Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 3 — 1971

УДК 539.121.72

В. Н. ДАВЫДОВ, А. Б. КУКАНОВ, Ю. Д. УСАЧЕВ

К ВОПРОСУ ОБ ИОНИЗАЦИОННЫХ ПОТЕРЯХ ЭНЕРГИИ МАГНИТНОГО ЗАРЯДА В СРЕДЕ

На основе классической электродинамики исследуется задача о рассеянии магнитного заряда на свободной электрически заряженной частице. Полученные результаты применяются для подсчета ионизационных потерь энергии магнитного заряда в среде.

Попытки экспериментально обнаружить [1, 2 и 12] магнитные заряды и подтвердить гипотезу Дирака [3, 4] до сих пор не увенчались успехом. Однако известно много работ [5—18], в которых обсуждаются различные варианты теории, включающей частицы с магнитным зарядом, а также предлагаются эксперименты для обнаружения таких частиц как с использованием космических лучей, так и ускорителей. Особый интерес в связи с этим представляет подсчет ионизационных потерь энергии магнитно заряженной частицы в среде. Работы [17, 18] основаны на приближенных оценках энергии, передаваемой электрону. В настоящей работе на основе классической теории мы получили формулу для ионизационных потерь энергии магнитного заряда, используя точное выражение для кинетической энергии, приобретаемой в нерелятивистском приближении первоначально покоящимся свободным электроном в результате его взаимодействия с магнитным монополем. При этом в отличие от [17] вычисления проведены без математических ограничений на величину магнитного заряда, что в настоящее время представляется важным в свете предложений, выдвинутых в [10, 11] (см. также [12]).

Считая, что на гипотетический магнитный заряд, движущийся в поле электрона, действует сила Лоренца

$$\vec{F} = g\vec{H}_1 - \frac{g}{c}[\vec{v}_2 E_1], \tag{1}$$

запишем уравнения движения зарядов в виде

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = e\vec{E}_2 + \frac{e}{c}[\vec{v}_1\vec{H}_2] \tag{2}$$

$$\frac{d\vec{p}_2}{dt} = g\vec{H}_1 - \frac{g}{c}[\vec{v}_2\vec{E}_1], \tag{3}$$

где $\vec{E}_1 \vec{H}_1$ — соответственно напряженности электрического и магнитного полей, создаваемые электроном в точке, в которой находится монополь, $\vec{E}_2$, $\vec{H}_2$ — напряженности электрического и магнитного полей, создаваемые монополем в точке, в которой находится электрон; $\vec{p}_1 = \frac{m_1 \vec{v}_1}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}}$ — импульс электрона, $\vec{p}_2 = \frac{m_2 \vec{v}_2}{\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}}$ — импульс монополя, m_1, m_2 — массы покоя электрона и монополя, а $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ — соответственно их скорости; e — величина заряда электрона, g — величина заряда монополя.

Если в уравнениях (2), (3) напряженности полей выразить через запаздывающие потенциалы, записанные с помощью δ-функций, провести разложение δ-функций в ряды [20] и в нерелятивистском приближении перейти к системе центра масс [5, 19], то получим известное уравнение [5, 19]:

$$\ddot{\vec{R}} = -\frac{eg}{\mu c} \frac{[\vec{R}\dot{\vec{R}}]}{R^3}, \tag{4}$$

здесь $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ — приведенная масса, $\vec{R} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r}\,'_2 - \vec{r}\,'_1$ — радиус-вектор, проведенный от электрического заряда к магнитному, c — скорость света в вакууме; $\vec{r}_1, \vec{r}\,'_1$ и $\vec{r}_2$, $\vec{r}\,'_2$ — радиусы-векторы электрического и магнитного зарядов, проведенные соответственно из начала лабораторной системы координат $Oxyz$ и системы центра масс $O'x'y'z'$; причем соответствующие оси обеих систем координат одинаково направлены и параллельны друг другу.

