

# Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 5 — 1971

## КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 538.587.43

А. Г. КУЛЬКИН, Ю. Г. ПАВЛЕНКО

### ИНДУЦИРОВАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ СВЧ КОЛЕБАНИЙ, МОДУЛИРОВАННЫХ ПО ЧАСТОТЕ

В настоящее время известен большой класс приборов для усиления и генерирования сверхвысоких частот, использующих индуцированное излучение классически возбужденных осцилляторов — электронов, движущихся в электрическом и магнитном полях [1]. По существу прибором такого типа является магнетрон [2—4]. Действительно, методами классической [3] и квантовой [4] электродинамики было показано, что при движении электронов в постоянном магнитном поле  $\vec{H} = H\vec{e}_z$  и электростатическом с потенциалом

$$\Phi = \frac{k}{2} (x^2 + y^2 - 2z^2) \quad (1)$$

возникает индуцированное излучение, на собственной частоте

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= \frac{1}{2} (\omega_0 - \Omega), \quad \Omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\omega_z^2}, \\ \omega_0 &= \frac{eH}{mc}, \quad \omega_z^2 = \frac{2ke}{m}, \quad \omega_0^2 > 2\omega_z^2. \end{aligned} \quad (2)$$

На другой собственной частоте  $\Omega_2 = \frac{1}{2} (\omega_0 + \Omega)$  имеет место поглощение. Потенциал  $\Phi$  удовлетворяет уравнению Лапласа и может быть реализован соответствующей конфигурацией металлических поверхностей.

В технике СВЧ процессы генерации и модуляции излучения обычно реализуются различными, в принципе, независимыми устройствами. В настоящей заметке мы покажем, что в одном и том же рабочем пространстве возможна генерация на частоте  $\Omega_1$  излучения, модулированного низкочастотным сигналом  $h(t)$ . С этой целью подадим на электроды, реализующие потенциал (1), небольшое переменное напряжение  $h(t)$  ( $|h(t)| \ll 1$ ). В этом случае

$$\Phi = \frac{k}{2} (1 + h(t)) (x^2 + y^2 - 2z^2). \quad (3)$$

Предположим далее, что функция  $h(t)$  существенно меняется за время  $1/\omega_1$ . Поскольку  $\omega_1 \ll \Omega$ , то возникающим вихревым магнитным полем можно пренебречь. В приведенном ниже расчете не учитываются также граничные условия для потенциала и влияние пространственного заряда.

Рассмотрим индуцированное излучение электронов, движущихся в магнитном поле  $H$  и электрическом (3), считая, что начальные фазы электронов полностью некоррелированы, а их начальные энергии одинаковы. Пусть в системе электронов распространяется электромагнитная волна с напряженностью  $\vec{E} = (E_x, E_y, 0)$ . Кон-

центрация электронов достаточно мала и поэтому можно пренебречь возможным искажением волны.

Вводя комплексную координату  $u = x + iy$ , запишем уравнения движения в виде

$$\begin{aligned} \ddot{u} - i\omega_0 \dot{u} - \frac{\omega_z^2}{2} (1 + h) u &= -eE_+, \\ \ddot{z} + \omega_z^2 z &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $E_+ = E_x + iE_y$ , а напряженность электрического поля волны в дипольном приближении

$$\vec{E} = \sqrt{\frac{4\pi}{V}} \sum_{\vec{k}, \lambda} i\omega (c_{\vec{k}, \lambda} e^{-i\omega t} - c_{\vec{k}, \lambda}^* e^{i\omega t}) \vec{e}_\lambda. \quad (5)$$

Коэффициенты  $c_{\vec{k}, \lambda}$  определяют спектральную интенсивность излучения (11) как функцию частоты и направления распространения волны.

Мгновенная мощность индуцированного излучения в единице объема, усредненная по начальным фазам электронов,

$$P = e_0 N \langle \vec{v}_1 \vec{E} \rangle = e_0 N \text{Re} (\dot{u}_1 E_+). \quad (6)$$

Здесь  $N$  — плотность электронов, а  $\vec{v}_1$  — скорость электронов, обусловленная переменной электромагнитной волной,  $u_1 = \dot{x}_1 + i\dot{y}_1$ .

