Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 6 — 1971

УДК 534.62.11

М. БУШЕВ

ДИФРАКЦИЯ ХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ НА ФЕРРОМАГНИТНЫХ СТЕНКАХ БЛОХА. УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ

Традиционные методы изучения доменной структуры дают прежде всего информацию о структуре на поверхности образца. Нейтронография позволяет «просвечивать» ферромагнитные домены и исследовать их строение в толще образца. Найдено сечение упругого рассеяния холодных нейтронов на плоскопараллельной доменной структуре с учетом внутренней структуры ферромагнитной стенки Блоха. Обсуждается экспериментальная методика. Показано, что для большинства веществ дифракционную картину можно наблюдать только при периоде структуры $l \leqslant 10^{-5}$ *см*.

Введение

Нейтронографический метод исследования магнитной и, в частности, доменной структуры был разработан очень скоро после открытия нейтрона. В дальнейшем этот метод блестяще зарекомендовал себя как при установлении магнитных конфигураций, так и при изучении динамики спиновых систем магнитных кристаллов [1]. В основе метода лежат законы дифракции нейтронов на магнитных решетках. При этом характерно, что теоретические и экспериментальные исследования, как правило, относятся к однодоменным образцам. Как известно, это означает или что образец помещен в достаточно сильном магнитном поле или что он достаточно мал и образование переходных слоев между доменами энергетически невыгодно. Для указанных исследований домены как бы являются помехой при выявлении типа магнитной структуры.

Между тем доменная структура сама является объектом разносторонних исследований. Известно очень много методов ее наблюдения [2—5]. Но при всем своем разнообразии большинство этих методов сводится к исследованию доменной структуры у самой поверхности кристалла и поэтому дает лишь косвенную информацию об их структуре в объеме. Сложные, иногда очень трудно поддающиеся толкованию узоры порошковых фигур выявляют только картину строения поверхностных доменов. С другой стороны, теория утверждает, что в толще ненамагниченного образца домены имеют сравнительно простую, периодическую структуру и только при выходе на поверхность она усложняется: иногда «гофрируется» [6], а иногда образуются замыкающие домены.

Существует несколько методов изучения доменов в объеме кристалла. Магнитооптический метод, основанный на эффекте Фарадея, применим только к достаточно тонким (не больше 10^2 Å) пленкам. Метод поляризованных нейтронов [7, 8] основан на эффекте деполяризации пучка нейтронов при последовательном прохождении через 180-градусные границы между доменами (так называемые стенки Блоха). Наконец, метод малых углов рассеяния основан на эффекте расширения хорошо коллимированного нейтронного пучка при его прохождении через многодоменный образец [9]. Это расширение является результом последовательного преломления нейтронных волн при переходе из одного домена в другой. Отметим, что при анализе этого эффекта [10] делается предположение о хаотической ориентации доменов.

Все перечисленные «объемные» методы имеют общий недостаток: они не учитывают внутренней структуры доменов и переходных слоев. А следовательно, не может быть и речи об учете участия спиновых волн в процессах неупругого рассеяния.

Термодинамический анализ условий равновесия в ненамагниченном одноосном кристалле указывает на периодичность доменной структуры в его объеме. Эта периодичность принципиально дает возможность применять дифракционные методы нейтронографии. Для вывода соответствующих формул для сечения рассеяния будем исходить из определенных теоретических представлений о характере распределения вектора равновесной намагниченности $\vec{M}^0(\vec{r})$ в плоскопараллельных доменах и в переходных слоях между ними (в блоховских стенках). При этом ограничимся простейшим случаем, когда вектор $\vec{M}^0$ постоянен по величине и изменяется только по направлению. Точнее, если принять ось легкого намагничивания за ось z, а ось x направить по нормали к стенке Блоха, то закон изменения азимута θ вектора M^0 имеет вид периодической функции [11].

