

$$W_{\varepsilon} = \frac{e^2}{c^3} \int_0^{\infty} \int_{-V_{\varepsilon_1 \mu_1}}^{V_{\varepsilon_1 \mu_1}} \mu_1(\omega) \omega^2 v_{\parallel}^2 J_0^2(y_{\omega \varepsilon}) \left(1 - \frac{s_{\varepsilon}^2}{\varepsilon_1 \mu_1}\right) \delta(\beta_{\parallel} \omega s_{\varepsilon} - \omega) d\omega ds_{\varepsilon} +$$

$$+ \frac{e^2}{c^3} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_{-V_{\varepsilon_1 \mu_1}}^{V_{\varepsilon_1 \mu_1}} \mu_1(\omega) \omega^2 \frac{(\varepsilon_1 \mu_1 v_{\parallel} - cs_{\varepsilon})^2}{\varepsilon_1 \mu_1 (\varepsilon_1 \mu_1 - s_{\varepsilon}^2)} J_{\nu}^2(y_{\omega \varepsilon}) \delta(\beta_{\parallel} \omega s_{\varepsilon} + \tilde{\omega} \nu - \omega) d\omega ds_{\varepsilon}.$$

Здесь

$$y_{\omega \nu} = \frac{\omega n_{\nu}}{c} \sin \theta R, \quad s_{\nu} = n_{\nu} \cos \theta. \quad (\nu = \varepsilon, \mu) \quad [3], \quad (15)$$

$$n_{\varepsilon}^2 = n_{\varepsilon}^2(\omega, \theta) = \frac{\varepsilon_1 \mu_1 \varepsilon_3}{\varepsilon_1 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1) \cos^2 \theta}; \quad n_{\mu}^2 = n_{\mu}^2(\omega, \theta) = \frac{\mu_1 \mu_3 \varepsilon_1}{\mu_1 + (\mu_3 - \mu_1) \cos^2 \theta}, \quad (16)$$

$\varepsilon_q = \varepsilon_q(\omega) > 0$ ,  $\mu_q = \mu_q(\omega) > 0$  — соответственно электрическая и магнитная проницаемости вдоль ( $q=3$ ) и перпендикулярно ( $q=1$ ) оптической оси кристалла. Результаты (13)–(16) можно также получить, если, следуя методу [5], предварительно разложить  $\vec{E}(\vec{k}, \omega)$  на два состояния с линейной поляризацией  $\vec{a}_{\nu}$  ( $\nu = \varepsilon, \mu$ ) [11, 12].

В заключение автор сердечно благодарит проф. А. С. Соколова и участников руководимого им семинара за обсуждение настоящей работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ситенко А. Г., Коломенский А. А. ЖЭТФ, 30, 511, 1956.
2. Бегиашвили Г. А., Гедалин Э. В. ЖЭТФ, 36, 1939, 1959.
3. Куканов А. Б. «Оптика и спектроскопия», 14, 121, 1963.
4. Куканов А. Б., Тхай Куан. «Оптика и спектроскопия», 15, 124, 1963.
5. Шафранов В. Д. Сб. «Вопросы теории плазмы», т. 3. М., Госатомиздат, 1963.
6. Эйдман В. Я. ЖЭТФ, 31, 131, 1958.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1957.
8. Франк И. М., Тамм И. Е. ДАН СССР, 14, 107, 1937.
9. Соколов А. А., Жуковский В. Ч., Колесникова М. М., Никитина Н. С., Шишанин О. Е. «Изв. вузов», физика, № 2, 107, 1969.
10. Цытович В. Н. «Вестн. Моск. ун-та», сер. мат., мех., астроном., физ., химии, № 11, 27, 1951.
11. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М., «Наука», 1970.
12. Куканов А. Б. «Изв. вузов», физика, № 8, 108, 1969.

Поступила в редакцию  
5.11 1970 г.

Кафедра  
теоретической физики

УДК 537.533.35

Н. Н. СЕДОВ

## ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТОКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ НАД ОБЪЕКТОМ ПРИ НАЛИЧИИ МИКРОПОЛЕЙ

Рассмотрим задачу о перераспределении падающего на поверхность потока заряженных частиц, если на этой поверхности имеются электрические и магнитные поля произвольного вида. Такая задача встречается, например, при постановке экспериментов по отображению этих полей с помощью полимерных пленок [1]. Поставим задачу в общем виде следующим образом. Пусть поверхность объекта совпадает с плоскостью  $(x, y)$  прямоугольной системы координат, ось  $z$  направлена вертикально (рис. 1). Электрические поля характеризуются функцией распределения потенциала  $\varphi(x, y)$ , магнитные поля — напряженностью компонентов поля на по-

верхности  $B_{0x}(x, y)$  и  $B_{0y}(x, y)$ . Кроме того, возможна микрогеометрия на поверхности  $h(x, y)$ . К поверхности примыкает однородное электрическое поле напряженности  $E_0$ . Поток заряженных частиц падает на поверхность с высоты  $l$ ; в момент попадания на поверхность частицы имеют энергию  $eV_0$ , где  $e$  — заряд частицы. Требуется найти распределение плотности частиц на поверхности.

