Каждое значение $Vz(x_i)$ разделим на амплитуду аномалии $Vz(0)$, тогда последовательность (1) переходит в последовательность (3):

$$\frac{Vz(x_1)}{Vz(0)}, \dots, \frac{Vz(x_2)}{Vz(0)}, \dots, \frac{Vz(x_{11})}{Vz(0)}. \tag{3}$$

Функция $\varkappa(x) = \frac{Vz(x_i)}{Vz(0)}$ обладает следующими свойствами.

Безразмерная величина $\varkappa(x)$ не зависит от массы аномального тела. Амплитуда кривой $\varkappa$ всегда равна единице. Форма кривой $\varkappa(x)$ является функцией только глубины погружения, размеров и формы изучаемого тела. Величина $\varkappa(x)$ полностью без искажения сохраняет форму кривой $Vz(x)$.

Альбом теоретических значений $\varkappa(x)$ позволяет быстро и просто производить интерпретацию аномалий Vz методом сравнений. Семейство кривых $\varkappa$ для тел цилиндрической формы изображено на рис. 2.

УДК 621.391.81

В. Д. ГУСЕВ, Л. И. ПРИХОДЬКО

СМЕЩЕНИЕ ОГРАНИЧЕННЫХ ПУЧКОВ ПРИ ОТРАЖЕНИИ ОТ РЕГУЛЯРНО-НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ С ФЛУКТУАЦИЯМИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ

При исследовании распространения волн в слоисто-неоднородных средах с флуктуациями диэлектрической проницаемости (типа ионосферы) в реальных условиях приходится иметь дело не с бесконечной плоской волной, а с ограниченным пучком или сферической волной. В таком случае целесообразно базироваться на разложении ограниченных пучков по плоским волнам. При этом в ряде случаев, в частности, при отражении ограниченных пучков от слоисто-неоднородных сред мы встречаемся с явлениями, которые отсутствуют при отражении плоских волн [1]. Так, весьма большой интерес представляет смещение пучков вдоль границы при их отражении.

Как показано в работе [1], если ограниченный пучок создается в результате прохождения плоской волны через щель в экране и если далее пучок падает на границу слоисто-неоднородной среды с непрерывно меняющимися свойствами, от которой исследуется отражение, то смещение пучка вдоль границы без учета его расплывания определяется угловой зависимостью фазы коэффициента отражения плоской волны. Если регулярно-неоднородная среда обладает также флуктуациями диэлектрической проницаемости, то фазовая структура коэффициента отражения среднего поля будет отличаться от фазовой структуры коэффициента отражения невозмущенного поля (при отсутствии флуктуации). В данной работе выясняется влияние эффектов рассеяния волн в регулярно-неоднородной среде с флуктуациями диэлектрической проницаемости на смещение среднего поля ограниченных пучков при их отражении от такой среды.

Предположим, что из однородной среды ($z<0$) на плоский полубесконечный слой ($z=0$ — начало слоя), диэлектрическая проницаемость которого имеет вид

$$\varepsilon = \bar{\varepsilon}(z) + \mu(x, y, z) \tag{1}$$

(где $\bar{\varepsilon}(z)$ — средняя диэлектрическая проницаемость, а $\mu(x, y, z)$ — флуктуационная часть, случайная функция координат), падает ограниченный пучок. Чтобы найти местоположение ограниченного пучка, представляющего собой разложение по плоским волнам среднего поля, необходимо прежде всего найти коэффициент отражения плоской волны как функцию угла падения. В работе [2] во втором приближении метода малых возмущений было получено выражение для коэффициента отражения среднего поля при падении плоской волны на слой, средняя диэлектрическая проницаемость которого меняется по линейному закону $\bar{\varepsilon}(z) = 1 - \frac{z}{z_1}$, а функция корреляции флуктуаций диэлектрической проницаемости $\mu(x, y)$ зависит только от разности координат и имеет вид гауссоиды. При этом выражение для коэффициента отражения среднего поля имеет вид

$$R = R_0 \left[1 - i \frac{bk^2 l^2 \overline{\mu^2}}{\cos\theta} \frac{\int\limits_0^\infty \Phi(p, \varkappa)\, d\varkappa}{v^2 (b^{2/3} t_0) + \frac{b^{-2/3}}{\cos^2\theta} v'^2 (b^{2/3} t_0)} \right], \tag{2}$$

