Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 5 — 1971

УДК 539.12

Б. А. ЛЫСОВ, О. С. ПАВЛОВА, А. Ф. ЖУРАВЛЕВ

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ФОТОРОЖДЕНИИ ПАРЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В работе исследовалось влияние магнитного поля на процесс рождения электронно-позитронной пары из двух фотонов. Рассмотрены случаи слабых и сильных магнитных полей. В слабых полях «полевая» добавка к сечению процесса имеет резонансный характер и пропорциональна $\sqrt{H}$. Получены сечения рождения продольно и поперечно поляризованных частиц.

Внешнее магнитное поле существенно меняет характер движения заряженных частиц, что не может не сказаться на структуре фазового пространства, поэтому наличие магнитного поля должно влиять на вероятность различных функций, в которых участвуют заряженные частицы [1, 2, 3].

Ниже исследуется влияние внешнего постоянного и однородного магнитного поля на сечение реакций $2\gamma \to e^+ + e^-$ и поляризацию конечных частиц в зависимости от энергии и поляризации начальных γ-квантов, а также уточняются результаты, полученные в [4]. Как было показано нами ранее [4], для фотонов с энергией, равной $c\hbar\varkappa$, движущихся вдоль магнитного поля $\vec{H} = (O, O, H)$ навстречу друг другу, выражение для полной вероятности фотообразования пары e^+e^- можно записать в виде

$$W = \sum_{\{\vec{n}\}} \Big\{ W_1 \delta(2K_э - 2\varkappa) + W_2 \delta\Big(\vec{K}_э + \sqrt{K_э^2 - 8\gamma} - 2\varkappa\Big) + $$

$$+ W_3 \delta\Big(K_э + \sqrt{\overrightarrow{K_э^2 + 8\gamma}} - 2\varkappa\Big)\Big\}. \qquad (1)$$

Суммирование проводится по полному набору квантовых чисел электрона $\{n\}$, т. е. по главному квантовому числу n, радиальному числу $\vec{s}$, проекции импульса на направление поля $c\hbar k_3$ и спину ς.

Наличие трех отдельных законов сохранения (1), связанных соответственно с правилами отбора $n_п = n_э$, $n_э \pm 2$, находит свое объяснение при рассмотрении эффектов, обусловленных круговой поляризацией исходных γ-квантов. Расчет показывает, что с учетом круговой поляризации фотонов выражение (1) для полной вероятности фотообразования пары принимает вид

$$W = (1 + l\,l')\,W_1 + (1 - l\,l')\,(1 - l')\,W_2 + (1 - l\,l')\,(1 + l')\,W_3, \qquad (2)$$

где l, l' характеризуют поляризацию первого и второго фотонов и могут принимать значения $+1$ (правая поляризация) и -1 (левая поляризация). Заметим теперь, что при $ll' = +1$ проекция полного момента двух фотонов $J_{z\text{ф}}=0$, а в случае $ll' = -1$ мы имеем $J_{z\text{ф}} = \pm 2$ (знак плюс для $l'=1$ и знак минус для $l' = -1$). С другой стороны, главные квантовые числа электрона и позитрона $n_\text{э}$ и $n_\text{п}$ можно связать с проекцией полного момента каждой из этих частиц на ось z:

$$\vec{J}_{z\text{э}} = s_\text{э} - n_\text{э} + \frac{1}{2}, \quad \vec{J}_{z\text{п}} = -\left(\vec{s}_\text{э} - n_\text{п} + \frac{1}{2}\right). \qquad (3)$$

В рассматриваемой реакции проекция полного момента на направление магнитного поля остается неизменной, что с учетом равенства $s_\text{п} = s_\text{э}$ и приводит к правилам отбора $\vec{n}_\text{п} = \vec{n}_\text{э}$, если $ll' = 1$, и $n_\text{п} = n_\text{э} \pm 2$, если $ll' = -1$.

В этой связи в дальнейшем целесообразно рассматривать каждую из вероятностей $\vec{w}_i$ порознь.

