Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 5 — 1971

УДК 530.145 : 538.3

Ю. М. ЛОСКУТОВ, В. М. ЗАХАРЦОВ

МНОГОФОТОННОЕ РОЖДЕНИЕ ЛЕПТОННЫХ ПАР В ПОЛЕ ЯДРА

Рассмотрено образование пар лептонов e^+e^-, $\mu^+\mu^-$ моноэнергетическим потоком циркулярно поляризованных γ-квантов в поле ядра. В случае не слишком высокой плотности потока фотонов получено сечение процесса с учетом поляризационных состояний лептонов.

Образование электрон-позитронной пары фотоном в поле ядра является одним из простейших и ставших уже классическим эффектом [1, 2]. Реакция $n\gamma+Ze\to Ze+e^++e^-$ при $n\geqslant 1$ рассматривалась в [3]. Однако в случае не слишком высокой плотности потока падающих фотонов энергии $\varepsilon_\gamma<2\,m_0c^2$ этот процесс детально не изучался. Ниже будет исследован именно этот случай.

Представим вектор-потенциал циркулярно-поляризованной волны, сопоставляемой потоку γ-квантов [4, 5], в виде ($c=\hbar=1$):

$$\vec{A}=-a(\vec{e}_1\cos\varkappa x+g\vec{e}_2\sin\varkappa x), \qquad (1)$$

где $\varkappa=(\omega\ 0,\ 0,\ \omega)$ — волновой 4-вектор; $a=E/\omega$; E — амплитуда электрического поля волны; ω — ее частота; $g=\pm 1$ — параметр, определяющий поляризацию волны; $\vec{e}_1=(1,\ 0,\ 0)$ и $\vec{e}_2=(0,\ 1,\ 0)$ — орты системы координат.

Волновые функции электрона (отрицательно-частотная часть решения уравнения Дирака для заряда в поле волны) и позитрона, разделенные по состояниям поляризации, при этом будут соответственно равны:

$$\psi_1=\frac{1}{2\sqrt{\lambda p^\circ}}\begin{Bmatrix}[(m+\lambda)+\sigma_3(\vec{\sigma}\vec{k})+e\sigma_3(\vec{\sigma}\vec{A})]\,v(\xi)\\ [(m-\lambda)\sigma_3+(\vec{\sigma}\vec{k})+e(\vec{\sigma}\vec{A})]\,v(\xi)\end{Bmatrix}\times$$

$$\times\exp\left\{\frac{iea}{\omega\lambda}[(\vec{e}_1\vec{k})\sin\varkappa x-g(\vec{e}_2\vec{k})\cos\varkappa x]-ipx\right\}; \qquad (2)$$

$$\psi_2=\frac{1}{2\sqrt{\lambda p^\circ}}\begin{Bmatrix}[(m-\lambda)\sigma_3+(\vec{\sigma}\vec{k})-e(\vec{\sigma}\vec{A})]\,w(\xi)\\ [(m+\lambda)+\sigma_3(\vec{\sigma}\vec{k})-e\sigma_3(\vec{\sigma}\vec{A})]\,w(\xi)\end{Bmatrix}\times$$

$$\times \exp\left\{\frac{iea}{\omega\lambda}\left[(\vec{e}_1\vec{k})\sin \varkappa x - g(\vec{e}_2\vec{k})\cos \varkappa x\right] + ipx\right\}.$$

Здесь $p = (p^\circ, \vec{p})$, $\vec{p}$ — квазиимпульс частицы, $p^0 = \sqrt{m_*^2 + \vec{p}^2}$, $m_* = m\sqrt{1+\gamma^2}$ — эффективная масса, $\gamma = ea/m = eE/m\omega$; $\lambda = p^\circ - p^3$; $\vec{k} = (p^1, p^2, 0)$; спинор $\vartheta(\xi)$, характеризующий поляризационные состояния электрона [6], удовлетворяет уравнению

$$\sigma_3 v(\xi) = \xi v(\xi), \tag{3}$$

а $w(\xi)$ связан с $v(\xi)$ соотношением

$$w(\xi) = -\sigma_2 v(\xi) = -i\xi v(-\xi). \tag{4}$$

В первом порядке теории возмущений по полю ядра матричный элемент фоторождения пары имеет вид

$$S_{if} = ie\int d^4x\bar{\psi}_1\gamma^n A_n\psi_2, \tag{5}$$

где $A_n = \left(\frac{Ze}{r}, 0, 0, 0\right)$ — потенциал кулоновского поля ядра. Разлагая подынтегральное выражение в ряд Фурье с помощью соотношения

$$e^{-iz\sin x} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n(z)\, e^{-inx} \tag{6}$$