$$\cos\theta = -\operatorname{sn}\left(\frac{x}{R\delta},\ R\right).$$

В правой стороне этого равенства стоит эллиптическая функция Якоби с модулем R, который очень мало отличается от единицы. Это обстоятельство позволяет, опираясь на известные свойства эллиптических функций, записать зависимость азимута θ от координаты x в виде, данном Л. Ландау и Е. Лифшицем [12]:

$$\cos\theta = -\operatorname{th}\left(\frac{x}{\delta}\right). \tag{1}$$

Величина $\delta = (\alpha/\beta)^{1/2}$ имеет смысл эффективной толщины стенки Блоха, α и β — постоянные обменного взаимодействия и анизотропии. Толщина δ зависит только от температуры (в основном посредством величины β) и для разных образцов имеет порядок $10^{-6} - 10^{-7}$ *см*. Толщина доменов d зависит слабо от температуры, но изменяется сильно с толщиной L_z образца в направлении оси легкого намагничивания ($d \sim L_Z^{1/2}$); для многих ферритов при $L_z = 1$ *см* $d \approx 10^{-3}$ *см*. В формуле (1) учитывается малость величины δ по сравнению с d. Отметим, кроме того, что отсутствие составляющей вектора M^0 по оси x обеспечивает минимум магнетостатической энергии.

Формула (1) описывает «поворот» вектора намагниченности только в одной стенке Блоха, безотносительно к направлению поворота в соседних стенках. Вопрос о корреляции поворотов в соседних стенках в работе [12] не ставится, а в рамках теории Д. Широбокова остается открытым. Здесь возникает ситуация, аналогичная той, которая имеет место при объяснении возникновения доменов: магнитное расслоение кристалла является результатом поверхностных эффектов, так как лишь учет энергии выхода магнитного потока на поверхность объясняет, почему многодоменная структура является энергетически более выгодной по сравнению с однодоменной. Таким же образом, до тех пор пока не учитывается энергия выхода блоховской стенки «по бокам» образца, два возможных направления вращений намагниченности в соседних стенках в одинаковой степени обеспечивают минимальность энергии. Идею Л. Нееля [13] об учете указанной энергии выхода в случае тонких пленок Штрикман и Тревс [14] применили к массивным образцам (толщины больше 10^3 Å). Эти авторы показали, что стенка Блоха имеет тонкую структуру, выражающуюся в чередующихся областях «левого» и «правого» вращения, разделенных блоховскими линиями. По этой причине в дальнейшем будут рассматриваться одновременно случаи «левых» и «правых» соседств. Оба эти случая приводят к мало отличающимся выражениям для сечения упругого рассеяния.

Упругое рассеяние

Будем рассматривать ненамагниченный ферромагнетик в отсутствие внешнего магнитного поля. Отвлекаясь от локальных искажений доменов, будем считать, что для достаточно однородного образца они имеют вид плоскопараллельных слоев с одинаковой толщиной. Периодом этой структуры является толщина двух соседних доменов. При подмагничивании образца толщина одного из них увеличивается за счет другого, но вполне разумно допускать, что их суммарная толщина, т. е. период, сохраняется. Поэтому принципиально допустимо применять дальнейшие результаты и к образцу, находящемуся в не слишком сильном магнитном поле.

Вектор магнитной индукции в отсутствие внешнего поля имеет вид

$$\vec{B}(x) = 4\pi \vec{M}^0(x), \tag{2}$$

где вектор $\vec{M}^0(x) = M^0(0, \sin\theta, \cos\theta)$, а $\cos\theta$ как функция x в ранее выбранной системе координат задается равенством (1). Энергия взаимодействия нейтрона с этим полем дается выражением

$$U(x) = -\mu_n \vec{\sigma}\vec{B}, \tag{3}$$

где μ_n — магнитный момент нейтрона, а $\vec{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ — матрицы Паули.

Предполагаем, что длина волны нейтронов гораздо больше периода кристаллической решетки.

Рассеяние пучка неполяризованных нейтронов рассматриваем в первом борновском приближении, в котором, как известно, после рассеяния пучок остается неполяризованным. Дифференциальное сечение найдем по формуле

$$\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} = \overline{\left| \frac{m_n}{2\pi\hbar^2} \int\limits_V \exp(i\vec{q}\,\vec{r})\, U(\vec{r})\, d\vec{r} \right|^2}, \tag{4}$$

где $d\Omega$ — элемент пространственного угла, m_n — масса нейтрона, $\vec{q}=\vec{k}-\vec{k}'$ — импульс передачи ($|\vec{k}|=|\vec{k}'|$ — упругое рассеяние) и интеграл берется по объему кристалла V. Черта над квадратом амплитуды рассеяния означает усреднение по начальным спиновым состояниям и суммирование по конечным. Для данной функции спина $A(\sigma)$ это сводится к нахождению следа по формуле

$$\overline{A^2} = \frac{1}{2} Sp\, A^+ A, \tag{5}$$

где A^+ — эрмитово сопряженный оператор A.

