Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 5 — 1971

УДК 537.311.33

В. Л. БОНЧ-БРУЕВИЧ

К ТЕОРИИ ЗАХВАТА НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА ГЛУБОКИМИ ЛОВУШКАМИ В ГОМЕОПОЛЯРНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

В рамках обобщенной модели Луковского получены явные выражения для коэффициентов многофононного захвата носителей заряда глубокими примесными центрами в полупроводниках. Рассмотрены случаи нейтрального и одноименно заряженного центров. Дано обоснование и указаны пределы применимости использованного ранее полуфеноменологического подхода.

§ 1. Введение и постановка задачи

Теория безызлучательного захвата носителей заряда примесными центрами в полупроводниках до сих пор находится в неудовлетворительном состоянии. Есть веские основания [1] считать, что во многих интересных случаях реализуется фононный механизм захвата: энергия захватываемого носителя передается непосредственно колебаниям решетки (обзор всех известных в настоящее время механизмов можно найти в [2]). При этом в случае разноименно заряженных мелких ловушек каскадная теория М. Лэкса [3] дает удовлетворительное описание явлений. В применении к более глубоким ловушкам условия применимости каскадной теории становятся довольно жесткими, а согласие ее результатов с опытом ухудшается [2]. Наконец, в случае нейтральных и, тем более, одноименно заряженных ловушек каскадная теория, видимо, вообще не имеет пределов применимости при всех мыслимых значениях поляризуемости ловушки [4]. Соответственно в рамках фононного механизма остается лишь возможность квантового многофононного безызлучательного перехода. Общая теория таких переходов в настоящее время хорошо развита (см., например, [5, 6]). При ее конкретизации, однако, возникают две хорошо известные трудности, которые до сих пор и сдерживали развитие теории. Первая из них состоит в том, что существенными могут оказаться коротковолновые фононы. Вопрос о законе дисперсии для них иногда можно решить экспериментальным путем; вопрос о виде энергии взаимодействия их с электронами, H_{int}, изучен пока что очень плохо. Мы будем пользоваться простейшей аппроксимацией, считая фононный спектр дебаевским и обрывая его на предельном волновом числе q_m, связанном с объемом элементарной ячейки V_0, равенством $q_m^3 V_0 = 6\pi^2$. В качестве H_{int} возьмем обычный изотропный потенциал деформации:

$$\mathcal{H}_{int} = \sum_{\vec{q}} \{V_q e^{i\vec{q}\,\vec{r}} b_q + \text{эрм. сопр.}\}. \tag{1}$$

Здесь

$$V_q = iE_1 \left(\frac{\hbar V_0}{2M\Omega\omega_q} \right)^{1/2}, \tag{2}$$

Ω — фундаментальный объем, $\omega_q = s|\vec{q}|$ — частота продольного акустического фонона с волновым вектором $\vec{q}$, s — скорость звука, M — масса элементарной ячейки, b_q^* и b_q — операторы порождения и уничтожения рассматриваемых фононов, E_1 — константа потенциала деформации. Учет анизотропии фононного спектра и других его ветвей в столь упрощенной постановке задачи вряд ли имеет смысл — проще рассматривать E_1 как эмпирическую константу. Для оценки мы будем полагать $E_1 = 10$ *эв.*

Вторая трудность связана с тем, что для вычисления вероятности рассматриваемого перехода надо знать волновые функции локализованных электронов. Как известно (см., например, [7]), сама возможность использовать одноэлектронное приближение здесь далеко не тривиальна; с другой стороны, даже и в его рамках расчет «из первых принципов» требует предварительного определения силового поля данного структурного дефекта на малых (порядка постоянной решетки) от него расстояниях. Мы попытаемся обойти оба эти осложнения, замечая, что характерная длина волны свободного носителя заряда значительно превышает как постоянную решетки, так и линейный размер «области локализации» носителя, находящегося на ловушке. Можно думать поэтому, что явный вид поля, существенный для расчета параметров ловушки как таковой, будет не очень важен в процессах с участием свободных носителей. Аппроксимируем потенциальную энергию электрона в поле ловушки выражением

$$V(\vec{r}) = -v_0 \delta(\vec{r}) + \frac{Ze^2}{\varepsilon r}, \tag{3}$$

где v_0 — положительная постоянная, e — заряд электрона, Z — заряд центра в единицах $|e|$, ε — диэлектрическая проницаемость основного вещества.