Слабые поля

Прежде всего остановимся подробнее на случае слабых магнитных полей $H \ll H_0 \left(H_0 = \dfrac{\vec{m}^2\,\vec{c}^3}{\vec{e}\,\hbar}\right)$, не анализируя пока эффекты, обусловленные спином электрона и позитрона. Вводя безразмерные переменные $\mu = \dfrac{k_0}{\varkappa}$, $\gamma_0 = \dfrac{2\gamma}{\varkappa^2} \left(\gamma = \dfrac{eH}{2\,e\hbar}\right)$ и снимая в (1) интегрирование по $k_{3\text{э}}$ с помощью δ-функции, а также выполняя обычным образом суммирование по радиальному числу s, получаем

$$\sigma_1 = \frac{\pi\alpha^2}{8\varkappa^2}\,\gamma_0 \sum_{n=0}^{N_1} \frac{1}{x_1} \left\{ \frac{2\mu^2 - \mu^4 - 2\gamma_0\mu^2\vec{x}_1 - \gamma_0^2\,(1 - \vec{x}_1^2)}{[1 - (x_1 - \gamma_0)^2]^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{2\mu^2 - \mu^4 + 2\gamma_0\mu^2 x_1 - \gamma_0^2\,(1 - x_1^2)}{[1 - (x_1 + \gamma_0)^2]^2} \right\},$$

$$\sigma_{2,3} = \frac{\pi\alpha^2}{16\varkappa^2}\,\gamma_0 \sum_{n=0}^{N_2} \frac{1}{\vec{x}_2} \cdot \frac{1 - (x_2^2 - \gamma_0^2 + \mu^2)^2}{(1 - \gamma_0^2)\,(1 - \vec{x}_2^2)^2}, \qquad (4)$$

$$x_1 = \sqrt{1 - \mu^2 - 2\gamma_0\,\vec{n}}, \quad \vec{x}_2 = \sqrt{(1 - \gamma_0)^2 - \mu^2 - 2\gamma_0\vec{n}}.$$

Здесь

$$N_1 = \left[\frac{1 - \mu^2}{2\gamma_0}\right], \quad \vec{N}_2 = \left[\frac{(1 - \gamma_0)^2 - \mu^2}{2\gamma_0}\right]$$

причем мы пользуемся обозначением $[z]$ — целая часть z.

Для оценки приведенных выше сумм воспользуемся формулой [5]

$$\sum_{\vec{n}=0}^{N} \vec{f}\,(\vec{n}) = \int_0^N \vec{f}(y)\,dy + \frac{1}{2}[f\,(N) + f\,(0)] + \int_0^N Q\,(y)\,f''\,(y)\,dy,$$

где $Q\,(y)$ — периодическая функция $Q\,(y+1) = Q\,(y)$, равная $\frac{\vec{y}}{2}(\vec{y}-1)$ для $0 \leqslant y < 1$. Заметим для дальнейшего, что $Q\,(y)$ неотрицательно и нигде не превосходит $\frac{1}{8}$, поэтому для последнего интеграла имеет место оценка

$$\int_0^{\vec{N}} Q\,(y)\,f''\,(y)\,dy \simeq \frac{q}{8}\{f'\,(N) - f'\,(0)\}, \tag{5}$$

числовой коэффициент q по порядку равен единице.

При слабых магнитных полях $\frac{H}{H_0} \ll 1$ $\left(\frac{\gamma_0}{\mu^2} \ll 1\right)$ получаем

$$\sigma_1 = \frac{\pi\alpha^2}{2\varkappa^2}\,(2\mu^2 - \mu^4)\left\{\frac{\sqrt{1-\mu^2}}{\mu^2} + \frac{1}{2}\ln\frac{1+\sqrt{1-\mu^2}}{1-\sqrt{1-\mu^2}} + \right.$$
$$\left. + \left(\frac{H}{H_0}\right)^{1/2} 2\mu^2\,Z\,(\lambda)\right\},$$
$$\sigma_{2,3} = \frac{\pi\alpha^2}{4\varkappa^2}\left\{-\sqrt{1-\mu^2}\,(4+\mu^2) + \frac{4+2\mu^2-\mu^4}{2}\ln\frac{1+\sqrt{1-\mu^2}}{1-\sqrt{1-\mu^2}} + \right.$$
$$\left. + \left(\frac{H}{H_0}\right)^{1/2}\mu^2(1-\mu^4)\,Z\,(\lambda)\right\}. \tag{6}$$

Функция $Z\,(\lambda)$ зависит от параметра

$$\lambda = \frac{\varkappa^2 - k_0^2}{4\gamma} - \left[\frac{\varkappa^2 - k_0^2}{4\gamma}\right] \tag{7}$$

следующим образом:

$$Z\,(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\lambda}} - \sqrt{2\,(\lambda+1)} + \frac{1}{2\sqrt{2\,(\lambda+1)}} + \frac{q}{8\,(2\,(\lambda+1))^{3/2}}, \tag{8}$$

т. е. функция $Z(\lambda)$ расходится, если энергия фотона такова, что величина $\frac{\varkappa^2 - k_0^2}{4\gamma}$ будет в точности равна целому числу. Физически это означает, что электрон попадает в резонанс на квантовую орбиту, соответствующую главному квантовому числу N, а движение по оси z отсутствует.