Интеграл в (4) вычисляем в ранее введенной системе координат с осью x вдоль нормали к стенке Блоха. Тогда амплитуда рассеяния примет вид

$$A = \frac{2m_n \mu_n M^0}{\hbar^2}\left[\sigma_y \int\limits_{-L_x/2}^{L_x/2} \exp(iq_x x)\sin\theta\, dx + \sigma_z \int\limits_{-L_x/2}^{L_x/2} \exp(iq_x x)\cos\theta\, dx\right] \times$$

$$\times L_y L_z \Delta_{k_y k_y'} \Delta_{k_z k_z'},$$

где $\Delta_{kk'}$ — символ Кронекера, а L_x, L_y, L_z — длины кристалла вдоль выбранных осей. Ввиду периодичности функций $\sin\theta(x)$ и $\cos\theta(x)$ с периодом $2d$ интегралы в квадратных скобках будут отличны от нуля только, если q_x равняется одной из величин

$$\tau_n = \frac{n\pi}{d} \quad (n \text{ целое}). \tag{6}$$

Поэтому имеем

$$\int\limits_{-L_x/2}^{L_x/2} \exp(iq_x x)\sin\theta\, dx = N\left[\int\limits_{-d}^{0} \frac{\exp(i\tau x)}{\mathrm{ch}\left(\frac{x+d/2}{\delta}\right)} dx \pm\right.$$

$$\left.\pm \int\limits_{0}^{d} \frac{\exp(i\tau x)}{\mathrm{ch}\left(\frac{x-d/2}{\delta}\right)} dx\right] \sum_n \Delta_{q_x \tau_n},$$

где $2N = L_x/d$ — число доменов в кристалле, а два знака в квадратных скобках соответствуют двум возможным направлениям относительного вращения в соседних стенках. Интегралы в квадратных скобках вычисляются элементарно, после чего имеем

$$\int\limits_V \exp(i\vec{q}\,\theta\,\vec{r})\sin\theta\, d\vec{r} =$$

$$= \frac{1}{2} V \sum_{\vec{\tau}} \frac{\pi\delta}{2d\,\mathrm{ch}\,\frac{\pi\tau\delta}{2}} \exp\left(-i\frac{\tau\delta}{2}\right)[1 \pm \exp(i\tau d)]\,\Delta_{\vec{q}\vec{\tau}}$$

и аналогично

$$\int\limits_V \exp(i\vec{q}\vec{r})\cos\theta\, d\vec{r} = \frac{1}{2} V \sum_{\tau}\left[\frac{\cos\tau d}{\tau d} - \sin\frac{\tau d}{2}\,\frac{\pi d}{d\,\mathrm{sh}\,\frac{\pi\tau\delta}{2}}\right]\Delta_{\vec{q}\vec{\tau}}.$$

Теперь легко вычислить величину $\overline{A^2}$, так что для дифференциального сечения получаем окончательно

$$\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} = \left(\frac{m_n \mu_n M^0 V}{\hbar^2}\right)^2 \sum_{\vec{\tau}} f(\tau)\, \Delta_{\vec{q}\vec{\tau}}, \tag{7}$$

где

$$F(\tau) = \left(\frac{\cos \tau d}{\tau d} - \sin \frac{\tau d}{2} \frac{\pi\delta}{d \operatorname{sh} \frac{\pi\tau\delta}{2}}\right)^2 + \left(\frac{\pi\delta}{d \operatorname{ch} \frac{\pi\tau\delta}{2}}\right)^2 (1 \pm \cos \tau d)^2, \tag{7'}$$

а вектор $\vec{\tau}$ направлен по нормали к стенке вне зависимости от выбора системы координат. Очевидно, что с ростом порядка отражения (множитель n в (6)) интенсивность соответствующего дифракционного максимума уменьшается. Отметим тоже, что основной вклад в формуле (7′) принадлежит члену $\frac{\cos \tau d}{\tau d}$, который не зависит от деталей поверхностной структуры доменов[1]. В частности, отличие «левого» от «правого» соседств дается членом второго порядка малой величины $\frac{\delta}{d}$.