и вводя обозначения

$$u = \frac{ea}{\omega}\sqrt{\frac{k_1^2}{\lambda_1^2} + \frac{k_2^2}{\lambda_2^2} - 2\frac{k_1k_2}{\lambda_1\lambda_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)},$$

$$\cos\varphi_0 = \frac{ea}{u\omega}\left(\frac{k_1}{\lambda_1}\cos\varphi_1 - \frac{k_2}{\lambda_2}\cos\varphi_2\right),$$

$$\sin\varphi_0 = \frac{ea}{u\omega}\left(\frac{k_1}{\lambda_1}\sin\varphi_1 - \frac{k_2}{\lambda_2}\sin\varphi_2\right),$$

где θ_1, φ_1 и θ_2 и φ_2 — сферические углы квазиимпульсов электрона и позитрона, получим

$$\begin{aligned} S_{if} = -e\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{e^{ing\varphi_0}}{2\sqrt{\lambda_1\mathring{p}_1\lambda_2\mathring{p}_2}}\{\delta_{\xi_1,-\xi_2}[(m_*^2 - \lambda_1\lambda_2 - \\ - k_1k_2e^{-i\xi_2(\varphi_2-\varphi_1)})I_n(u) - eak_1e^{-i\xi_2(\varphi_0-\varphi_1)}I_{n-g\xi_2}(u) + \\ + eak_2e^{i\xi_2(\varphi_0-\varphi_2)}I_{n+g\xi_2}(u)] - \xi_2\delta_{\xi_1,\xi_2}[mk_1e^{-i\xi_2\varphi_1} + \\ + mk_2e^{-i\xi_2\varphi_2}]I_n(u)\}\tilde{A}_0(\vec{q})\,2\pi\delta(n\omega - \mathring{p}_1 - \mathring{p}_2). \end{aligned} \tag{7}$$

Здесь $\tilde{A}_0(\vec{q}) = \int d^3xA_0(r)\,e^{-i\vec{q}\vec{r}}$ — Фурье-компонент кулоновского потенциала, а $\vec{q} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 - n\vec{\varkappa}$ — переданный импульс.

Каждый член суммы (7) соответствует образованию пары лептонов при поглощении n фотонов ядром. В случае, когда рожденные лептоны являются нерелятивистскими $\mathring{p}_1 + \mathring{p}_2 = n\omega \approx 2m$, дифференциальное сечение процесса будет равным [1]

[1] При $n=1$ и $\omega \approx 2m$ получаем известное выражение для сечения однофотонного процесса. См. [1, 2].

$$d\sigma^{(n)} = \frac{Z^2\alpha r_e^2}{(2\pi)^2} \cdot \frac{p_1 p_2 d\overset{\circ}{p}_1 d\Omega_1 d\Omega_2}{8m^4\omega} \left(\frac{e^2a^2}{4\omega^2}\right)^{n-1} \frac{1}{[(n-1)!]^2} \times$$

$$\times \left(\frac{k_1^2}{m^2} + \frac{k_2^2}{m^2} - 2\,\frac{k_1k_2}{m^2}\cos\varphi\right)^{n-1} \delta_{\xi_1,-\xi_2}\left[\frac{1-g\xi_1}{2}k_1^2 + \frac{1-g\xi_2}{2}k_2^2\right]. \qquad (8)$$

Отсюда видно, что при любом числе поглощенных фотонов поляризация рожденных частиц будет противоположной.

Полагая в (8) $n=2$, получим сечение двухфотонного образования пары, а проинтегрировав его по углам вылета частиц после суммирования по поляризационным состояниям, например позитронов, найдем энергетическое распределение электронов:

$$d\sigma^{(2)} = Z^2\alpha r_e^2\gamma^2 \frac{p_1p_2d\overset{\circ}{p}_1}{15m^5}\left(\frac{1-g\xi_1}{2}\,\frac{p_1^4}{m^2} + \frac{1+g\xi_1}{2}\,\frac{p_2^4}{m^2} + \frac{5}{6}\,\frac{p_1^2p_2^2}{m^2}\right). \qquad (9)$$

Из (9) следует, что поляризация электронов (и позитронов) зависит как от поляризации электромагнитной волны, так и от энергии электрона.

