k	$-0{,}1$	$-0{,}4$	$-0{,}7$
$D(p)$ мягкий режим	$\frac{1}{16}(16{,}2 - j\,1{,}4)$	$\frac{1}{16}(3{,}8 - j\,0{,}6)$	$\frac{1}{16}(0{,}6 - j\,0{,}2)$
$D(p)$ 1-й жесткий режим	$\frac{1}{16}(9{,}0 - j\,0{,}04)$	$\frac{1}{16}(3{,}1 - j\,0{,}02)$	$\frac{1}{16}(0{,}4 - j\,0{,}01)$
$D(p)$ 2-й жесткий режим	$\frac{1}{16}(6{,}1 - j\,0{,}2)$	$\frac{1}{16}(1{,}8 - j\,0{,}07)$	$\frac{1}{16}(0{,}2 - j\,0{,}02)$

Поскольку $D(p)$ не обращается в нуль, то можно заключить, что любой из трех возможных предельных циклов будет устойчив в области своего существования. Так мягко возбуждаемое колебание [1] существует в области $\left|\frac{1}{k}\right| > 1$ и устойчиво в ней всюду, а жестко возбуждаемые колебания [1] существуют в области $\left|\frac{1}{k}\right| > 1{,}4$ и устойчивы там. Однако если мы возбудим жесткие колебания и будем уменьшать $\left|\frac{1}{k}\right|$, то после прохождения своего порога возбуждения они сорвутся и возбудится мягкое колебание, устойчивое в диапазоне $\left|\frac{1}{k}\right| > 1$.

Таким образом расчет устойчивости предельных циклов, проведенный методом Хилла, показал, что при непрерывном изменении коэффициента усиления системы возможны переходы с одного предельного цикла на другой, что находится в согласии с экспериментально наблюдаемыми явлениями. Изученные предельные циклы близки по частоте, но сильно отличаются распределением амплитуд гармоник.

УДК 551.46.515

Н. К. ШЕЛКОВНИКОВ

К МЕТОДИКЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАЗМЕРОВ И ФОРМЫ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ В МОРЕ

Турбулентный характер движения водных масс в морях и океанах приводит к возникновению неоднородной структуры потока в виде скоростных, плотностных и температурных образований. В свою очередь неоднородная структура потока оказывает существенное влияние на физические процессы, происходящие в море, в том числе на рассеяние звуковых и световых волн. Исследование турбулентных неоднородностей, их масштабов, формы и скорости движения представляет как научный, так и практический интерес.

Существующие методы определения масштабов неоднородностей в море, как правило, основываются на гипотезе о «замороженной турбулентности», которая предполагает сохранение размеров турбулентных неоднородностей со временем. Такое представление позволяет при наличии одноточечных измерений пульсаций температуры или скорости перейти от временного масштаба к пространственному и таким образом определить горизонтальные размеры неоднородностей.

Следует отметить, что до настоящего времени в определении временного масштаба существует некоторый произвол. Так, в одних случаях за τ принимается значение, соответствующее первому нулевому значению функции автокорреляции $R(t)$, в других случаях — первому минимуму функции $R(t)$. Отсутствие единого способа определения τ приводит к тому, что и без того малый объем экспериментальных данных по определению размеров неоднородностей зачастую бывает несопоставимым.

Метод исследования масштабов турбулентных неоднородностей в предположении «замороженной турбулентности» позволяет определить размеры неоднородностей в направлении потока без учета их изменчивости. В действительности же неоднородности представляют собой объемные образования, которые не только дрейфуют с определенной скоростью, но и постоянно изменяются. Поэтому при изучении вопросов, связанных с механизмом турбулентности, переносом количества тепла и вещества, необходимо учитывать эти факторы. В [1] изложен метод который позволяет определить объемные геометрические и динамические характеристики температурных неоднородностей в море. Однако в силу своей сложности использование этого метода при статистической обработке экспериментального материала связано с большими трудностями.

В данной работе разработана более простая методика для определения скорости движения температурных неоднородностей в море, их формы и размеров в трех взаимноперпендикулярных направлениях, не основываясь на гипотезе «о замороженной турбулентности».

Рассматрим случайный процесс, каким являются, например, турбулентные пульсации температуры в море. Если этот процесс является стационарным во времени и неоднородным в пространстве, то некоторые параметры температурных неоднородностей могут быть определены из обобщенной функции корреляции

$$R(s_1, s_2, s_3, \tau) = \frac{\overline{f(x-s_1, y-s_2, z-s_3, t-\tau) f(x, y, z, t)} - \overline{f(x, y, z, t)}^2}{\overline{f(x, y, z, t)^2} - \overline{f(x, y, z, t)}^2},$$

здесь черта означает операцию статистического осреднения, S_1, S_2, S_3, — смещения вдоль осей неподвижной прямоугольной системы координат, t и $t-\tau$ моменты времени наблюдения.

В нашем случае размеры температурных неоднородностей в трех взаимноперпендикулярных направлениях будем определять как

$$l_i = V_i \cdot \tau_{si},$$

где $i=1$, 2, 3 — индекс, указывающий направление, в котором рассматривается процесс: горизонтальное (1), поперечное (2), вертикальное (3); l_i — размер неоднородностей в соответствующем направлении; τ_{si} — временной масштаб, определяемый из соответствующей функции взаимной корреляции (способ определения показан на рисунке); V_i — скорость изменения максимума функции взаимной корреляции в соответствующем направлении.