Задавая начальные условия при $t \to -\infty$ в лабораторной системе координат:

$$\begin{aligned} \vec{r}_{10} &= \{0;\ 0;\ 0\}, & \vec{r}_{20} &= \{0;\ -\infty;\ b\}, \\ \vec{v}_{10} &= \{0;\ 0;\ 0\}, & \vec{v}_{20} &= \{0;\ v;\ 0\}, \end{aligned} \tag{5}$$

из (4) получим интегралы движения

$$[\vec{R}\dot{\vec{R}}] + \frac{eg}{\mu c} \frac{\vec{R}}{R} = \vec{C}, \tag{6}$$

$$\cos\theta = \frac{(\vec{C}\vec{R})}{|\vec{C}||\vec{R}|} = \frac{eg}{\mu c |\vec{C}|}, \tag{7}$$

$$\dot{\vec{R}}^2 = \mathrm{const} = v^2. \tag{8}$$

Вводя в рассмотрение сферическую систему координат, ось ζ, которой направлена по вектору $\vec{C}$, представим решение уравнения (4) в виде

$$\vec{R} = \left(\frac{eg}{\mu c} \frac{\vec{C}}{|\vec{C}|^2} + \vec{D}\cos\varphi + \frac{[\vec{C}\vec{D}]}{|\vec{C}|} \sin\varphi\right) R(t), \tag{9}$$

$$R(t) = \left[(vt + d)^2 + \frac{|\vec{C}|^2 - \left(\frac{eg}{\mu c}\right)^2}{v^2}\right]^{1/2}, \tag{10}$$

$$\varphi-\varphi_0=\frac{|\vec{C}|}{\sqrt{|\vec{C}|^2-\left(\frac{eg}{\mu c}\right)^2}}\operatorname{arctg}\left[\frac{vt+d}{\sqrt{\frac{|\vec{C}|^2-(eg/\mu c)^2}{v^2}}}\right], \tag{11}$$

где $\vec{D}$ — вектор, ортогональный к вектору $\vec{C}$, причем $|\vec{D}|=\frac{\sqrt{|\vec{C}|^2-(eg/\mu c)^2}}{|\vec{C}|}$, а φ_0, d определяются начальными условиями (5).

Используя (5—11), находим выражения для квадратов скоростей электрона и монополя в лабораторной системе координат:

$$\vec{v}_1^2(t)=\frac{2\mu^2 v}{m_1^2}\{v-[\dot{R}(\sin^2\theta\cos\varphi-\cos^2\theta)-R\sin^2\theta\sin\varphi\dot{\varphi}]\}, \tag{12}$$

$$\vec{v}_2^2(t)=\mu^2 v\left\{\frac{v}{m_1^2}+\frac{v}{m_2^2}+\frac{2}{m_1 m_2}[\dot{R}(\sin^2\theta\cos\varphi-\cos^2\theta)-R\sin^2\theta\sin\varphi\dot{\varphi}]\right\}. \tag{13}$$

При начальных условиях (5) наибольшее значение $\vec{v}_1^2$ и соответственно наименьшее значение $\vec{v}_2^2$ достигаются при $t\to+\infty$, они равны:

$$\vec{v}_{1\infty}^2=\lim_{t\to+\infty}v_1^2(t)=\frac{2\mu^2 v^2}{m_1^2}\left[1+\cos^2\theta+\sin^2\theta\cos\left(\frac{\pi}{\sin\theta}\right)\right], \tag{14}$$

$$\vec{v}_{2\infty}^2=\lim_{t\to+\infty}v_2^2(t)=\frac{\mu^2v^2}{m_1^2}+\frac{\mu^2v^2}{m_2^2}-2\frac{\mu^2v^2}{m_1m_2}\left[\cos^2\theta+\sin^2\theta\cos\left(\frac{\pi}{\sin\theta}\right)\right]. \tag{15}$$

Формула (14) может быть использована для подсчета ионизационных потерь энергии магнитно заряженной частицей в среде. Общая потеря энергии такой частицей на ионизацию на единице длины пути определяется формулой

$$-\frac{dQ}{dx}=2\pi n_e\int_{b_{\min}}^{b_{\max}}\frac{m_1 v_{1\infty}^2}{2}\,b\,db, \tag{16}$$

где n_e — число электронов в единице объема среды.