Задача решается методом последовательных приближений, способом, аналогичным развитому в [2]. При условии  $|\text{grad } h| \ll 1$  действие микрогеометрии можно свести к влиянию электрических полей, прибавляя к функции  $\varphi$  дополнительную величину

$$\varphi_1(x, y) = -E_0 h(x, y). \quad (1)$$

В качестве нулевого приближения решения берем движение частиц (например электронов) по нормальям к поверхности в отсутствие возмущающего действия полей. Уравнение движения на оси  $x$  приводит к первому интегралу вида

$$v_x(x, y, z) = \frac{e}{m} \int_l^z \left( \frac{-1}{v_z} \frac{\partial V}{\partial x} + B_y \right) dz, \quad (2)$$

где  $v_x$  и  $v_z$  — составляющие скорости частицы по осям  $x$  и  $z$ ,  $m$  — масса частицы,  $V(x, y, z)$  и  $B_y(x, y, z)$  — распределение потенциала и  $y$ -составляющей индукции магнитного поля в пространстве. Второй интеграл уравнения движения дает для смещения частицы под действием полей в плоскости  $z=0$ :

$$S_x(x, y) = \frac{e}{m} \int_l^0 dz \int_l^z \left( -\frac{1}{v_z^2} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{v_z} B_y \right) d\xi. \quad (3)$$

В формулу (3) подставляются значения  $V$  и  $B_y$  как решение задачи Дирихле для полупространства, затем изменяется порядок интегрирования и берутся интегралы по  $\xi$  и  $z$ ;  $v_z$  рассчитывается из энергии электрона на данной высоте. В результате решение задачи выражается в виде интегральных преобразований:

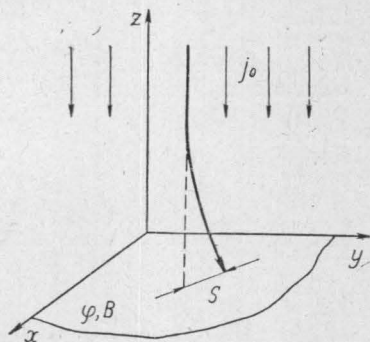


Рис. 1. Схема перераспределения потока над объектом

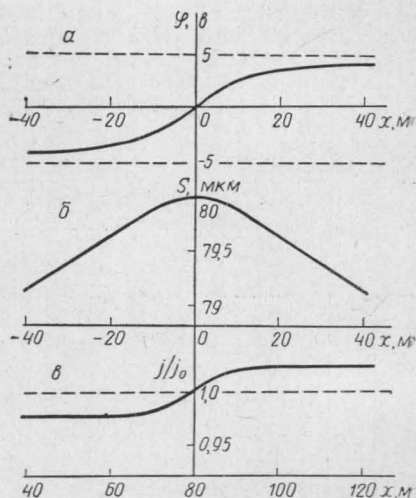


Рис. 2. Пример перераспределения плотности потока на объекте:  $a$  — потенциал на поверхности объекта,  $b$  — кривая смещения частиц,  $c$  — плотность тока на объект. Последняя может быть использована для восстановления исходного распределения потенциала

$$S_x(x, y) = - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\xi, \eta) \frac{\partial \varphi}{\partial x}(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta +$$

$$+ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_2(\xi, \eta) B_{0y}(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta, \quad (3)$$

где  $K_1$  и  $K_2$  — ядра преобразований. В общем случае при  $E_0 \neq 0$  ядра  $K_1$  и  $K_2$  имеют довольно сложный вид, однако они упрощаются при  $E_0 = 0$ :

$$K_1 = \frac{1}{4\pi V_0} \left( \ln \frac{l + \sqrt{l^2 + \xi^2 + \eta^2}}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}} - \frac{l}{\sqrt{l^2 + \xi^2 + \eta^2}} \right); \quad (5)$$

$$K_2 = \frac{\sqrt{e}}{2\pi \sqrt{2mV_0}} \left( \ln \frac{l + \sqrt{l^2 + \xi^2 + \eta^2}}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}} - \frac{l}{\sqrt{l^2 + \xi^2 + \eta^2}} \right). \quad (6)$$

Последующие приближения находятся путем подстановки найденных решений в уравнения движения, при этом решение получаем в виде ряда. Однако в большинстве случаев достаточно ограничиться первыми членами ряда. Так, разница между точным решением и первым приближением для приведенного ниже примера не превышает 2%.