Для дальнейшего будет удобнее в формуле (7) перейти от символа Кронекера к дельта-функции по известному соотношению [15].

$$\Delta_{\vec{q}\vec{\tau}} \to \frac{(2\pi)^3}{V} \Delta(\vec{q} - \vec{\tau}).$$

Формуле (7) можно придать вид, соответствующий случаю расссеяния плоского монохроматического пучка нейтронов на поликристаллическом образце (метод Дебая—Шеррера). В поликристаллическом образце хаотической ориентации кристаллитов соответствует хаотическая ориентация их осей легкого намагничивания [16], т. е. в конечном итоге, векторов $\vec{\tau}$. Усредняя сечение по направлениям вектора $\vec{\tau}$, получаем

$$\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} = \left(\frac{2\pi m_n \mu_n M^0}{\hbar^2}\right)^2 V \sum_{\tau} \frac{F(\tau)}{\tau} \Delta\left(2k \sin \frac{\varphi_\tau}{2} - \tau\right), \tag{8}$$

где учтено равенство $q = 2k \sin \frac{\varphi_\tau}{2}$, а через φ_τ обозначен угол рассеяния. Из выражения (8) следует, что угловое распределение рассеянных нейтронов будет иметь максимумы, находящиеся на конусах с общей осью — направление падающего пучка и углами раствора φ_τ, удовлетворяющими условию Брэгга

$$2k \sin \frac{\varphi_\tau}{2} = \tau. \tag{9}$$

Заметим, однако, что из-за магнитного взаимодействия кристаллитов и возможной деформации доменов применение метода Дебая—Шеррера кажется очень сомнительным.

Если образец достаточно однороден, возможно применять метод вращения кристалла. Как известно, в этом методе образец облучается монохроматическим пучком, в котором импульсы нейтронов получаются друг из друга вращением вокруг некоторой оси. На практике вращается кристалл, а источник нейтронов неподвижен. В качестве оси

[1] Автор благодарит Ю. М. Кагана за это замечание.

вращения выберем ось легкого намагничивания кристалла, а ось x выберем по направлению вектора $\vec{\tau}$ (нормали к стенке). Усредненное по углам падения нейтронов сечение имеет вид

$$\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} = \left(\frac{2\pi m_n \mu_n M^0}{\hbar^2}\right)^2 V \frac{\Delta(k_z - k_z')}{k} \sum_\tau \frac{f(\tau)}{\tau} \frac{\Delta(\varphi - \varphi_\tau)}{\cos\frac{\varphi_\tau}{2}}, \tag{10}$$

где угол φ_τ задается формулой (9). В описанном методе пучок нейтронов падает на «боковую» грань образца (нормально к оси легкого намагничивания), а максимумы отражения получаются при углах Брэгга φ_τ. Образец должен быть очень тонким, и поэтому коллимирование пучка сильно затрудняется. Однако согласно формуле (7′), детали поверхностной доменной структуры сказываются слабо на сечении рассеяния. Это позволяет пропускать пучок через кристалл в направлении, образующем острый угол с осью легкого намагничивания. Если при этом пучок будет плоским и «белым», то это будет известный метод Лауэ. Все же лучше использовать плоский монохроматический пучок и менять угол падения. Такой метод является своеобразной комбинацией метода Лауэ с методом вращения, а сечение рассеяния будет задаваться формулой, аналогичной (10).

Ограничения, накладываемые периодом структуры

Теперь рассмотрим некоторые особенности процессов рассеяния на доменных структурах. Из выражения (8) для сечения упругого рассеяния следует, что максимумы последнего осуществляются при углах скольжения $\varphi_\tau/2$, задаваемых равенством Брэгга (9). Это можно записать в виде

$$\sin\frac{\varphi_\tau}{2} = \frac{n\lambda}{4d}. \tag{11}$$

где λ — длина волны падающего и (упруго) рассеянного нейтронов, n — порядок отражения и d — толщина доменов. Как было указано во введении, толщина d зависит от толщины образца L_z в направлении оси легкого намагничивания. При $d \approx 10^{-3} - 10^{-4}$ *см* и длине $\lambda \approx 1$ Å получаются **чрезвычайно малые** углы рассеяния (для первого максимума φ_τ порядка десятков секунд). Правда, с ростом порядка растет и угол φ_τ, но одновременно с этим интенсивность максимумов быстро падает.