Из (14), (16) находим

$$-\frac{dQ}{dx}=\frac{\pi n_e e^2 g^2}{m_1 c^2}\{F(b_{\max})-F(b_{\min})\}, \tag{17}$$

где

$$F(b)=\frac{\pi^2}{u^2-\pi^2}(1+\cos u)-\ln\left(1-\frac{\pi^2}{u^2}\right)+$$

$$+\frac{\pi}{2}[\operatorname{si}(u+\pi)-\operatorname{si}(u-\pi)]+\operatorname{ci}(u+\pi)-2\operatorname{ci}(u)-\operatorname{ci}(u-\pi),$$

$$u=\pi\left(1+\frac{e^2g^2}{b^2v^2\mu^2c^2}\right)^{1/2}, \tag{18}$$

где

$$\operatorname{si}(x)=-\int_x^\infty\frac{\sin t}{t}\,dt,\quad \operatorname{ci}(x)=-\int_x^\infty\frac{\cos t}{t}\,dt. \tag{19}$$

При $\frac{|eg|}{\mu cbv} \ll 1$ имеем из (17), (18) известный результат [17, 18]:

$$-\frac{dQ}{dx} = \frac{4\pi n_e e^2 g^2}{m_1 c^2} \ln\left(\frac{b_{\max}}{b_{\min}}\right). \tag{20}$$

Что касается определения $b_{\max}$ и $b_{\min}$, то обычно оно проводится на основе работ [21, 22], при этом следует иметь в виду высказанное мнение [10], что в теории рассеяния магнитного заряда в среде это определение может оказаться более сложным.

В заключение авторы благодарят проф. А. А. Соколова за обсуждение полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Amaldi E., Baroni G. et. al. Nuovo Cim., 28, 773, 1963.
2. Petukhov V. A., Yakimenko M. N. Nucl. Phys., 49, 49, 87, 1963.
3. Dirac P. A. M. Proc. Roy. Soc., A 133, 60, 1931.
4. Dirac P. A. M. Phys. Rev., 74, 817, 1948.
5. Goldhaber A. S. Phys. Rev., 140, B 1407, 1965.
6. Amaldi E. Сборник к 60-летию со дня рождения Г. Бернардини. М., ИЛ, 1968.
7. Schwinger J. Phys. Rev., 144, 1087, 1966.
8. Schwinger J. Phys. Rev., 173, 1536, 1968.
9. Röhrlich F. Phys. Rev., 150, 1104, 1966.
10. Усачев Ю. Д. Тезисы доклада конференции по физике элементарных частиц. Ужгород, 1968.
11. Усачев Ю. Д. Вступительная статья в сб. «Магнитный монополь». М., «Мир», 1970.
12. Kolm H. H., Fleischer R. L. et al. Journal of appl. Phys., 41, 958, 1970.
13. Коломенский А. А. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 6, 56, 1962.
14. Куканов А. Б. «Оптика и спектроскопия», 24, 614, 1968.
15. Мурашова В. А., Петухов В. А. и др. Поиск элементарных частиц, обладающих магнитным зарядом. ФИАН, препринт, № 56, 1969.
16. Куканов А. Б., Давыдов В. Н. «Оптика и спектроскопия», № 5, 1971.
17. Cole H. J. D. Proc. Cambr. Phys. Soc., 47, 196, 1951.
18. Bauer E. Proc. Cambr. Phys. Soc., 47, 777, 1951.
19. Богуславский. Пути электронов в электромагнитных полях. М., 1929.
20. Иваненко Д. Д., Соколов А. А. Классическая теория поля. М., Гостехиздат, 1951.
21. Бор Н. Прохождение атомных частиц через вещество. М., ИЛ, 1950.
22. Ферми Э. Ядерная физика. М., ИЛ, 1951.

Поступила в редакцию
15.7 1970 г.

Кафедра
теоретической физики