

УДК 533.601.34

Ю. В. ПОНОМАРЕВ

ОБМЕН ЭНЕРГИИ МЕЖДУ КРЫЛОМ И ПОТОКОМ ВОЗДУХА НА ГРАНИЦЕ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ В ЗАДАЧЕ О ФЛАТТЕРЕ

В статье получено распределение средней за период работы аэродинамических сил вдоль крыла на границе устойчивости при использовании нестационарной и квазистационарной аэродинамики. Проводится сравнение с результатами расчета методом Бубнова — Галеркина.

Крыло самолета при движении в потоке воздуха является неконсервативной распределенной системой, устойчивость которой определяется величиной скорости воздушного потока. При определенной скорости, называемой критической скоростью флаттера, система теряет свою устойчивость, и при скоростях выше критической колебания в ней нарастают со временем. На границе потери устойчивости колебания крыла происходят без затухания. В этом случае суммарная работа аэродинамических сил за период по всему крылу должна равняться нулю. Анализ флаттера с энергетической точки зрения был сделан в работах [1] и [2]. Крыло при этом заменялось эквивалентной колебательной системой с двумя степенями свободы. В настоящей работе получено распределение работы аэродинамических сил в среднем за период по крылу на границе устойчивости для двух теорий взаимодействия крыла с потоком воздуха: нестационарной и квазистационарной [3]. Формы колебаний крыла, от которых зависит обмен энергии, были получены путем «точного» решения соответствующей однородной краевой задачи с использованием аналоговой модели.

Уравнения движения крыла в потоке воздуха имеют вид

$$\begin{aligned} [EIw''']'' + m\ddot{w} - m\sigma\ddot{\theta} &= L(\ddot{w}, \dot{w}, \ddot{\theta}, \dot{\theta}, \theta, u), \\ -[GI_p\theta]' - m\sigma\ddot{w} + I_m\ddot{\theta} &= M(\ddot{w}, \dot{w}, \ddot{\theta}, \dot{\theta}, \theta, u). \end{aligned} \quad (1)$$

Граничные условия для консольно-закрепленного крыла:

$$w(0, t) = w'(0, t) = \theta(0, t) = 0; \quad w''(l, t) = [EIw''']'_{x=l} = \theta'(l, t) = 0. \quad (2)$$

В работе рассматривалось крыло, параметры которого были постоянными по размаху (не зависели от x) и имели следующие значения: EI — жесткость на изгиб ($7,83 \cdot 10^6$ нм²) и GI_p — жесткость на

кручение ($2,78 \cdot 10^6 \text{ нм}^2$); m — погонная масса (35 кг/м) и I_m — массовый момент инерции ($12,77 \text{ кгм}$); l — длина крыла ($16,1 \text{ м}$); $2b$ — хорда крыла ($2,822 \text{ м}$); σ — расстояние между осями жесткости и центрами тяжести ($0,2826 \text{ м}$); ρ — плотность воздуха ($1,224 \text{ кг/м}^3$); ω — прогиб крыла, θ — угол закручивания, u — скорость воздушного потока и L, M — подъемная сила и момент тангажа.

В уравнениях (1) и (2) штрихами и точками обозначены частные производные по времени t и координате x соответственно. Решение уравнений (1) с граничными условиями (2) на границе устойчивости может быть записано в общем виде:

$$\begin{aligned} \omega(x, t) &= \omega_0(x) \exp \{i[\omega t + \delta_1(x)]\}, \\ \theta(x, t) &= \theta_0(x) \exp \{i[\omega t + \delta_2(x)]\}. \end{aligned} \quad (3)$$

На границе флаттера колебания крыла являются незатухающими, и в целом крыло энергии из потока не получает, однако в каждом сечении аэродинамические силы вообще совершают отличную от нуля работу. Для оценки степени взаимодействия крыла с потоком воздуха введем плотность по размаху крыла работы аэродинамических сил за период

$$\mu(x) = \int_0^{2\pi/\omega} L \dot{\omega} dt + \int_0^{2\pi/\omega} M \dot{\theta} dt \quad (4)$$