Рассмотрим двухфотонный процесс в случае, когда одна из рожденных частиц (например электрон) является релятивистской, а вторая — нерелятивистской ($\overset{\circ}{p}_2 \sim m$, $\overset{\circ}{p}_1 \sim \overset{\circ}{p}_{1\max} = 2\omega - m$). Суммируя по переменным нерелятивистской частицы, для одночастичной функции распределения (вблизи максимума энергии) получим выражение

$$d\sigma^{(2)} = \frac{Z^2\alpha r_e^2\gamma^2}{64}\,\frac{m^5 p_1^5 p_2 d\overset{\circ}{p}_1 \sin^5\theta_1 d\theta_1}{\omega^6\lambda_1^6}\left[\frac{\overset{\circ}{p}_1 - m}{2\omega} - (1-g\xi_1)\left(1 - \frac{2\omega\lambda_1}{m^2} - \frac{\lambda_1}{m}\right)\right]. \qquad (10)$$

Наличие в (10) характерного знаменателя $\lambda_1 = \overset{\circ}{p}_1 - p_1\cos\theta_1$ говорит о том, что релятивистские частицы летят в основном в направлении $\theta_1 \sim \frac{m}{\overset{\circ}{p}_1}$, причем их поляризация будет преимущественно противоположной поляризации волны $\xi_1 = -g$.

Интегрируя (10) по углу вылета θ_1, найдем энергетическое распределение частиц вблизи $\overset{\circ}{p}_{1\max}$:

$$d\sigma^{(2)}(\overset{\circ}{p}_1 \sim 2\omega - m) = \frac{Z^2\alpha r_e^2\gamma^2}{64}\,\frac{m^4p_2d\overset{\circ}{p}_1}{\omega^6}\left\{\frac{8p_1^5(\overset{\circ}{p}_1 - m)}{15m^5\overset{\circ}{\omega}_1} + \right.$$

$$\left. + (1-g\xi_1)\left[\left(1+\frac{2\omega}{m}\right)\left(\frac{p_1\overset{\circ}{p}_1(10p_1^2 - 6\overset{\circ}{p}_1^2)}{3m^4} + \ln\frac{(\overset{\circ}{p}_1 + p_1)^2}{m^2}\right) - \frac{16p_1^5}{15m^5}\right]\right\}. \qquad (11)$$

Если энергия γ-квантов близка к пороговой для однофотонного процесса ($\omega \sim 2m$), то в случае, когда одна из образовавшихся частиц является нерелятивистской, сечение двухфотонного рождения пары (при $\omega \sim 2m$ оно может стать существенным), получаемое интегрированием (11) по малой окрестности точки $\overset{\circ}{p}_{1\max} = 2\omega - m$, будет равно

$$\sigma^{(2)}(\overset{\circ}{p}_2 \sim m) = \frac{Z^2\alpha r_e^2\gamma^2}{45}\left(\frac{\overset{\circ}{p}_{2\max} - m}{m}\right)^{3/2} \times$$

$$\times\left\{1 + (1-g\xi_1)\left[\frac{463}{256} + \frac{75}{512\sqrt{2}}\ln(3+2\sqrt{2})\right]\right\}. \qquad (12)$$

Сечение образования пары одним фотоном в этом случае оказывается равным [1,2]

$$\sigma^{(1)} = \frac{\pi}{12} Z^2 \alpha r_e^2 \left(\frac{\overset{\circ}{p}_{2\max} - m}{m} \right)^3. \tag{13}$$

Из сравнения (12) и (13) следует, что сечение двухфотонного образования нерелятивистских частиц определенного сорта убывает при уменьшении их энергии гораздо медленнее, чем сечение однофотонного образования таких частиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. Соколов А. А. Введение в квантовую электродинамику. М., Физматгиз, 1958.
2. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Релятивистская квантовая теория, ч. 1. М., «Наука», 1968.
3. Яковлев В. П. ЖЭТФ, **49**, 318, 1965.
4. Никишов А. И., Ритус В. И. ЖЭТФ, **46**, 776, 1964.
5. Гольдман И. И. ЖЭТФ, **46**, 1212, 1964.
6. Ternov I. M., Bagrov V. G., Khapaev A. M. Ann. d. Phys., **7**, 25, 1968.

Поступила в редакцию
4.9 1970 г.

Кафедра
теоретической физики