распределения для кругового витка с током (см. [5]), можно отнести наиболее сильно сдвинутые вправо части линии ЯМР за счет области образца, расположенной вблизи от витка, где аксиальный компонент ВЧ-поля максимален.

Области образца, удаленные от плоскости витка, дают вклад в интенсивность линии ЯМР слева от основного максимума, который, по всей вероятности, соответствует объему образца, находящемуся в окрестности центра витка. В пользу последнего предположения говорит то, что смещение основного максимума строго пропорционально H_2^2 и практически не зависит от изменения y и y^2 градиентов H_0. Сдвиг дополнительных линий при регулировке y-градиента H_0 и их относительно малая ширина дают основание предположить, что при вращении образца на некотором расстоянии l от плоскости витка, по обе стороны от нее существуют области, в которых происходит частичная взаимная компенсация неоднородностей H_0 и H_2.

Считая, что ось вращения образца совпадает с осью витка, по величине сдвига между основным и дополнительным максимумами можно оценить l, воспользовавшись известным выражением для напряженности поля на оси витка [5] и формулой (1). В результате такой оценки были получены следующие значения l: 1,4 *мм* (ЦЛА-5535) и 1,3 *мм* (Н-60). Рассчитанные для тех же случаев расстояния от центра витка до точек на его оси, где y-градиент ВЧ-поля максимален, а y^2-градиент равен нулю, составляют 1,75 *мм* (ЦЛА-5535) и 1,5 *мм* (Н-60), т. е. близки к экспериментальным значениям.

Исходя из соображений симметрии и данных эксперимента, в котором исследовалось влияние y и y^2-градиентов H_0 на форму и положение дополнительных линий, можно предположить, что частичная компенсация y-градиента ВЧ-поля осуществляется путем шиммирующих витков, регулирующих y_2-градиент H_0.

Приведенные данные показывают, что в интенсивность сигнала ЯМР вносят заметный вклад области образца, удаленные от центра катушки на расстоянии, в два-три раза превышающие ее высоту. Поэтому для получения максимальной разрешающей способности в спектрометре с однокатушечным датчиком сигналов недостаточно только уменьшить высоту катушки, следует, кроме того, ограничить область действия ВЧ-поля на образец. Уширение линий ЯМР, обусловленное неоднородностью ВЧ-поля, иногда удается почти полностью скомпенсировать с помощью шиммов. Однако при изменении H_2 или при частотной развертке спектра эта компенсация нарушается.

В заключение следует отметить, что, в принципе, возможно шиммирование с помощью ВЧ-поля. Создавая, например, линейный градиент H_2 по оси вращения образца, можно определить характер неоднородности H_0 и тем самым ускорить и сделать более целесообразным процесс регулировки однородности поля в объеме образца.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bloch F., Siegert A. Phys. Rev., 57, 522, 1940.
2. Anderson W., Rev. Sci. Instr., 33, No. 11, 1160, 1962.
3. Андерсон В. Сб. «ЯМР- и ЭПР-спектроскопия», стр. 153.
4. Bloembergen N., Pound R. V. Phys. Rev., 95, 8, 1960.
5. Андерсон В. «Приборы для научных исследований», № 3, 3, 1961.

Поступила в редакцию
29.6 1970 г.

Кафедра
радиотехники

А. Ф. ПАПЫРИН

О ПОЛЯРИЗАЦИИ СПИНОРНОГО ВАКУУМА ГРАВИТАЦИОННЫМ ПОЛЕМ

В работе рассматривается поляризация вакуума спинорного поля медленно меняющимся гравитационным полем по методу, предложенному Швингером [1], вычисляется вакуумная добавка к лагранжиану гравитационного поля, которая отождествляется с космологической постоянной Λ.

Вопрос о поляризации скалярного вакуума слабым гравитационным полем рассматривался в работе [2].

Метод Швингера широко применялся для вычисления вакуумных добавок к соответствующим лагранжианам при рассмотрении поляризации спинорного вакуума мезонными полями в [3]. Аналогичные задачи — поляризация скалярного и векторного вакуумов постоянным гравитационным полем — рассмотрены Мицкевичем [4].

Мы исходим из лагранжиана спинорного поля, взаимодействующего с гравитационным в форме [4]:

$$L = \sqrt{-g}\left[\frac{i}{2}\left(\bar{\psi}\gamma^{\mu}\psi_{,\mu} - \bar{\psi}_{,\mu}\gamma^{\mu}\psi\right) - m\bar{\psi}\psi\right].$$

Вариацию его действия по гравитационному потенциалу можно привести к виду

$$\delta W = \frac{1}{2}\int (dx)\,\{\delta\theta\, G^{c}(x-y)\}_{x\to y},$$

где

$$\theta = \sqrt{-g}\left(-i\gamma^{\mu}\frac{\partial}{\partial x^{\mu}} + m\right),$$

