антиферромагнитного взаимодействия между слоями. Сравнивая параметры решеток (см. таблицу) соединений UAs_2 и USb_2 ($\theta_p>0$) с параметрами USe_2 и UTe_2 ($\theta_p<0$), нужно отметить, что параметр С у первых двух соединений значительно больше, чем у вторых. По-видимому, с ростом С антиферромагнитное взаимодействие становится значительно слабее ферромагнитного. В исследованных нами соединениях наблюдается аналогичная зависимость (см. таблицу). А именно, параметр С у соединений USSe и USTe значительно больше, чем у USe_2 и UTe_2. Поэтому можно предположить, что в соединениях USSe и USTe также имеется слоистая магнитная структура и они сохраняют антиферромагнитные свойства. Для проверки этого предположения представляет интерес изучение магнитных свойств системы US_2—USe_2 и US_2—UTe_2 и при более низких температурах.

Соединение	Тип решетки	Параметры решетки			Θ_p^o K	$\mu_{эфф}$
		a	*b*	*c*		
US_2	тетр.	10,28	—	6,32	—30	2,83
USe_2	тетр.	10,73	—	6,59	—48	3,2
UTe_2	тетр.	4,016	—	7,49	—78	3,12
UAs_2	тетр.	3,954	—	8,12	+40	3,1
USb_2	тетр.	4,27	—	8,746	+20	3,7
USSe	ромбич.	4,18	7,32	8,64	+25	2,92
USTe	ромбич.	4,32	7,54	8,89	+74	2,9

ЛИТЕРАТУРА

1. Печенников А. В. Автореф. канд. дисс. МГУ, 1968.
2. Westrum E. E. IAEA, Vienna, 2, 497, 1965.
3. Suski W., Trzebiatowski W. Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. chim., 12(5), 277, 1964.
4. Oles. J. Phys., 10, 561, 1965.
5. Leciesewics J., Troc R., Murasik A., Zygmunt A. Phys. stat. sol., 22, 517, 1967.

Поступила в редакцию
30.11 1970 г.

Кафедра
магнетизма

УДК 535.14

А. Б. КУКАНОВ

ПРОСТОЙ СПОСОБ ПОДСЧЕТА ПОТЕРЬ ЭНЕРГИИ НА ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЕЙ, ДВИЖУЩЕЙСЯ ПО ВИНТОВОЙ ЛИНИИ В ПРОЗРАЧНОЙ СРЕДЕ

Для подсчета потерь энергии на излучение Вавилова—Черенкова в анизотропных средах был применен метод [1—4], основанный на непосредственном определении напряженностей полей из уравнений Максвелла без предварительного перехода к потенциалам и подсчете работы, производимой в единицу времени силой торможения, действующей на частицу со стороны создаваемого ею электромагнитного поля в среде:

$$W = -\int (\vec{E}\vec{j})\, d\vec{r}. \quad (1)$$

Общая теория потерь энергии зарядом, движущимся по винтовой линии в плазме, была разработана в [5, 6], причем в [5] при решении алгебраической системы уравнений для Фурье-компонента $\vec{E}(\vec{k}, \omega)$ использовался метод разложения $\vec{E}(\vec{k}, \omega)$ по векторам поляризации $\vec{a}_l$ с эллиптической поляризацией, а затем потери подсчитывались по формуле (1). В [6] использовался гамильтонов формализм. В настоящей заметке мы хотим показать, как согласно (1) легко может быть получена формула для потерь энергии на излучение заряженной частицей, движущейся по винтовой линии в прозрачной изотропной среде с диэлектрической и магнитной проницаемостями $\varepsilon = \varepsilon(\omega) > 0$, $\mu = \mu(\omega) > 0$, если $\vec{E}(\vec{k}, \omega)$ определить методом Ситенко и Коломенского [1].