Выражение (3) (при $Z=0$) было использовано для изучения бесфононных оптических переходов в работе [8]. Мы будем рассматривать как нейтральные, так и одноименно заряженные ловушки ($Z \geqslant 0$, коль скоро речь идет о захвате электронов; в дальнейшем мы будем для определенности рассматривать явно только этот случай).

В связи с формулой (3) следует сделать следующие замечания.

Во-первых, такой вид потенциальной энергии означает пренебрежение сравнительно далеко действующими поляризационными силами. По-видимому [4], роль их в рассматриваемой задаче мало существенна.

Во-вторых, использование представления о постоянной диэлектрической проницаемости оправдано лишь на достаточно больших расстояниях от центра. Однако для исследования роли кулоновского барьера при захвате носителей именно такие расстояния и важны; с другой стороны, энергия связанного состояния все равно явно вычисляться не будет.

В-третьих, параметр v_0, разумеется, неизвестен, но он и не войдет в ответ: последний будет содержать только энергию электрона на рассматриваемом дискретном уровне, λ; эту величину мы возьмем из опыта. Тем самым снимаются и трудности, связанные с учетом многоэлектронных эффектов: в случае (3) все их удается «упрятать» в один эмпирический параметр λ.

§ 2. Волновые функции

В рамках принятой выше постановки задачи нет смысла учитывать различия в самосогласованном потенциале для различных зон. Искомые волновые функции определяются из уравнения Шредингера.

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0}\nabla^2\psi_\lambda + U(\vec{r})\,\psi_\lambda + V(\vec{r})\,\psi_\lambda = \lambda\psi_\lambda. \qquad (4)$$

Здесь m_0 — масса свободного электрона, $U(\vec{r})$ — эффективный периодический потенциал решетки.

В нашем случае нельзя непосредственно воспользоваться методом эффективной массы. Задача, однако, легко решается по теории регулярных возмущений [9].

Рассмотрим сначала нейтральную ловушку. Введем функции Блоха $\psi_{kl}\,e^{i\vec{k}\vec{r}}u_{kl}$, удовлетворяющие уравнению (4) без члена с V и с заменой $\lambda\to w_{kl}$. Здесь $\vec{k}$ — квазиимпульс электрона, l — номер зоны [1], u — функция, периодическая с периодом решетки. Функции ψ_{kl} будем нормировать на единицу в объеме Ω. У края зоны мы воспользуемся простейшей аппроксимацией, полагая (в рассматриваемой зоне) $w_k = \hbar^2k^2/2m$. При этом в веществах типа германия эффективную массу m надо выбирать так, чтобы в рамках водородной модели получить правильное значение энергии ионизации мелких доноров (акцепторов) [10] [2]. В применении к германию это дает $m=0{,}2\,m_0$. Энергетический спектр возмущенной задачи может содержать как дискретные уровни $\lambda\neq w_{kl}$, так и квазинепрерывные участки. В последнем случае мы будем вместо λ писать W_p, где p — некоторый квазиимпульс, а W_p — энергия, отвечающая ему в рассматриваемой зоне; значок λ сохраним только для функций дискретного спектра.

В случае дискретного спектра имеем

$$\psi_\lambda(\vec{r}) = N\sum_{k,l}\frac{\psi^*_{kl}(0)\,\psi_{kl}(\vec{r})}{w_{kl}-\lambda}, \qquad (5)$$

где N — нормировочная постоянная, а собственные значения λ даются известным равенством

$$1 = v_0\sum_{k,l}\frac{|\psi_{kl}(0)|^2}{w_{kl}-\lambda}, \qquad (6)$$

Как известно [9], возмущение вида (3) отщепляет по одному уровню от каждой зоны. Физический смысл в данной задаче следует придавать только уровню, расположенному в запрещенной зоне. При нашем выборе начало отсчета энергии $\lambda<0$; при этом энергия ионизации рассматриваемой ловушки есть $|\lambda|$.

---

[1] В нашей постановке задачи физический смысл следует придавать только двум зонам — валентной (трактуемой обычным способом как дырочная) и проводимости.

[2] Этот прием оказался достаточным при исследовании температурной зависимости коэффициентов захвата [11—13].

Нормируя ψ_λ на единицу, получаем

$$N^{-2} = \frac{\Omega}{(2\pi)^3} \sum_l \int d\vec{k} \frac{|\psi_{kl}(0)|^2}{|w_{kl} - \lambda)^2}. \qquad (7)$$

Мы выполнили стандартный переход от суммирования по дискретным компонентам $\vec{k}$ к интегрированию по зоне Бриллюэна.