Распределение работы аэродинамических сил, используя выражение для L и M из работы [3], можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mu(x) &= \rho \omega^2 b^3 u \left\{ -F(k) \frac{1}{b^2} \omega_0^2(x) - \left[0,5(0,5 - a) - \frac{1}{k}(0,5 + a)G(k) - \right. \right. \\ &- (0,25 - a^2)F(k) \left. \right] \theta_0^2(x) + \left[(0,5 - 2aF(k) + \frac{1}{k}G(k)) \cos(\delta_2(x) - \delta_1(x)) + \right. \\ &\left. \left. + \frac{1}{k}(F(k) - G(k)) \sin(\delta_2(x) - \delta_1(x)) \right] \frac{1}{b} \omega_0(x) \theta_0(x) \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

где k — число Струхалья, $C(k) = F(k) + iG(k)$ — функция Теодорсена, $2ba$ — расстояние от середины крыла до оси упругости ($a = -0,32$). Выражение для $\mu(x)$ по квазистационарной теории можно получить, если в выражении (5) положить $C(k) = 1$.

Распределение работы аэродинамических сил по крылу можно получить, если известны формы колебаний крыла, а также частота колебаний.

Скорость флаттера, частота и формы колебаний были получены путем решения однородной краевой задачи (уравнения (1) и (2)) на аналоговой модели МНБ. Метод решения, описанный в работе [4], основан на сведении решения однородной краевой задачи к решению некоторой совокупности задач Коши. Задача решалась для однородного крыла, так что все коэффициенты в уравнениях (1) и (2) были постоянными.

Для выбранного крыла был проведен стандартный расчет на флаттер методом Бубнова — Галеркина по двум заданным формам, соответствующим первым тонам свободных несвязанных колебаний изгиба и кручения. Результаты моделирования и расчета представлены в таблице.

	Нестационарная аэродинамика		Квазистационарная аэродинамика	
	электронная модель	расчет	электронная модель	расчет
$\omega_{фл}$, рад/сек	27,6	27,2	44,0	40,3
$U_{фл}$, км/час	364	345	232	236
$k_{фл}$	0,39	0,40	0,94	0,89

Значительное отличие в значениях критической частоты и скорости по нестационарной и квазистационарной теории связано с большой величиной числа Струхала k и, следовательно, с «сильным» взаимодействием между крылом и потоком воздуха. Учет влияния спутной струи на колебания крыла по нестационарной теории приводит к тому, что в выражении для подъемной силы L и момента M появляются сдвиги