Считая, что внешнее постоянное магнитное поле $\vec{H}$ направлено вдоль оси z, запишем координаты частицы в функции t лабораторного времени в виде

$$x_e = R\cos\tilde{\omega} t, \quad y_e = R\sin\tilde{\omega} t, \quad z_e = v_{\parallel} t, \quad (2)$$

где $v_{\parallel}$ — составляющая скорости частицы вдоль оси z, а угловая скорость $\tilde{\omega}$ вращения частицы связана с поперечной к полю составляющей скорости $v_{\perp}$ и расстоянием R частицы до оси z формулой $\tilde{\omega} = v_{\perp} R^{-1}$. Выражение для энергии излучения частицей, движущейся по траектории (2), можно записать в виде

$$W = \frac{e^2}{4\pi^3} Rei \int \omega^{-1} v_k v_j' T_{kj}^{-1}\, e^{i(\vec{k}[\vec{r}_e(t) - \vec{r}_e(t')]) - i\omega(t-t')}\, dt'\, d\vec{k}\, d\omega. \quad (3)$$

Здесь e — заряд частицы, $v_k = v_k(t)$ и $v_j' = v_j(t')$ k-ая и j-ая ($k, j = x, y, z$) компоненты вектора скорости частицы $\vec{v}$ соответственно в моменты t и t'. $\vec{r}_e(t)$ — ее радиус-вектор.

В случае изотропной среды

$$v_k v_j' T_{kj}^{-1} = \frac{N^2 (\vec{v}\vec{\varkappa})(\vec{v}'\vec{\varkappa}) - \varepsilon\mu\, (\vec{v}\vec{v}')}{\varepsilon (N^2 - \varepsilon\mu)} \quad (4)$$

$N = kc\omega^{-1}$, $\vec{\varkappa} = \{\sin\theta\cos\Psi;\ \sin\theta\sin\Psi;\ \cos\theta\}$ — единичный вектор вдоль $\vec{k}$. Для дальнейших вычислений следует воспользоваться разложениями ($J_\nu(x)$ — бесселевы функции целого порядка):

$$\sin\alpha e^{-ix\sin\alpha} = i \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} J_\nu'(x) e^{-i\nu\alpha}; \qquad \cos\alpha e^{-ix\sin\alpha} = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \frac{\nu}{x} J_\nu(x) e^{-i\nu\alpha}; \quad (5)$$

$$e^{-ix\sin\alpha} = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} J_\nu(x) e^{-i\nu\alpha}. \quad (6)$$

Проводя интегрирование по углу ψ, мы заменяем двойное суммирование по индексам ν и ν' простым суммированием по одному индексу ν.

Выражение (3) является по существу неопределенным до тех пор, пока не заданы правила обхода полюсов $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\mu$. Мы придем к этим правилам, исходя из физических соображений. А именно, поскольку t есть момент наблюдения, интеграл (3) должен учесть действие источника излучения в моменты $t' < t$. Напротив, при $t' > t$ (3) должен давать нуль. Учитывая эти обстоятельства, проводим интегрирование по ω и k, следуя [7]. Далее следует учесть, что

$$\int e^{i(\omega n\beta_{\parallel}\cos\theta + \tilde{\omega}\nu - \omega)t'}\, dt' = 2\pi\delta(\omega n\beta_{\parallel}\cos\theta + \tilde{\omega}\nu - \omega), \quad (7)$$

где $n = n(\omega) = \sqrt{\varepsilon\mu}$, $\beta_{\parallel} = \dfrac{v_{\parallel}}{c}$. Вследствие вида аргумента в δ-функции в (7) экспоненциальный множитель, содержащий t, при таком интегрировании исчезнет, и окончательно мы получаем следующее выражение для количества энергии, излучаемой в единицу времени и в интервале углов θ и $\theta + d\theta$

$$W = \frac{e^2}{c^2}\int_0^{\infty}\int_0^{\pi}\mu(\omega)\frac{\omega^2}{c'}[v_{\parallel}^2\sin^2\theta J_0^2(x_{\omega}) + v_{\perp}^2 J_0'^2(x_{\omega})]\,\delta(\omega n\beta_{\parallel}\cos\theta - \omega)\,d\omega\sin\theta\,d\theta +$$