Заметим, что здесь в отличие от (5) уже можно поступать так, как если бы мы пользовались методом эффективной массы, т. е. аппроксимировать w_{kl} квадратичной формулой, заменить $|\Psi_{kl}^{(0)}|^2$ константой $(=\Omega^{-1})$ и интегрировать по k в бесконечных пределах. Далее экспериментально интересен случай $|\lambda| \ll \Delta$, где Δ — ширина запрещенной зоны. При этом из всей суммы по l можно оставить лишь один член (отвечающий зоне проводимости или дырочной зоне)[1]. Тогда для N получаем $N = (8\pi)^{1/2}\left(\frac{\hbar^2}{2m}|\lambda|^{1/3}\right)^{3/4}$.

В случае непрерывного спектра надо найти решение (4), которое асимптотически на больших расстояниях от центра представляет собой сумму блоховской волны и сходящейся сферической волны (ср. (14)). Исключая константу v_0 с помощью равенства (6), получаем:

$$\psi_w(\vec{r}) = N(w)\left\{\psi_p|\vec{r}) - \frac{\pi\hbar^3\sqrt{2}\ \psi_p(0)}{m^{3/2}(|\lambda|^{1/2} - iw^{1/2})} \sum_k \frac{\psi_k^*(0)\,\psi_k|\vec{r})}{w_k - w + i\eta}\right\}, \qquad (8)$$

где

$$w = w_p\ \eta \to +0, N(w) = \left(\frac{\Omega}{2\pi^2}\rho\right)^{-1/2},$$

$$\rho = \int_0^\infty k^2\,\delta(W - W_k)\,dk,$$

функции Блоха ψ_p и ψ_k отвечают рассматриваемой зоне. Функция (8) нормирована (при переходе к непрерывному спектру) на δ-функцию ст энергии.

Обратимся к волновым функциям заряженной ловушки. Здесь удобно выбрать в качестве базисной системы собственные функции задачи

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0}\nabla^2\chi_{kl} + U\chi_{kl} + \frac{Ze^2}{\varepsilon r}\chi_{kl} = w_{kl}\chi_{kl}, \qquad (9)$$

полученные в однозонном варианте метода эффективной массы[2]. При этом все собственные функции (9) принадлежат квазинепрерывному спектру и их по-прежнему можно нумеровать квантовыми числами $\vec{k}$ и l. Волновые функции полной задачи по-прежнему даются выражения-

---

[1] Та же процедура будет использоваться и в дальнейшем при вычислении всех интересующих нас матричных элементов. При этом зонный индекс для краткости будет опускаться.

[2] В принципе уравнение (9) может содержать и связанные состояния, возникающие в глубине запрещенной зоны [15]. В принятом подходе они теряются, однако эта потеря лишь кажущаяся: функции χ_{kl} носят вспомогательный характер, мы вправе воспользоваться любой полной системой, определяя энергию связанного состояния из уравнения (6). Поскольку она все равно берется из опыта, вопрос о «правильном» выборе потенциала на малых расстояниях не возникает.

ми (5) и (8) с заменой ψ_{kl} на χ_{kl}. Для нормировочного множителя в дискретном спектре теперь, однако, получается

$$N = \pi\sqrt{2}\, I^{-1}, \quad I = \int\limits_0^\infty \frac{k^2 A(k)\, dk}{(w_k - \lambda)^2}, \tag{10}$$

где A — известный [14] кулоновский множитель в поле отталкивания:

$$A = \frac{2\pi}{ka_B}\left[\exp\left(\frac{2\pi}{ka_B}\right) - 1\right]^{-1}, \quad a_B = \frac{\varepsilon\hbar^2}{2me^2}. \tag{11}$$

Ограничимся случаем, когда [1]

$$|\lambda| \ll (2\pi)^2 W_B, \quad W_B = \frac{mZ^2 e^4}{2\varepsilon^2\hbar^2}. \tag{12}$$

Тогда интеграл I легко вычисляется и для N получается то же, что и раньше с заменой $|\lambda|$ на $9\,w_B$.