Для вычисления  $\dot{u}_1$  воспользуемся методом усреднения [2]. Переходя к новым переменным  $a_1$  и  $a_2$ ,

$$\begin{aligned} u &= a_1 e^{i\Omega_1 t} + a_2 e^{i\Omega_2 t}, \\ \dot{u} &= i\Omega_1 a_1 e^{i\Omega_1 t} + i\Omega_2 a_2 e^{i\Omega_2 t}, \end{aligned} \quad (7)$$

найдем из (4) уравнения, связывающие  $a_1$  и  $a_2$ :

$$\begin{aligned} \dot{a}_1 &= \frac{i}{\Omega} f e^{-i\Omega_1 t}, \quad \dot{a}_2 = -\frac{i}{\Omega} f e^{-i\Omega_2 t}, \\ f &= \frac{\omega_z^2}{2} hu - e_0 E_+. \end{aligned} \quad (8)$$

После усреднения по быстрым осцилляциям с периодом  $2\pi/\Omega_1$  уравнение (8) принимает вид

$$\begin{aligned} \dot{a}_1 &= \frac{i\omega_z^2}{2\Omega} h(t) a_1 - \frac{e_0}{V} \sqrt{\frac{4\pi}{V}} \omega c_+^* e^{i(\omega - \Omega_1)t}, \\ \dot{a}_2 &= -\frac{i\omega_z^2}{2\Omega} h(t) a_2 + \frac{e_0}{m} \sqrt{\frac{4\pi}{V}} \omega c_+^* e^{i(\omega - \Omega_2)t}. \end{aligned} \quad (9)$$

Интегрируя уравнения (9), находим, учитывая (7), изменение скорости, обусловленное взаимодействием с электромагнитной волной (5):

$$\begin{aligned} \dot{u}_1 &= \frac{ie_0}{m} \frac{\omega}{\Omega} \sqrt{\frac{4\pi}{V}} c_+^* \left\{ \Omega_1 \exp \left[ \int_0^t dt' \int_t^{t'} \left( \omega - \Omega_1 - \frac{\omega_z^2}{2\Omega} h \right) dt'' \right] - \right. \\ &\quad \left. - \Omega_2 \exp \left[ \int_0^t dt' \int_t^{t'} \left( \omega - \Omega_2 + \frac{\omega_z^2}{2\Omega} h \right) dt'' \right] \right\}. \end{aligned} \quad (10)$$

Подставляя (10) и (5) в (6), опуская нерезонансные члены и суммируя по значениям  $\vec{k}, \lambda$ , соответствующим электромагнитной волне со спектральной интенсивностью

$$I_{k,\omega} = \frac{2\omega^4 c}{(2\pi c)^3} \sum_{\lambda} |c_{\lambda}|^2, \quad (11)$$

получим выражение для мгновенной мощности

$$dP = P(t) d\omega d\Omega, \\ P(t) = \frac{2e_0^2 N}{mc\Omega} \left\{ \Omega_1 \int_0^t \cos \left[ \int_t^{t'} \left( \omega - \Omega_1 - \frac{\omega_z^2}{2\Omega} h \right) dt'' \right] dt' - \right. \\ \left. - \Omega_2 \int_0^t \cos \left[ \int_t^{t'} \left( \omega - \Omega_2 + \frac{\omega_z^2}{2\Omega} h \right) dt'' \right] dt' \right\}. \quad (12)$$

Предположим, что низкочастотный сигнал является периодической функцией с периодом  $T = 2\pi/\omega_1$ . Его разложение Фурье имеет вид

$$h(t) = h_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_1 t + b_n \sin n\omega_1 t) \equiv h_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(n\omega_1 t + \gamma_n). \quad (13)$$

Учитывая (13), найдем усредненное по времени жизни  $\tau = 1/\nu$  электронов значение излучаемой мощности

$$P_{cp} = \int_0^{\infty} P(t) \nu e^{-\nu t} dt = \frac{2e_0^2 N \nu I_{k,\omega}}{m\Omega} \left| \prod_{n=1}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} I_s \left( \frac{\omega_z^2}{2\Omega} \frac{c_n}{n\omega_1} \right) \right|^2 \times \\ \times \left\{ \frac{\Omega_1}{(\omega - \Omega_1 - \omega_z^2 h_0 / 2\Omega - sn\omega_1)^2 + \nu^2} - \frac{\Omega_2}{(\omega - \Omega_2 + \omega_z^2 h_0 / 2\Omega + sn\omega_1)^2 + \nu^2} \right\}. \quad (14)$$

Первое слагаемое в (14) соответствует излучению, а второе — поглощению. Обсудим условия, при выполнении которых возможна неискаженная генерация электромагнитной волны частоты  $\Omega_1 + \frac{\omega_z^2}{2\Omega} h(t)$ . Спектральная плотность этой волны пропорциональна

$$\left| \prod_{n=1}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} I_s \left( \frac{\omega_z^2}{2\Omega} \frac{c_n}{n\omega_1} \right) \right|^2.$$

Из теории функций Бесселя известно, что  $I_s(x)$  при  $x \ll 1$  сохраняет весьма малое значение при произвольном индексе  $s$ , а при  $x \gg 1$  осциллирует в интервале  $0 < s \leq x$  и экспоненциально спадает при  $s \gg x$ . Поскольку значения  $k$  и  $H$  можно

выбрать таким образом [2], что  $2\omega_z^2 \ll \omega_0^2$  (при этом  $\Omega_1 \approx \frac{\omega_z^2}{2\Omega}$ ,  $\Omega_2 \approx \Omega \approx \omega_0$ ),