$$+\frac{e^2}{c^2}\sum_{\nu=-\infty}^{\infty}{}'\int_0^{\infty}\int_0^{\pi}\mu(\omega)\frac{\omega^2}{c'}\left[\frac{(v_{\parallel} - c'\cos\theta)^2}{\sin^2\theta}J_{\nu}^2(x_{\omega}) + v_{\perp}^2 J_{\nu}'^2(x_{\omega})\right]\times$$

$$\times\,\delta(\omega n\beta_{\parallel}\cos\theta + \tilde{\omega}\nu - \omega)\,d\omega\sin\theta\,d\theta \tag{8}$$

$$x_{\omega} = \frac{\omega}{c'}\sin\theta R,\quad c' = \frac{c}{n},\quad \sum_{\nu=-\infty}^{\infty}{}' = \sum_{\nu=-\infty}^{-1} + \sum_{\nu=1}^{\infty}. \tag{9}$$

Полагая в формуле (8) $\tilde{\omega} = v_{\perp}R^{-1} = 0$, интегрируя по θ и используя теорему при условии $\beta_{\parallel}\,n(\omega) > 1$

$$J_0^2(z) + 2\sum_{\nu=1}^{\infty}J_{\nu}^2(z) = 1,$$

получаем классический результат Франка и Тамма [8]:

$$W = \frac{e^2 v_{\parallel}}{c^2}\int\mu(\omega)\,\omega\left(1 - \frac{1}{\beta_{\parallel}^2 n^2}\right)d\omega;\quad \beta_{\parallel}n > 1. \tag{10}$$

Второе слагаемое в формуле (8) после интегрирования по ω может быть записано в виде

$$W_2 = \left(\frac{ev_{\perp}}{cR}\right)^2\sum_{\nu=1}^{\infty}\int_0^{\pi}\frac{\mu(\omega_{\nu})\,\nu^2}{c'(1 - \beta_{\parallel}n\cos\theta)^2}\times$$

$$\times\frac{\left[\dfrac{(v_{\parallel} - c'\cos\theta)^2}{\sin^2\theta}J_{\nu}^2(x_{\nu}) + v_{\perp}^2 J_{\nu}'^2(x_{\nu})\right]}{\left|\dfrac{d}{d\omega}(\omega n)\,\beta_{\parallel}\cos\theta - 1\right|_{\omega=\omega_{\nu}}}\sin\theta\,d\theta, \tag{11}$$

$$\omega_{\nu} = \frac{\tilde{\omega}\nu}{|1 - \beta_{\parallel}\,n(\omega_{\nu})\cos\theta|};\quad x_{\nu} = \frac{\nu v_{\perp}\sin\theta}{c'\,|1 - \beta_{\parallel}\,n\cos\theta|}. \tag{12}$$

В случае движения частицы по винтовой линии в вакууме ($\varepsilon = \mu = 1$) первое слагаемое в (8) дает нуль, а формула (11) приводит к известному результату [6, 9], переходящему при $v_{\parallel} = 0$ в формулу Шотта. При $v_{\parallel} = 0$ и $\mu = 1$ из (8)—(11) получаем формулу (15) работы [10]. На основе метода [1] можно весьма просто определить потери на излучение при движении частицы по винтовой линии в прозрачном одноосном кристалле, оптическая ось которого совпадает с осью $z(Oz\uparrow\uparrow\vec{H})$:

$$W = W_{\mu} + W_{\varepsilon}, \tag{13}$$

$$W_{\mu} = \frac{e^2}{c^3}\sum_{\nu=-\infty}^{\infty}\int_0^{\infty}\int_{-\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}}^{\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}}\mu_3(\omega)\,\omega^2 v_{\perp}^2 J_{\nu}'^2(y_{\omega\mu})\,\delta(\beta_{\parallel}\omega s_{\mu} + \tilde{\omega}\nu - \omega)\,d\omega\,ds_{\mu}, \tag{14}$$

$$W_\varepsilon = \frac{e^2}{c^3}\int\limits_0^\infty \int\limits_{-\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}}^{\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}} \mu_1(\omega)\,\omega^2 v_\parallel^2\, J_0^2(y_{\omega\varepsilon})\left(1-\frac{s_\varepsilon^2}{\varepsilon_1\mu_1}\right)\delta(\beta_\parallel \omega s_\varepsilon-\omega)\,d\omega\, ds_\varepsilon +$$