Выражение для волновой функции непрерывного спектра можно упростить, пользуясь неравенством (12) и условием $\overline{W} \ll (2\pi)^2 W_B$, где $\overline{W}$ — характерная энергия свободного носителя заряда (в отсутствие нагрева электронного газа $\overline{W} \sim T$, где T — температура в энергетических единицах). Именно при этом второе слагаемое в (8) дает сравнительно малый вклад и в соответствии с общим правилом [16]:

$$\psi_w(\vec{r}) = N(W)\,\Phi_k(\vec{r})\, u_0(\vec{r}). \tag{13}$$

Здесь u_0 — периодическая часть функции Блоха на краю рассматриваемой зоны, Φ_k — волновая функция кулоновской задачи.

§ 3. Коэффициенты захвата

Согласно [5] коэффициент многофононного захвата дается выражением

$$c_n = \frac{2\pi^2\hbar^2}{m}\int p^{-1} f(\vec{p})\, w_{p\lambda}\, d\vec{p}. \tag{14}$$

Здесь $f(\vec{p})$ — функция распределения носителей заряда, нормированная на единицу,

$$w_{p\lambda} = \frac{\pi}{\hbar\delta}\sum_{\vec{q}} |V_{pq\lambda}|^2 (2n_q + 1)\exp\left\{-\frac{(w_p + |\lambda| - a_\lambda)^2}{\delta^2}\right\}, \tag{15}$$

$$\delta^2 = \sum_{\vec{q}} |V_{q\lambda}|^2 (2n_q + 1), \quad a_\lambda = \frac{1}{2}\sum_{\vec{q}} |V_{q\lambda}|^2 (\hbar\omega q)^{-1}, \tag{16}$$

$$V_{pq\lambda} = \int d\vec{r}\, \psi_\lambda^* V_q e^{i\vec{q}\vec{r}}\, \psi_w, \quad V_{q\lambda} = \int d\vec{r}\, |\psi_\lambda|^2 V_q e^{i\vec{q}\vec{r}}, \tag{17}$$

n_q — среднее число фононов с волновым вектором $\vec{q}$; функция ψ_w нормирована на δ-функцию от энергии.

Будем рассматривать невырожденный электронный газ в условиях теплового равновесия по энергиям. Соответственно

---

[1] Типичные значения параметров (для Ge): $Z=2$, $W_B=0{,}04$ *эв*, $|\lambda| \leqslant 0{,}26$ *эв*.

$$n_q = \left[\exp\left(\frac{\hbar\omega_q}{T}\right) - 1\right]^{-1}, \quad f(\vec{p}) = \text{const}\exp\left[-\frac{w_p}{T}\right].$$

Рассмотрим сначала захват нейтральной ловушкой, предполагая при этом, что

$$|\lambda| \gg T, \quad 8ms^2|\lambda| \lesssim (\hbar\omega_m)^2, \quad \frac{2}{3\pi^2}\frac{M}{m}\left(\frac{\hbar\omega_m}{E_1}\right)^2 \ll 1,$$

$$\pi\sqrt{6}\left(\frac{m}{M}\right)^{1/2}|\lambda|^{1/2}E_1 \gg (\hbar\omega_m)^{3/2}. \tag{18}$$

Здесь $\hbar\omega_m$ — предельная дебаевская частота ($\hbar\omega_m \equiv T_D$). Первое из неравенств (18) есть не более, чем необходимое условие эффективности данного центра захвата, остальные легко проверяются непосредственно (ориентировочные значения параметров для германия $s=5\cdot10^5$ *см/сек*, $M=2{,}6\cdot10^5$, m_0, $T_D=0{,}008$ *эв*). Заметим также, что эти неравенства не носят принципиального характера и используются лишь для простоты. При этом:

$$a_\lambda = \frac{3\pi^2}{2}\frac{m}{M}\frac{|\lambda|E_1^2}{(\hbar\omega_m)^2}, \quad \delta^2 = \frac{3\pi^2}{2}\cdot\frac{m|\lambda|}{M\hbar\omega_m}E_1^2[1+\varphi(T)], \tag{19}$$

где

$$\varphi(T) = \left(\frac{4T}{\pi T_D}\right)^2\int_0^{x_m}\frac{x\,dx}{e^x-1}\left[\arcsin\frac{x}{\sqrt{x^2+T_1^2/T^2}}\right]^2, \tag{20}$$

$$x_m = T_D/T, \quad T_1 = \sqrt{8ms^2|\lambda|}.$$

Явный вид $\varphi(T)$ легко получить в нескольких предельных случаях. Именно:

а) $T \ll T_1$ («ультраквантовая» область): $\varphi = 0\left(\frac{T^3}{T_1T_D^2}\right) \ll 1$;

б) $T_1 < T < T_D$[1]: $\varphi \approx \frac{2\pi^2}{3}\left(\frac{T}{T_D}\right)^2$;

в) $T > T_D$ («классическая» область): $\varphi \cong \frac{4T}{\pi^2 T_D}\left[\arcsin\frac{T_D}{\sqrt{T_D^2+T_1^2}}\right]^2$.