Решение задачи для одномерных полей, не зависящих от координаты  $y$ , получается из (4) интегрированием по  $\eta$ . При этом

$$S(x) = -\frac{1}{2\pi V_0} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi'(x - \xi) \left( l - |\xi| \operatorname{arctg} \frac{l}{|\xi|} \right) d\xi + \\ + \frac{\sqrt{e}}{\pi \sqrt{2mV_0}} \int_{-\infty}^{\infty} B_{0y}(x - \xi) \left( l - |\xi| \operatorname{arctg} \frac{l}{|\xi|} \right) d\xi. \quad (7)$$

Если  $l \gg a$ , где  $a$  — характерные размеры действующих полей, то решение (7) с большой степенью точности можно выразить более простой формулой:

$$S(x) = -\frac{l}{2\pi V_0} \Delta\varphi + \frac{1}{4V_0} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi'(x - \xi) |\xi| d\xi - \\ - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{e}{2mV_0}} \int_{-\infty}^{\infty} B_{0y}(x - \xi) |\xi| d\xi. \quad (8)$$

Здесь  $\Delta\varphi$  — разность потенциалов между левой и правой частями образца.

При найденных значениях  $S(x, y)$  величина потока на поверхность определяется формулой

$$j(x + S_x, y + S_y) = \frac{j_0}{\frac{D(x + S_x, y + S_y)}{D(x, y)}} \quad (9)$$

или в случае одномерных микрополей

$$j(x + S) = \frac{j_0}{1 + dS/dx}. \quad (10)$$

В качестве примера применения полученных формул рассмотрим ступеньку потенциала на объекте, поле которой определяется выражением

$$\varphi(x) = \frac{\varphi_0}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{x}{a}. \quad (11)$$

Для этого поля получаем

$$S(x) = \frac{a\varphi_0}{2\pi V_0} \left( \frac{l}{a} - \ln \frac{l+a}{a} \right) - \frac{\varphi_0 a}{4\pi V_0} \left[ \frac{2x}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} - \ln \frac{x^2 + a^2}{a^2} \right]. \quad (12)$$

Кривые  $S(x)$  для этого случая и рассчитанная по формуле (10) плотность тока на объект приведены на рис. 2. Из него видно, что наличие ступеньки потенциала на объекте вызывает перераспределение тока на поверхности, так как слева и справа от ступеньки плотность тока становится уже различной. Однако эта граница, вообще говоря, не совпадает с центром ступеньки, а находится от него на расстоянии

$$S_0 \approx \frac{l\Delta\varphi}{2\pi V_0}. \quad (13)$$

Из формул (10) и (16) следует также, что при условии  $|S'| \ll 1$  можно написать

$$\varphi(x) \approx 2V_0 \left[ \frac{j(x+S)}{j_0} - 1 \right]. \quad (18)$$

Следует отметить, что в экспериментах по полимеризации пленок с помощью падающих пучков возможен также другой механизм образования контраста под действием электрических полей, а именно за счет разницы в скоростях частиц, попадающих на участки с различным потенциалом. При этом уже не будет характерного сдвига изображения относительно места расположения полей. При действии магнитных полей смещение перпендикулярно к полю; поэтому здесь контраст возникает лишь за счет эффектов второго и последующих порядков малости.

Вдали от перепада потока плотность тока можно рассчитать по формуле

$$j = \frac{j_0}{1 \pm \frac{\Delta\varphi}{4V_0}}. \quad (14)$$

Величина сдвига  $S_0$  может быть весьма значительной. Например, при  $V_0=100$  в,  $\Delta\varphi=10$  в и  $l=5$  мм получаем  $S_0=80$  мкм.

Частотные характеристики преобразований получим, производя Фурье-преобразования выражений вида (7). Для синусоидального поля

$$\varphi(x) = \varphi_0 \sin \omega x$$

получим

$$S(x) = \frac{\varphi_0}{2\omega V_0} \cos \omega x. \quad (15)$$

Решение обратной задачи. Уравнение типа (7) можно использовать для решения обратной задачи, т. е. для расчета функции  $\varphi(x)$  или  $B_{0x}(x)$  по известным из эксперимента кривым  $j(x)$  или  $S(x)$ . Решение уравнения (7) производится методом преобразования Фурье в пространстве обобщенных функций, аналогично [2]. Произведя преобразования полученных выражений, запишем решение обратной задачи с большой степенью точности

$$\varphi(x) = -2V_0 S'(x) \quad (16)$$

для электрического поля и

$$B_{0y}(x) = -\sqrt{\frac{2mV_0}{e}} S''(x) \quad (17)$$

для магнитного.

Полное решение обратной задачи по данным эксперимента включает два этапа. Сначала по значениям  $j(x)$  находят величины  $S(x)$  методом интегрирования, описанным в [2]; затем путем численного дифференцирования полученных функций рассчитывается напряженность полей. Эта задача оказывается сравнительно сильно неустойчивой: коэффициент неустойчивости, определенный в [3], равен  $k=2$ . Поэтому для практического решения задачи необходимо использовать один из устойчивых методов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Саад Эльдин М., Дубинина Е. М., Спивак Г. В., Волкова Т. В. «Изв. АН СССР», сер. физич., 34, 1567, 1970.
2. Sedov N. N. J. de Microscopie, 9, 1, 1970.
3. Седов Н. Н. «Изв. АН СССР», сер. физич., 33, 426, 1969.

Поступила в редакцию  
11.11 1970 г.

Кафедра  
электроники