Из формулы (6), видно, что изменение в сечении реакции, вызванное слабым магнитным полем, пропорционально $\sqrt{H}$ и эти изменения носят резонансный характер. Появление в магнитном поле характерных резонансных членов уже отмечалось рядом авторов [1, 6], исследовавших влияние магнитного поля на β-распад нейтрино. Разумеется, в действительности сечение реакции в бесконечность не обращается ни при каких значениях $\varkappa$, так как время жизни электрона и позитрона в данном состоянии благодаря хотя бы спонтанному излучению всегда конечно. Что же касается полученной формулы, то ею следует пользоваться для тех значений, которые не слишком близки к резонансным.

Продольная поляризация электрона и позитрона

Для определения продольной поляризации электронов волновую функцию электрона подчиним уравнению

$$(\sigma P)\Psi=\tilde{\zeta}\tilde{k}\Psi, \quad \tilde{\zeta}=\pm 1, \quad \tilde{k}=\sqrt{K^2-k_0^2}, \tag{9}$$

при $\tilde{\zeta}=+1$ спин электрона направлен по импульсу, при $\tilde{\zeta}=-1$ против импульса.

В слабых магнитных полях для сечений рождения пары e^+ e^- получаем следующие выражения:

$$\sigma_1=\frac{\pi\alpha^2}{8\varkappa^2}(1+\tilde{\zeta}_\text{п}\tilde{\zeta}_\text{э})\left\{\sqrt{1-\mu^2}\,(2-\mu^2)+\frac{\mu^2(2-\mu^2)}{2}\ln\frac{1+\sqrt{1-\mu^2}}{1-\sqrt{1-\mu^2}}+\right.$$

$$\left.+\left(\frac{H}{\vec{H}_0}\right)^{1/2}\mu^4(2-\mu^2)\,2Z(\lambda)\right\},$$

$$\sigma_{2,3}=\frac{\pi\alpha^2}{16\varkappa^2}\left\{(1-\tilde{\zeta}_\text{п}\tilde{\zeta}_\text{э})\left[\frac{4-\mu^2}{\sqrt{1-\mu^2}}+\frac{4-2\mu^2+\mu^4}{2(1-\mu^2)}\ln\frac{1+\sqrt{1-\mu^2}}{1-\sqrt{1-\mu^2}}+\right.\right.$$

$$\left.+\left(\frac{H}{\vec{H}_0}\right)^{1/2}\mu^2(1-\mu^2)Z(\lambda)\right]+$$

$$+(1+\tilde{\zeta}_\text{п}\tilde{\zeta}_\text{э})\left[\frac{\mu^2(2+\mu^2)}{\sqrt{1-\mu^2}}-\frac{\mu^4(4-\mu^2)}{2(1-\mu^2)}\ln\frac{1+\sqrt{1-\mu^2}}{1-\sqrt{1-\mu^2}}+\right.$$

$$\left.\left.+\left(\frac{H}{\vec{H}_0}\right)^{1/2}\mu^4(1-\mu^2)\,Z(\lambda)\right]\right\}. \tag{10}$$

В пределе $H\to 0$ сумма $\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3$ переходит в выражение для сечения рождения свободных поляризованных частиц [7].

Поперечная поляризация электрона и позитрона

Волновая функция электрона удовлетворяет спиновому уравнению

$$\{mc^2\sigma_3+c\rho_2[\sigma P]_3\}\Psi=c\hbar k\zeta\Psi \quad k=\sqrt{K^2-k_3^2}, \tag{11}$$

при $\zeta_{\text{э},\text{п}}=+1$ — спин электрона (позитрона) ориентирован по направлению магнитного поля, при $\zeta_{\text{э},\text{п}}=-1$ — против магнитного поля.