Экспериментально наиболее интересен, видимо, случай (б).

Равенства (4) и (17) с учетом (18) дают

$$W_{p\lambda} = \frac{\sqrt{3\pi}}{2\hbar\sqrt{2}}\left(\frac{mw}{M\hbar\omega_m}\right)^{1/2}\frac{E_1}{|\lambda|}\cdot\frac{\exp\left\{-\frac{(|\lambda|+w-a_\lambda)^2}{\delta^2}\right\}}{1+\varphi(T)}, \tag{21}$$

$$c_n = \frac{2\pi^{5/2}\sqrt{3}\,\hbar^2E_1}{m^{3/2}|\lambda|\sqrt{\hbar\omega_m}}\left(\frac{m}{M}\right)^{1/2}(1+\varphi)\exp\left\{-\frac{3m\pi^2|\lambda|E_1^2}{2M(\hbar\omega_m)^3(1+\varphi)}\right\}. \tag{22}$$

Обратимся к захвату при наличии кулоновского барьера (одноименно заряженная ловушка). Простоты ради будем считать при этом, что

$$\hbar\omega_m \ll \pi\sqrt{8ms^2W_B}, \quad T \ll |\lambda|, \tag{18'}$$

$$T \ll \frac{\delta^2}{2}\,||\lambda| - a_\lambda|^{-1}.$$

[1] Строго говоря, здесь должны стоять знаки сильных неравенств. Однако условие $T_D > T$ надо понимать в смысле малости экспоненты $\exp(-T_D/T)$, а при $T \sim T_1$ сама функция φ становится заметно меньше единицы.

(Эти условия фактически выполняются, например, в условиях опытов с германием, легированным медью.) Тогда формулы (10), (11) и (13)—(17) дают

$$w_{p\lambda} = \frac{13,5\,\pi\sqrt{1+\varphi_c}\,E_1 w_B}{\hbar\lambda^2}\left(\frac{\hbar\omega_m}{Ms^2}\right)^{1/2}\frac{\exp\left\{-\frac{(w_p+|\lambda|-a_\lambda)^2}{\delta^2}\right\}}{\left[\exp\left(2\pi\sqrt{\frac{W_B}{w_p}}\right)-1\right]\left(1+\frac{w_p}{|\lambda|}\right)^2} \tag{23}$$

и

$$c_n = \frac{108\,\pi^4\hbar^2 E_1 W_B T^*}{\lambda^2(2\pi m T)^{3/2}}\left(\frac{\hbar\omega_m}{Ms^2}\right)^{1/2}\sqrt{1+\varphi_c}\,e^{-\sigma} I, \tag{24}$$

где

$$I = \int_0^\infty dx \exp\left[-x - \frac{T^{*2}}{\delta^2}x^2\right)[\exp(\gamma x^{-1/2})-1]^{-1}\left(1+x\frac{T^*}{|\lambda|}\right)^{-2}, \tag{25}$$

$$T^* = \frac{Tw_c}{T+w_c},\quad w_c = \frac{\delta^2}{2(|\lambda|-a_\lambda)},\quad \sigma = \frac{(|\lambda|-a_\lambda)^2}{\delta^2},\quad \gamma = 2\pi\left(\frac{W_B}{T^*}\right)^{1/2},$$

$$a_\lambda = 0,07\frac{E_1^2}{Ms^2},\quad \delta^2 = 0,11\,\frac{\hbar\omega_m E_1^2}{Ms^2}(1+\varphi_i), \tag{26}$$

а φ_c есть, с точностью до множителя, обычная функция Дебая:

$$\varphi_c = 8\left(\frac{T}{T_D}\right)^4\int_0^{x_m}\frac{x^3\,dx}{e^x-1} \equiv \frac{8T}{3T_D}D(T_D/T). \tag{27}$$

Функция $D(\xi) = \frac{3}{\xi^3}\int_0^\xi \frac{x^3\,dx}{e^x-1}$ табулирована (см., например, [17]). При $T \ll T_D$ и $T \gg T_D$ имеем:

$$\varphi_c \simeq \frac{8\pi^4}{15}\left(\frac{T}{T_D}\right)^4 \quad\text{и}\quad \varphi_c \simeq \frac{8T}{3T_D}.$$