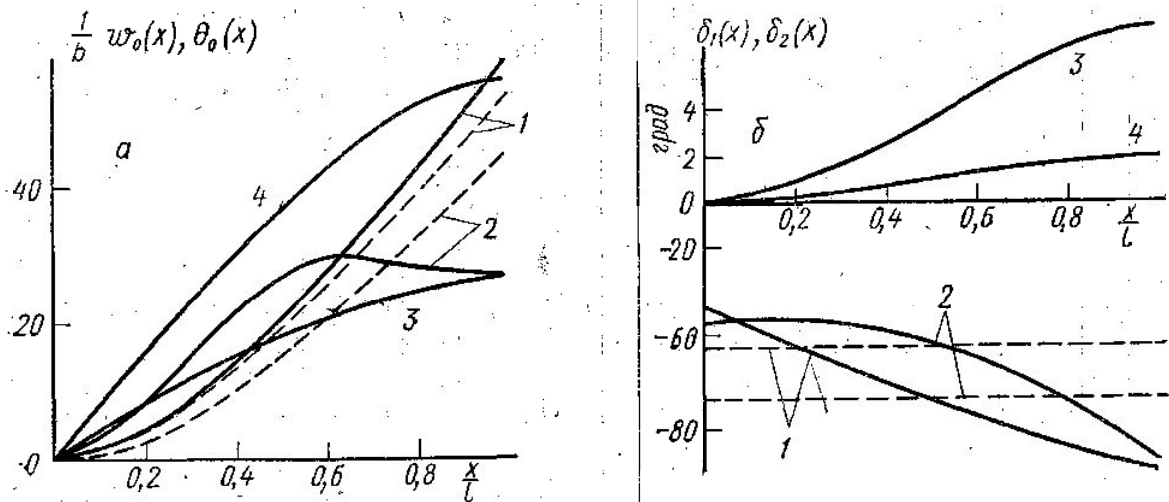


Рис. 1

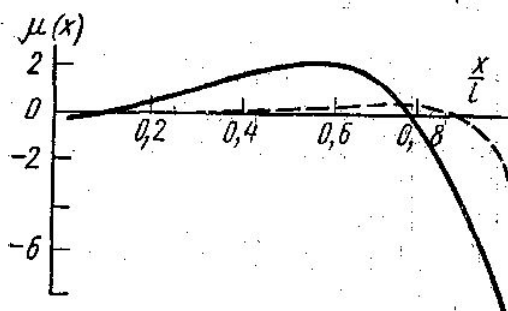


Рис. 2

фаз, величина которых определена С-я. От величины этих фазовых сдвигов очень сильно зависит характер обмена энергии между крылом и потоком воздуха, а следовательно, и положение границы устойчивости, т. е. значение частоты и скорости флаттера. Важно отметить, что как в случае нестационарно, так и квазистационарной аэродинамики имеется хорошее совпадение в значениях частоты и скорости

флаттера между «точным» решением и расчетом по методу Бубнова — Галеркина.

На рис. 1 приведены формы колебаний изгиба и кручения (кривые 1, 2 и 3, 4), полученные на электронной модели (сплошная линия), которые мы в дальнейшем будем называть «точными», и вычисленные по методу Бубнова — Галеркина (пунктирная линия) для случая нестационарной (кривые 1, 3) и квазистационарной (кривые 2, 4) аэродинамики. Для форм колебания при флаттере выбранного крыла ха-

рактально наличие больших фазовых сдвигов между колебаниями изгиба и кручения, а также между колебаниями изгиба в различных сечениях (см. рис. 1), т. е. вдоль крыла распространяется сильная бегущая волна изгиба и кручения. Большое отличие амплитуд форм используемых в методе Бубнова — Галеркина от «точных» форм наблюдается только в амплитуде изгиба с использованием квазистационарной аэродинамики. Это отличие, очевидно, объясняется тем, что частота флаттера расположена вблизи частот собственных колебаний с преобладанием первого тона кручения ($\omega_2 = 45,5 \text{ рад/сек}$) и второго тона изгиба ($\omega_3 = 47 \text{ рад/сек}$), последнее нашло отражение в форме кривой изгиба (см. рис. 1, а, кривая 2). В случае нестационарной аэродинамики частота флаттера расположена примерно посередине между первыми двумя частотами свободных колебаний с преобладанием первых тонов изгиба ($\omega_1 = 6,45 \text{ рад/сек}$) и кручения ($\omega_2 = 45,5 \text{ рад/сек}$), амплитуды «точных» форм, используемые в методе Бубнова — Галеркина, практически совпадают (рис. 1).

Для полученных форм колебаний крыла на границе флаттера было вычислено по формуле (5) распределение работы аэродинамических сил. В обоих случаях (нестационарной и квазистационарной аэродинамики) вид распределения работы оказался одинаковым (см. рис. 2), несмотря на большие различия в формах колебаний. На границе флаттера на крыле имеются две области с разными знаками работы аэродинамических сил. Смена знака работы происходит в сечении, находящемся на расстоянии 0,78 от корня крыла в случае нестационарной аэродинамики и 0,79 — для стационарной. На участке, лежащем ближе к концу крыла, аэродинамические силы совершают отрицательную работу, и энергия передается от колеблющегося крыла в поток. Перенос энергии вдоль крыла из одной области в другую осуществляется бегущей волной изгиба и кручения. Интересно отметить, что распределение работы аэродинамических сил, рассчитанное для форм, использованных в методе Бубнова — Галеркина, оказалось аналогичным с «точным» распределением (пунктирные линии на рис. 2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Гроссман Е. П. «Флаттер», труды ЦАГИ № 284, 1937.
2. Greidanus J. H., J. Aeronaut. Sci., 16, 1949.
3. Бисплингхофф Р. Л. и др. Аэроупругость. М., ИЛ, 1958.
4. Ланда П. С., Пономарев Ю. В., Стрелков С. П. «Инженерный журнал», № 3, 1967.

Поступила в редакцию
8.9 1970 г.

Кафедра
общей физики для мехмата