где R_0 — коэффициент отражения невозмущенного поля, $b = kz_1$, $t = \frac{z}{z_1} - \cos^2\theta$, $t_0 = t|_{z=0}$, θ — угол падения, v, v' — функция Эйри и ее производная, $p = k\sin\theta$, $\overline{\mu^2}$ — дисперсия флуктуаций диэлектрической проницаемости, l — радиус корреляции или масштаб случайных неоднородностей. Функцию $\Phi(p, \varkappa)$ представим в виде действительной и мнимой части $\Phi(p, \varkappa) = \Phi_1(p, \varkappa) + i\Phi_2(p, \varkappa)$ и выпишем выражение для $\Phi_1(p, \varkappa)$.

$$\Phi_1(p, \varkappa) = \frac{e^{-\frac{l^2}{4}(p^2+\varkappa^2)}}{\varkappa^2 - p^2} I_0\left(\frac{l^2}{2} p\varkappa\right) \left\{ \left(1 - \frac{p^2}{k^2}\right) v^2(\alpha) + b^{-\frac{2}{3}} v'^2(\alpha) - \right.$$

$$- \frac{k^2 b^{-\frac{4}{3}}}{\varkappa^2 - p^2} [v'(\alpha) v(\beta) - v(\alpha) v'(\beta)] [v(\alpha) u'(\beta) - u(\beta) v'(\alpha)] +$$

$$\left. + \frac{b^{-\frac{2}{3}} v'(\beta) u'(\beta) - \left(1 - \frac{\varkappa^2}{k^2}\right) v(\beta) u(\beta)}{b^{-\frac{2}{3}} v'^2(\beta) + \left(1 - \frac{\varkappa^2}{k^2}\right) v^2(\beta)} [v(\beta) v'(\alpha) - v(\alpha) v'(\beta)]^2 \right\}. \tag{3}$$

Здесь

$$\alpha = -b^{2/3}\left(1 - \frac{p^2}{k^2}\right), \quad \beta = -b^{2/3}\left(1 - \frac{\varkappa^2}{k^2}\right),$$

I_0 — модифицированная функция Бесселя, u, u' — функция Эйри и ее производная.

Отличие смещения среднего поля пучка Δ при отражении от регулярно-неоднородной среды с флуктуациями диэлектрической проницаемости от смещения пучка Δ_0 при отражении от неоднородной невозмущенной среды согласно [1] в основном определяется величиной

$$\Phi_1'(p_0) = \left.\frac{\partial \Phi_1(p)}{\partial p}\right|_{p=p_0}, \tag{4}$$

где $p_0 = k\sin\theta_0$. Ограничиваясь рассмотрением однородных волн ($\varkappa \leqslant k$) и считая, что углы падения достаточно велики, т е.

$$\sin\theta_0 \geqslant \frac{1}{kl}, \quad \cos\theta_0 \gg \frac{1}{(kz_1)^{1/3}}, \tag{5}$$

получим для крупномасштабных неоднородностей ($kl \gg 1$) и при условии $z_1/l \gg 1$ (масштаб регулярных неоднородностей много больше масштаба нерегулярных неоднородностей)

$$\left.\frac{\partial \Phi_1(p)}{\partial p}\right|_{p=p_0} \approx \frac{b^{-1/3}\cos\theta_0}{3\sqrt{\pi}\, p_0}. \tag{6}$$

Тогда для величины $\Delta - \Delta_0$ имеем

$$\Delta - \Delta_0 \approx -\frac{k^2 l^2 \overline{\mu^2}}{3\sqrt{\pi}\, \mathrm{tg}\,\theta_0} z_1. \tag{7}$$

Уменьшение горизонтального смещения среднего пучка на величину (7) связано с тем, что в регулярно-неоднородной среде с флуктуациями диэлектрической проницаемости эффективная область отражения среднего поля смещается в сторону положительных z, что приводит к уменьшению наклона траектории среднего пучка по сравнению с наклоном траектории невозмущенного пучка.