Рис.

Скорость изменения максимума функции взаимной корреляции R_{ij} в горизонтальном поперечном и вертикальном направлении может быть определена из записей пульсаций температуры, полученных в четырех точках, разнесенных по осям прямоугольной системы координат на определенное расстояние друг от друга S_i. Для этого необходимо вычислить функцию R_{ij} и определить временное смещение ее максимумов $\tau o i$ относительно точки $\tau=0$ (способ определения виден из рисунка). Затем, зная расстояние между точками, в которых были произведены записи пульсаций температуры, можно для каждой пары регистраций t' определить скорость изменения максимумов функции R_{ij}:

$$V_i = \frac{S_i}{\tau_{0i}}.$$

В свободном потоке скорость движения турбулентных неоднородностей (скорость изменения максимума функции взаимной корреляции в горизонтальном направлении) совпадает с локальной скоростью [2]. В поперечном и вертикальном направлении скорость изменения максимума функции R_{ij} зависит от скорости потока и формы неоднородностей. Для случая морской турбулентности совпадение скорости движения температурных неоднородностей v_1 с локальной скоростью течения определялось путем сравнения показаний вертушки БМВ-2 со значением v_1. Измерения были проведены с борта «Московский университет» в 1967 г.

Вычислив таким образом среднестатистические размеры температурных неоднородностей в трех взаимноперпендикулярных направлениях, можем определить и анизотропию и объемную форму [1].

Итак, имея синхронные записи пульсаций температуры в четырех пространственно-разнесенных точках в море, описанным способом можно определить скорость движения, объемную форму, анизотропию и размеры температурных неоднородностей с учетом их изменчивости.

Причем спектр размеров неоднородностей будет в пределах разрешающей способности измерительного устройства, с помощью которого осуществляется регистрация пульсаций температуры [3].

Данный способ определения размеров неоднородностей был использован при исследовании структуры турбулентного потока в гидрофизической лаборатории МГУ, результаты эксперимента находятся в стадии статистической обработки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Доброклонский С. В., Миркотан С. Ф., Хунджуа Г. Г., Шелковников Н. К. «Изв. АН СССР», физика атмосферы и океана, № 4, 1968.
2. Фавр А. Пространственно-временные корреляции в турбулентных потоках жидкости. В сб. «Механика», 2, № 90, 1965.
3. Шелковников Н. К., Миркотан С. Ф., Хунджуа Г. Г. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 1, 1968.

Поступила в редакцию
8.4 1971 г.

Кафедра физики
моря и вод суши

УДК 539.12

А. Б. КУКАНОВ, ТХАЙ КУАНГ

ОБ ОДНОМ СИНГУЛЯРНОМ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЯ КЛЕЙНА — ГОРДОНА ПРИ НАЛИЧИИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПОСТОЯННЫХ И ОДНОРОДНЫХ ПОЛЕЙ

Как известно, при квантовании волновых полей большую роль играет перестановочная функция скалярного поля (функция Паули—Иордана) [1—3], являющаяся решением однородного уравнения Клейна—Гордона с сингулярными начальными условиями. В работах [4, 5] (см. также [6]) были найдены решения этого уравнения с указанными начальными условиями при наличии постоянного и однородного магнитного [4] или электрического [5] поля. Найденные точные решения представляют интерес в свете ведущихся в последнее время интенсивных исследований в области квантовых эффектов взаимодействия заряженных частиц с внешними электромагнитными полями. В настоящей заметке мы хотим обобщить результаты [4, 5] на случай, когда одновременно имеются как электрическое, так и магнитное поле.

Предположим, что постоянные и однородные электрическое $\vec{E}$ и магнитное $\vec{H}$ поля направлены вдоль оси x_3. Задав независящий от времени вектор-потенциал поля в виде $A_\mu = \{0;\ x_1 H;\ 0;\ -iEx_3\}$, запишем уравнение Клейна—Гордона для заряженной частицы с зарядом e и массой покоя m_0 $\left(\gamma = \dfrac{E}{H}\right)$:

$$\left\{\Box - 2\left(\frac{eH}{\hbar c}\right)\left[ix_1\frac{\partial}{\partial x_2} + \gamma x_3\frac{\partial}{\partial x_4}\right] - \left(\frac{eH}{\hbar c}\right)^2 (x_1^2 - \gamma^2 x_3^2) - \left(\frac{m_0 c}{\hbar}\right)^2\right\}\psi = 0 \tag{1}$$

Переходя к новым переменным

$$x_i \to \left(\frac{\hbar c}{eH}\right)^{1/2} x_i\ (i = 1,\ 2,\ 3),\quad t \to \left(\frac{\hbar}{eHc}\right)^{1/2} t,\quad m_0 \to \left(\frac{\hbar eH}{c^3}\right)^{1/2} m_0, \tag{2}$$

запишем уравнение (1) в виде

$$\left[\Delta - \frac{\partial^2}{\partial t^2} - 2ix_1\frac{\partial}{\partial x_2} + 2i\gamma x_3\frac{\partial}{\partial t} - (x_1^2 - \gamma^2 x_3^2) - m_0^2\right]\Psi = 0. \tag{3}$$