При $T \ll 0,06\left(\frac{\hbar\omega_m}{Ms^2}\cdot\frac{E_1^2}{w_B^{2/3}}\right)^{3/4}$ ($\simeq 0,02$ *эв* для Ge) можно пренебречь слагаемым $(T^*/\delta)^2$ в экспоненте под знаком интеграла в (25). При этом формально получается полуфеноменологическое выражение, ранее использованное в [10], с заменой T на T^* в туннельном множителе. При $\gamma^{2/3} \gg 1$ интеграл (25) вычисляется, как и в [10], и мы имеем

$$c_n \simeq 2\cdot 10^3\,\frac{\hbar^2 E_1 W_B^{7/6}(T^*)^{5/6}}{\lambda^2(mT)^{3/2}}\left(\frac{\hbar\omega_m}{Ms^2}\right)^{1/2}\sqrt{1+\varphi_c}\exp\left\{-\sigma-\left(\frac{T_0}{T^*}\right)^{1/3}\right\}, \tag{28}$$

где, как и в (10), $T_0 = 27\pi^2 W_B$ (напомним, что температура выражается в энергетических единицах). При меньших значениях γ интеграл I приходится табулировать[1]. Результаты (полученные в пренебрежении членами $\left(\frac{T^*}{\delta}\right)^2 x^2$ и $\frac{T^*}{|\lambda|} x$) приведены в таблице.

При $T \ll W_c$, $T \ll \frac{1}{\pi} W_c \left(\frac{W_c}{W_B}\right)^{1/2}$ величину T^* в (24) и (28) можно заменить на T. Последнее неравенство, однако, оказывается довольно жестким: при использованных ранее значениях параметров оно выполняется лишь при $T \leqslant 50°$ K.

γ	10	14	15	16	17	18	19
$J \cdot 10^5$	57	7,0	4,2	2,6	1,6	1,0	0,64
γ	20	21	22	23	24	25	—
$J \cdot 10^5$	0,41	0,26	0,17	0,11	0,071	0,047	—

ЛИТЕРАТУРА

1. Калашников С. Г. Proc. Intern. Conf. Semicond. Phys. Изд. АН ЧССР. Прага, 1961, p. 241.
2. Бонч-Бруевич В. Л., Ландсберг Е. Г. Phys. Stat. Sol., **29**, 9, 1968.
3. Lax M. Phys. Rev., **119**, 1502, 1960.
4. Бонч-Бруевич В. Л., Гласко В. Б. «Физика твердого тела», **4**, 510, 1962.
5. Rickayzen G. Proc. Boy. Soc., **A241**, No. 1227, 480, 1957. Перевод в сб. «Рекомбинация носителей тока в полупроводниках». М., ИЛ, 1959.
6. Перлин Ю. Е. «Успехи физических наук», **80**, 553, 1963.
7. Толпыго К. Б. «Физика твердого тела», **11**, 2846, 1969.
8. Lucovsky G. Solidstate Commun., **3**, 299, 1965.
9. Лифшиц И. М. ЖЭТФ, **17**, № 11, 1947.
10. Бонч-Бруевич В. Л. ЖТФ, **28**, 67, 1958; Сб. «Физика твердого тела», т. II, 1959, стр. 182.
11. Жданова Н. Г., Алексеева В. Г. «Физика твердого тела», **5**, 546, 1963.
12. Жданова Н. Г., Калашников С. Г. «Физика твердого тела», **6**, 440, 1964.
13. Алексеева В. Г., Жданова Н. Г. и др. ФТП, **3**, 1410, 1969.
14. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика, ч. I. Нерелятивистская теория, § 134. М., «Наука», 1966.
15. Келдыш Л. В. ЖЭТФ, **47**, 1945, 1964.
16. Luttinger J. M., Kohn W. Phys. Rev., **97**, 869, 1955; Проблемы физики полупроводников. М., ИЛ, 1957, стр. 515.
17. Майер Дж., Гепперт-Майер М. Статистическая механика. М., ИЛ, 1952, стр. 248.

[1] Расчеты выполнялись в Вычислительном центре ИРЭ АН СССР под руководством Ф. Ф. Добряковой и В. А. Зятицкого, которым автор весьма за это признателен.

Поступила в редакцию
25.12 1970 г.

Кафедра
полупроводников