$$+\frac{e^2}{c^3}\sum_{\nu=-\infty}^{\infty}{}' \int\limits_0^\infty \int\limits_{-\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}}^{\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}} \mu_1(\omega)\,\omega^2 \frac{(\varepsilon_1\mu_1 v_\parallel - c s_\varepsilon)^2}{\varepsilon_1\mu_1(\varepsilon_1\mu_1 - s_\varepsilon^2)} J_\nu^2(y_{\omega\varepsilon})\,\delta(\beta_\parallel \omega s_\varepsilon + \tilde{\omega}\nu - \omega)\,d\omega ds_\varepsilon .$$

Здесь

$$y_{\omega\gamma} = \frac{\omega n_\gamma}{c}\sin\theta R, \quad s_\gamma = n_\gamma\cos\theta. \quad (\gamma = \varepsilon,\ \mu)\ [3], \tag{15}$$

$$n_\varepsilon^2 = n_\varepsilon^2(\omega,\theta) = \frac{\varepsilon_1\mu_1\varepsilon_3}{\varepsilon_1 + (\varepsilon_3-\varepsilon_1)\cos^2\theta}; \quad n_\mu^2 = n_\mu^2(\omega,\theta) = \frac{\mu_1\mu_3\varepsilon_1}{\mu_1 + (\mu_3-\mu_1)\cos^2\theta}, \tag{16}$$

$\varepsilon_q = \varepsilon_q(\omega) > 0$, $\mu_q = \mu_q(\omega) > 0$ — соответственно электрическая и магнитная проницаемости вдоль ($q=3$) и перпендикулярно ($q=1$) оптической оси кристалла. Результаты (13)—(16) можно также получить, если, следуя методу [5], предварительно разложить $\vec{E}(\vec{k}, \omega)$ на два состояния с линейной поляризацией $\vec{a}_\gamma$ ($\gamma = \varepsilon,\ \mu$) [11, 12].

В заключение автор сердечно благодарит проф. А. С. Соколова и участников руководимого им семинара за обсуждение настоящей работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ситенко А. Г., Коломенский А. А. ЖЭТФ, **30**, 511, 1956.
2. Бегиашвили Г. А., Гедалин Э. В. ЖЭТФ, **36**, 1939, 1959.
3. Куканов А. Б. «Оптика и спектроскопия», **14**, 121, 1963.
4. Куканов А. Б., Тхай Куан. «Оптика и спектроскопия», **15**, 124, 1963.
5. Шафранов В. Д. Сб. «Вопросы теории плазмы», т. 3. М., Госатомиздат, 1963.
6. Эйдман В. Я. ЖЭТФ, **31**, 131, 1958.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1957.
8. Франк И. М., Тамм И. Е. ДАН СССР, **14**, 107, 1937.
9. Соколов А. А., Жуковский В. Ч., Колесникова М. М., Никитина Н. С., Шишанин О. Е. «Изв. вузов», физика, № 2, 107, 1969.
10. Цытович В. Н. «Вестн. Моск. ун-та», сер. мат., мех., астрон., физ., химии, № 11, 27, 1951.
11. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М., «Наука», 1970.
12. Куканов А. Б. «Изв. вузов», физика, № 8, 108, 1969.

Поступила в редакцию
5.11 1970 г.

Кафедра
теоретической физики

УДК 537.533.35

Н. Н. СЕДОВ

ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТОКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ НАД ОБЪЕКТОМ ПРИ НАЛИЧИИ МИКРОПОЛЕЙ

Рассмотрим задачу о перераспределении падающего на поверхность потока заряженных частиц, если на этой поверхности имеются электрические и магнитные поля произвольного вида. Такая задача встречается, например, при постановке экспериментов по отображению этих полей с помощью полимерных пленок [1]. Поставим задачу в общем виде следующим образом. Пусть поверхность объекта совпадает с плоскостью (x, y) прямоугольной системы координат, ось z направлена вертикально (рис. 1). Электрические поля характеризуются функцией распределения потенциала $\varphi(x, y)$, магнитные поля — напряженностью компонентов поля на по-