В заключение заметим, что при отражении квазимонохроматического импульса от регулярно-неоднородной среды с флуктуациями диэлектрической проницаемости среднее время группового запаздывания также будет отличаться от времени группового запаздывания импульса при отражении его от регулярно-неоднородной среды. Оба указанных эффекта могут иметь существенное значение при использовании радиоволн для различных специальных задач.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бреховских Л. М. «Успехи физических наук», № 4, 1953.
2. Гусев В. Д., Приходько Л. И. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., 11, № 2, 1970.

Поступила в редакцию
9.9 1970 г.

Кафедра
волновых процессов

УДК 539.12.01

А. Д. СМИРНОВ

ПОСТРОЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ПОЛЯ МЕТОДОМ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ГРУПП

В современной теории поля и элементарных частиц обычно используется аппарат линейных представлений групп симметрии. Взаимодействие же полей приводит по существу к нелинейным уравнениям поля. Переход к более широкой группе симметрии требует, как правило, введения дополнительных полей.

В данной работе на примере группы $SU(2)\otimes SU(2)$ показывается возможность расширения группы симметрии без введения дополнительных полей, используя аппарат нелинейных представлений групп. Найдено соответствующее $SU(2)\otimes SU(2)$ — инвариантное нелинейное спинорное уравнение.

Общие свойства нелинейных представлений рассматривались в [1], где, в частности, дано определение нелинейного представления r-параметрической группы G как гомоморфизма в группу преобразований координат u_a N-мерного пространства:

$$u_a \to \widetilde{u}_a = u_a + \delta t_\mu M_a^{(\mu)}(u), \qquad \begin{matrix} a = 1, 2, \ldots, N \\ \mu = 1, 2, \ldots, r. \end{matrix}$$

где $M_a^{(\mu)}(u)$ — генераторные функции, удовлетворяющие уравнению

$$M_b^{(\mu)} \frac{\partial M_a^{\nu}}{\partial u_b} - M_b^{(\nu)} \frac{\partial M_a^{(\mu)}}{\partial u_b} = C_\rho^{\mu\nu} M_a^{(\rho)}, \tag{1}$$

где $C_\rho^{\mu\nu}$ — структурные константы группы G.

Построим нелинейное представление группы $SU(2)\otimes SU(2)$ на двух спинорных полях Ψ_a: $\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{pmatrix}$, где Ψ_1, Ψ_2 — дираковские биспиноры.

Введем преобразования

$$\Psi \to \widetilde{\Psi} = \Psi + \delta t_\mu M^{(\mu)}(f) \Psi \qquad \overset{*}{\psi} \to \widetilde{\overset{*}{\psi}} = \overset{*}{\psi} + \delta t_\mu M_*^{\mu}(f) \overset{*}{\psi}, \tag{2}$$

где $f_\rho = (\overline{\Psi}\tau^{(\rho)}\Psi)$, $\tau^{(0)} = I$, $\tau^{(i)}$ — матрицы Паули, $i = 1, 2, 3$; $M^{(\mu)}(f)$ — 2×2 матрицы, действующие на «изотопический» индекс a:

$$M^{(\mu)} = \{T^{(i)}, X^{(j)}\} \quad i, j = 1, 2, 3.$$

В случае группы $SU(2)\otimes SU(2)$ уравнения (1) для преобразования (2) имеют вид

$$\sum_\rho \left(R_{T\rho}^{(i)} \frac{\partial T^{(j)}}{\partial f_\rho} - R_{T\rho}^{(j)} \frac{\partial T^{(i)}}{\partial f_\rho} \right) - [T^{(i)}, T^{(j)}] = -2\varepsilon_{ijk} T^{(k)}, \tag{3}$$