а

$$G^{c}(x-y) = i\,\langle T\,(\psi(x)\,\bar{\psi}(y))\rangle$$

есть причинная функция для уравнения Дирака

$$\sqrt{-g}\left(-i\gamma^{\mu}\frac{\partial}{\partial x^{\mu}} + m\right)G^{c}(x-y) = \delta(x-y).$$

Исходные дифференциальные уравнения для гриновской функции рассматриваются как матричный элемент операторного уравнения

$$\sqrt{-g}\,(\gamma p + m)\,G = 1$$

Представляя G в параметрическом виде

$$G = \frac{1}{\sqrt{-g}\,(\gamma p + m)} = i\int\limits_{0}^{\infty} ds \exp\left[-i\sqrt{-g}\,(\gamma p + m)\,s\right.$$

вариацию функции действия можно привести к виду

$$\delta W = -\frac{i}{2}\,[\delta\int\limits_{0}^{\infty} ds\,s^{-1}\,tr \exp\{-i\theta^{2}s\},$$

где tr (след) означает диагональное суммирование по спинорным индексам и интегрирование по пространственно-временным координатам.

Вычисление добавки к лагранжиану сведется к вычислению матричного элемента

$$(x' \mid \exp(-is\theta^{2}) \mid x'') = (x(s') \mid x(0)''$$

так, что

$$L_{vac}(x) = -\frac{i}{2}\int\limits_{0}^{\infty} ds\,s^{-1}\,(x \mid \exp(-is\theta^{2}) \mid x).$$

Для вычисления интеграла, следуя методу Швингера, используем дифференциальные уравнения

$$\begin{gathered} i\partial_{s}\,(x(s)' \mid x(0)'') = (x(s)') \mid \theta^{2} \mid x(0)''), \\ -ig^{\mu\alpha}\frac{\partial}{\partial x'^{\alpha}}\,(x(s)' \mid x(0)'') = (x(s)' \mid p^{\mu}(s) \mid x(0)''), \\ ig^{\mu\alpha}\frac{\partial}{\partial x''^{\alpha}}\,(x(s)' \mid x(0)'') = (x(s)' \mid p^{\mu}(0) \mid x(0)''), \end{gathered} \tag{1}$$

где

$$p^{\mu} = -ig^{\mu\alpha}\frac{\partial}{\partial x^{\alpha}}.$$

Для решения этих уравнений воспользуемся «уравнениями движения»:

$$\frac{dx^{\mu}}{ds} = -i\,[x^{\mu},\ \mathscr{H}] = gp^{\mu}, \tag{2}$$

$$\frac{dp^{\mu}}{ds} = -i\,[p^{\mu},\ \mathscr{H}] = 0 \tag{3}$$

в силу постоянства $g^{\mu\nu}$.
Здесь введено обозначение

$$\mathscr{H} = \theta^2 = g\,(p^2 + m^2).$$

Совместное решение уравнений (1), (2) и (3) приводит к искомому вакуумному лагранжиану

$$L_{vac} = \frac{g}{8\pi^2}\int\limits_{\tau_0}^{\infty} d\tau\tau^{-3}\exp\left(-m^2\tau\right). \tag{4}$$

При интегрировании была сделана замена переменной $-igs \to \tau$, и из-за расходимости произведено обрезание на некотором минимальном значении τ_0.

В силу того что при постоянном $g^{\mu\nu}$ тензор Эйнштейна в уравнениях Эйнштейна с космологическим членом

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\,g_{\mu\nu}R - \Lambda g_{\mu\nu} = -\varkappa T_{\mu\nu}$$

обращается в нуль, а $T_{\mu\nu}$ является тензором энергии-импульса, обусловленным в данном случае поляризацией вакуума, вакуумный лангранжиан разумно отождествить с Λ-членом.

Разлагая в ряд (4) и учитывая первый член, получим окончательно

$$L_{vac} = \Lambda = \frac{1}{32\pi^2\,\tau_0^2}.$$

Подробное обсуждение природы Λ-члена проведено в работе [5].

Автор выражает благодарность проф. Д. Д. Иваненко и Д. Ф. Курдгелаидзе за стимулирующие обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Schwinger I. Phys. Rev., 82, 664, 1951. Перевод в сб. «Новейшее развитие квантовой электродинамики». М., ИЛ, 1954.
2. Иваненко Д. Д., Бродский А. М. ДАН СССР, 84, 683, 1952.
3. Мирианашвили М. М. Докторская диссертация. Тбилиси, 1958.
4. Мицкевич Н. В. Физические поля в общей теории относительности. М., «Мир», 1969.
5. Зельдович Я. Б. «Успехи физических наук», 95, вып. 1, 1968.

Поступила в редакцию
21.9 1970 г.

Кафедра
теоретической физики

УДК 52.311

Г. Е. ГОРЕЛИК

НОВОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ЭЙНШТЕЙНА С КОСМОЛОГИЧЕСКИМ ЧЛЕНОМ

Рассмотрим влияние космологического члена в анизотропной модели Вселенной. Для метрики вида

$$dS^2 = dt^2 - a^2(t)\,(dx^2 + dy^2) - c^2(t)\,dz^2,$$