Столь малые углы рассеяния означают в действительности, что дифракционная картина вообще не будет наблюдаться. Фактически уже при углах скольжения порядка нескольких минут может наступить полное внутреннее отражение. Известно, что для большинства веществ коэффициент преломления нейтронов, определяемый формулой [17]

$$R = 1 - A\lambda^2, \tag{12}$$

меньше единицы, так как величина A положительна $\left(A = \frac{Nb}{2\pi},\right.$ где N — плотность ядер, b — длина рассеяния). Величина A порядка 10^{10} *см*$^{-2}$. На основании формулы (12) для большинства веществ при критическом угле φ_c, определяемом равенством

$$\cos\varphi_c/2 = 1 - A\lambda^2, \tag{13}$$

наступает полное внутреннее отражение. Формула (13) показывает, что с ростом длин волн растет и критический угол. Вот почему не имеет смысла увеличивать длину волны: угол φ_c (13) растет быстрее угла φ_τ(11). При $\lambda_{\text{кр}}=A^{-1/2}$ имеет место полное внутреннее отражение для всех углов падения. Из равенства (11) следует условие существования дифракции на структуре с периодом l:

$$\lambda < 2l.$$

Но сам период не может быть произвольным. Действительно, он должен удовлетворять неравенству

$$l < A^{-1/2}, \qquad (14)$$

иначе углы брэгговских максимумов будут всегда меньше критического угла (13) и дифракционной картины не будет. Итак, дифракция нейтронов может наблюдаться только на структурах с периодом l, удовлетворяющим неравенству (14). Разумеется, для немногих веществ с отрицательной длиной рассеяния b это ограничение отпадает.

Этот вывод показывает, что наблюдения дифракционной картины на доменной структуре нужно добиваться не только увеличением длины волны, а тоже уменьшением толщины доменов d, т. е. в конечном счете уменьшением толщины L_z. Итак, примем, что толщина домена $d\approx 10^{-5}$ *см*. Тогда на основании формул (7) и (7′) можно оценить сечение рассеяния на один атом — (величина, с которой обычно имеют дело экспериментаторы). Для первого максимума получаем

$$\sigma_0 = 4\pi\left(\frac{m_n\mu_n M^0 v_0}{\hbar^2}\right)^2 F\left(\frac{\pi}{d}\right),$$

где v_0 — атомный объем ($v_0\approx 30\text{Å}^3$). Это дает малую, но вполне измеримую величину $\sigma_0\approx 10^{-1} - 10^{-3}$ *барн*.

Итак, эксперименты по упругому рассеянию нейтронов могут дать информацию о доменной структуре в толще образца и таким образом служить дополнением к известным «поверхностным» методам изучения последней. В следующей статье будет рассмотрено неупругое рассеяние с участием локализованных в стенке Блоха спиновых волн и будет введена поправка в сечении, аналогичная фактору Дебая—Валлера.

ЛИТЕРАТУРА

1. Изюмов Ю. А., Озеров Р. П. Магнитная нейтронография. М., «Наука», 1966.
2. Магнитная структура ферромагнетиков. Сб. статей. М., ИЛ, 1959.
3. Dillon J. Magnetism, vol. **3**, Acad. Press. N. Y., 1963.
4. Craik D., Tebble R. Rep. Prog. Acad. Press. N. Y., 1963.
5. Andrä K. Brit. j. Appl. Phys., **2**, 1, 1968.
6. Kaczér J., Gemperle R. Czch. J. Appl. Phys., **9**, 505, 1960.
7. Newton R., Kittel Ch. Phys. Rev., **74**, 1604, 1948.
8. Малеев С., Рубанов В., Трунов В. Письма в ЖЭТФ, **10**, 541, 1969.
9. Юз Д. Нейтронная оптика. М., ИЛ, 1955.
10. Halpern O., Gerjiuoy E. M. Phys. Rev., **76**, 1117, 1949.
11. Широбоков Д. ДАН СССР, **24**, 426, 1939; ЖЭТФ, 15, 57, 1945.
12. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. Собрание трудов, т. 1. М., «Наука», 1969, стр. 128.
13. Neel L. Compt. Rend., **241**, 533, 1955.
14. Shtriekman S., Treves D. J. Appl. Phys., Suppl., **31**, No. 2, 1960.
15. Тябликов С. Методы квантовой теории магнетизма. М., «Наука», 1965.
16. Kittel Ch. Rev. Mod. Phys., **21**, 541, 1949.
17. Бэкон Дж. Дифракция нейтронов. М., ИЛ, 1957.

Поступила в редакцию
21.11 1970 г.

Кафедра
квантовой теории