Delta\delta$:

$$\Delta\delta \simeq (\delta - \delta_0) \simeq \mp P \,\frac{\pi W_0 h}{T_0 \lambda \varkappa N}\, \frac{\sin \omega_M \tau}{\omega_M}. \tag{5}$$

Здесь P — давление остаточных газов, W_0 — мощность, вводимая в резонатор, λ — длина волны излучения, h — толщина зеркала, $\varkappa$ — теплопроводность, T_0 — температура окружающей среды. Положительный знак в выражении (4) соответствует настройке на правый склон резонансной кривой, отрицательный — на левый. Неустойчивость возникает в случае, когда поправка к показателю затухания отрицательна и по абсолютной величине превосходит собственное затухание зеркала $\delta_0=\omega_M/2Q_M$, Q_M — механическая добротность зеркала. Как видно из (5), такая ситуация может быть реализована как на левом, так и на правом склоне резонансной кривой зависимости от знака $\sin\omega_M\tau$, который при фиксированном ω_M меняется с изменением толщины зеркала (а следовательно, запаздывания τ). Если поправка $\Delta\delta$ отрицательна, то критическое значение давления, выше которого наступает неустойчивость, определяется из условия $\Delta\delta=\delta_0$, т. е.

$$P_{\text{кр}} \simeq \left| \frac{T_0 \lambda \varkappa m}{\pi w_0 h} \frac{\omega^2_{\text{мех}}}{2Q_M \sin\omega_M\tau} \right|. \qquad (6)$$

Например, для $m=10$ *г*, $\omega_M=6$ *рад/сек*; $h=1$ *см*, $\lambda=6\cdot10^{-5}$ *см*; $w_0=3000$ *мвт*; $Q_{\text{мех}}=10^5$; $T_0=300°\text{K}$; $\varkappa=5\cdot10^{+4}$ *эрг/сек·см·град* (стекло), выражение (6) дает $p_{\text{кр}}\sim10^{-10}$ *мм рт. ст.* (при $\sin\omega_M\tau\simeq1$), т. е. требования к вакууму могут быть весьма высоки при достаточно низкой частоте механических колебаний.

В заключение авторы выражают благодарность М. Н. Куклачеву за помощь в проведении измерений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Брагинский В. Б. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 2, 65, 1965.
2. Брагинский В. Б., Манукин А. Б. ЖЭТФ, 52, 1967.

Поступила в редакцию
16 1970 г.

Кафедра
физики колебаний