В случае поперечной поляризации электрона и позитрона при слабом магнитном поле получаем

$$\sigma_1=\frac{\pi\alpha^2}{8\varkappa^2}\left\{(1+\zeta_\text{п}\zeta_\text{э})\left[\sqrt{1-\mu^2}\,\frac{2-3\mu^2}{4}+\frac{\mu^2(4-3\mu^2)}{8}\ln\frac{1+\sqrt{1-\mu^2}}{1-\sqrt{1-\mu^2}}+\right.\right.$$

$$\left.+\left(\frac{H}{H_0}\right)^{1/2}2\mu^3(1-\mu^2)Z(\lambda)\right]+$$

$$+ (1-\zeta_п \zeta_э)\left[\sqrt{1-\mu^2}\,\frac{6-\mu^2}{4} + \frac{\mu^2(4-\mu^2)}{8}\ln\frac{1+\sqrt{1-\mu^2}}{1-\sqrt{1-\mu^2}} + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{H}{H_0}\right)^{1/2} 2\mu^3 Z(\lambda)\right]\Bigg\},$$

$$\sigma_{2,3} = \frac{\pi\alpha^2}{16\varkappa^2}\left\{(1+\zeta_п\zeta_э)\left[-\sqrt{1-\mu^2}\,\frac{2+3\mu^2}{4} + \frac{8-3\mu^4}{8}\times\right.\right.$$

$$\left.\times\ln\frac{1+\sqrt{1-\mu^2}}{1-\sqrt{1-\mu^2}} + \left(\frac{H}{H_0}\right)^{1/2}\mu(1-\mu^4)Z(\lambda)\right]\mp$$

$$\mp\zeta_п(1+\zeta_п\zeta_э)\left[\frac{8}{3}(1-\mu^2)^{3/2} + \left(\frac{H}{H_0}\right)^{1/2}\mu^2(1-\mu^2)Z\right] +$$

$$+ (1-\zeta_п\zeta_э)\left[-\sqrt{1-\mu^2}\,\frac{14+\mu^2}{4} + \frac{8+\mu^2-\mu^4}{8}\times\right.$$

$$\left.\left.\times\ln\frac{1+\sqrt{1-\mu^2}}{1-\sqrt{1-\mu^2}} + 0(\gamma_0)\right]\right\}. \qquad (12)$$

Величина полевой поправки к сечению рождения пары частиц с противоположно ориентированными спинами более высокого порядка, чем $\sqrt{\frac{H}{H_0}}$, т. е. меньше.

Сильное магнитное поле

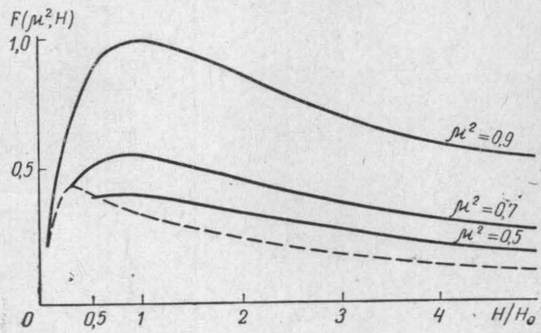
Рассмотрим магнитное поле такой большой напряженности, что энергии фотонов хватает лишь на рождение пары электрон—позитрон в основном состоянии. При определенной энергии фотонов H, это будут поля, удовлетворяющие условию

$$H > H_0\,\frac{\varkappa^2 - k_0^2}{2\vec{k}_0^2}. \qquad (13)$$

Тогда сечение рождения пары будет равно

$$\sigma = \frac{\pi\alpha^2}{8\varkappa^2}\gamma_0\,\frac{\mu^2}{\sqrt{1-\mu^2}}\times$$

$$\times\frac{(1+\gamma_0)^2+1-\mu^2}{[(1+\gamma_0)^2-1+\mu^2]^2}. \qquad (14)$$



Пунктирная линия определяет границу применимости формулы. При магнитных полях больших критического для всех значений μ сечение убывает с ростом $\vec{H}$

Характер изменения сечения в зависимости от поля виден из рисунка

$$\sigma = \frac{\pi\alpha^2}{8\varkappa_0^2}F(\mu^2, H).$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Тернов И. М., Лысов Б. А., Коровина Л. И. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 5, 58, 1965.
2. Canuta V., Chiu H. Phys. Rev., **185**, 1604, 1969.
3. Canuta V., Chiu H. Phys. Rev., **175**, 1229, 1967.
4. Лысов Б. А., Дорофеев О. Ф., Павлова О. С. «Изв. вузов», физика, 2, 1, 1968.
5. Смирнов В. И. Курс высшей математики, т. 3, ч. 2. ГИТТЛ, 1949, стр. 275—279.
6. Коровина Л. И. «Изв. вузов», физика, **6**, 1965.
7. Керимов Б. К., Садыхов. ЖЭТФ, **36**, № 4, 1959.

Поступила в редакцию
4.9 1970 г.

Кафедра
теоретической физики