то аргумент  $x = \frac{\Omega_1}{\omega_1} \frac{c_n}{n}$  при  $n=1$  много больше единицы и убывает с увеличением  $n$  ( $c_n$  также убывает с ростом  $n$ ). Поэтому ширина спектра определяется условием  $\frac{\Omega_1}{\omega_1} \frac{c_n}{n} \sim s$ . В силу этого в (14) существенный вклад дают гармоники,

удовлетворяющие условию  $sn\omega_1 < \Omega_1 h_0 \ll \Omega_1$ . Следовательно, если спектральная плотность отлична от нуля в окрестности частоты  $\Omega_1$  шириной  $\Omega_1 h_0$  (т. е.  $\Omega_1$  является собственной частотой резонатора, в который помещена наша система), то возможна генерация или усиление СВЧ колебаний частоты  $\Omega_1$ , модулированное низкочастотным сигналом  $h(t)$ . Заметим, что условие  $2\omega_z^2 \ll \omega_0^2$  гарантирует отсутствие поглощения части спектра сигнала, лежащей в окрестности частоты  $\Omega_2$ , так как при  $\Omega_1 + sn\omega_1 \sim \Omega_2 \approx \omega_0$  спектральная плотность сигнала пренебрежимо мала.

Очевидно, возможно также усиление волны, модулированной по фазе. Для этого переменное напряжение, подаваемое на электроды, должно иметь вид  $\sim h(t)$ . Однако в этом случае спектр ФМ-колебаний значительно шире, чем при ЧМ модуляции.

В заключение авторы благодарят участников семинара А. А. Соколова за обсуждение.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гапонов А. В., Петелин М. И., Юлпатов В. К. «Изв. вузов», радиофизика, **10**, 1414, 1967.
2. Капица П. Л. «Успехи физических наук», **69**, 181, 1962.
3. Павленко Ю. Г., Гальцов Д. В. «Изв. вузов», радиофизика, **9**, 1232, 1966.
4. Соколов А. А., Павленко Ю. Г. «Оптика и спектроскопия», **22**, 4, 1967.

Поступила в редакцию  
1.9 1970 г.

Кафедра  
теоретической физики

УДК 551.465

**Е. Г. АНДРЕЕВ, В. Г. ЛОШКАРЕВ, М. И. РЫБКИН,  
П. М. СТЕПУНИН, Г. Г. ХУНДЖУА**

### ВЕРТИКАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ В ТОНКОМ ПОВЕРХНОСТНОМ СЛОЕ МОРЯ

Распределение температуры по глубине в тонком поверхностном слое моря зависит от энергообмена между атмосферой и океаном, от конвективного и турбулентного перемешивания и физических свойств этого слоя. Температурное поле в деятельном слое моря благодаря большой теплоемкости и интенсивному перемешиванию воды в значительной степени однородно. Однако вблизи границы раздела море — атмосфера, как показывают исследования [1—7], наблюдаются значительные перепады температур в тонком поверхностном слое моря. Это имеет определяющее значение для процессов тепло- и массообмена между морем и атмосферой. Таким образом, прямая регистрация профиля температур в открытом море представляет интерес при решении задач энергообмена. Между тем известны лишь единичные работы по экспериментальным исследованиям распределения температуры в тонком поверхностном слое моря [7, 2, 1].

Постановка подобных исследований для прямых регистраций температуры в открытом море при наличии волнения представляет большие трудности в плане техники эксперимента и требует специальной разработки как новой методики, так и новых измерительных систем. Для успешного решения такой задачи термозондирующее устройство должно иметь малую тепловую инерционность, достаточно высокую чувствительность, синхронность в слежении за поверхностью моря при волнении, а также дистанционные управление и регистрацию.

В 1969 г. нами разработан термозонд для прямой регистрации вертикального профиля температуры до глубин 0,35 м при волнении. Термозонд состоит из щупа с датчиком температуры — термистера МТ-54, протяжного устройства, обеспечивающего равномерное перемещение датчика со скоростью 0,15 м/сек, легкого несущего поплавка, сигнального кабеля и регистратора ЭПП-09. Тепловая инерция датчика 0,1 сек, а чувствительность 4°C на всю шкалу регистратора. Плавающий на воде поплавок термозонда можно рассматривать как колебательную систему с такой амплитудно-частотной характеристикой:

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2) + 4\xi^2\beta^2}} \quad (1)$$

Здесь  $\beta = \frac{\omega}{\omega_n}$  — отношение частоты внешнего воздействия  $\omega$  к собственной частоте недемпфированной системы  $\omega_n$ ,  $\xi = \frac{c}{c_k}$  — относительное демпфирование и  $c_k$  — критический коэффициент сопротивления. Величина относительного демпфирования  $\xi$  составляла  $\sim 0,7$ , что снизило искажения в регистрациях профилей темпе-