$$\times L_n(\sigma)\exp\left(-\frac{\sigma}{2}\right) L_{n'}^{\left(-\frac{1}{2}\right)}\left(-\frac{i\gamma}{2}\,\xi_3^2\right)\exp\left(\frac{1}{4}\,i\gamma\xi_3^2\right). \quad (13)$$

Здесь $L_n(\sigma)=L_n\left(\frac{1}{2}\,(\xi_1^2+\xi_2^2)\right)$ и $L_{n'}^{\left(-\frac{1}{2}\right)}\left(-\frac{i}{2}\,\gamma\xi_3^2\right)$ — полиномы Лягерра, ${}_1F_1\left(\frac{1-\nu}{2};\ \frac{3}{2};\ i\gamma\,\frac{\tau^2}{2}\right)$ — вырожденная гипергеометрическая функция, причем

$$\frac{1}{2}\,(1-\nu)=\frac{i}{2\gamma}\,(m_0^2+2n+1)+(n'+1).$$

Если воспользоваться для функции ${}_1F_1$ интегральным представлением, построенным Саутером [7], в форме [5] и сделать в нем замену переменных $t=-i\,\mathrm{cth}\left(\frac{1}{2\alpha}\right)$, то, используя выражение для производящей функции полиномов Лягерра, мы сможем провести суммирование по $n$ и $n'$. Восстанавливая прежние переменные преобразованием, обратным (2), и переходя к системе единиц $\hbar=c=1$, найдем окончательно

$$D=-\frac{\varepsilon(\tau)}{8\pi^2}\int\limits_{C_\alpha}\frac{e^{\frac{ieE}{4}(\tau^2-\xi_3^2)\,\mathrm{cth}\left(\frac{eE}{2\alpha}\right)+\frac{im_0^2}{2\alpha}}\cdot e^{-\frac{ieH}{4}(\xi_1^2+\xi_2^2)\,\mathrm{ctg}\left(\frac{eH}{2\alpha}\right)}}{\left(\frac{2\alpha}{eH}\right)\sin\left(\frac{eH}{2\alpha}\right)\cdot\left(\frac{2\alpha}{eE}\right)\mathrm{sh}\left(\frac{eE}{2\alpha}\right)}\,d\alpha. \quad (14)$$

Здесь $C_\alpha$ — модифицированный контур Саутера [7,5],

$$\varepsilon(\tau)=\begin{cases}1, & \text{если } \tau>0,\\ -1, & \text{если } \tau<0.\end{cases}$$

Найденное точное решение уравнения Клейна—Гордона в частных случаях, когда $E=0$, $H\neq 0$ или $H=0$, $E\neq 0$, совпадает с результатами [4] и [5] соответственно.

В случае отсутствия полей ($E\to 0$, $H\to 0$) мы получаем известный результат для свободной частицы [6].

## ЛИТЕРАТУРА


1. Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. Введение в теорию квантованных полей. М., Гостехтеориздат, 1957.
2. Соколов А. А. Введение в квантовую электродинамику. М., Физматгиз, 1958.
3. Газиорович С. Физика элементарных частиц. М., «Наука», 1969.
4. Géhéniau J. Physica, **16**, № 11—12, 822, 1950.
5. Demeur M. Physica, **17**, № 11—12, 933, 1951.
6. Demeur M. Académie R. de Bélgique, **28**, Fasc. 5, 1953.
7. Sauter F. Z. Phys., **69**, 742, 1931.



Поступила в редакцию
2.4 1971 г.



Кафедра
теоретической физики



УДК 621.391.822.3 : 539.293.011



**К. И. РОЗЕНТУР**


# ФЛУКТУАЦИИ ТОКА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ СО СЛОЖНОЙ ЗОННОЙ СТРУКТУРОЙ

Известно [1], что в полупроводниках типа *Ge* и *Si* зона проводимости содержит ряд эквивалентных эллипсоидов энергии, симметрично расположенных в зоне Бриллюэна.

В работе [2] рассматривались флуктуации числа электронов в отдельном эллипсоиде полупроводника, связанные с межэллипсоидными переходами. Наличие такого механизма флуктуаций, естественно, приводит к флуктуациям тока, обусловленного носителями, находящимися в произвольном $i$-том эллипсоиде зоны проводимости.

Рассмотрим образец полупроводника в форме единичного куба. Пусть внешнее поле $\vec{E}$ направлено вдоль оси симметрии эллипсоида. Предполагается, что поле настолько мало, что не вызывает перераспределения носителей между эллипсоидами. Тогда уравнение для тока имеет простой вид

$$I = e\bar{\mu} n E, \tag{1}$$

где $n$ — число электронов в эллипсоиде, $E$ — напряженность электрического поля, $\bar{\mu}$ средняя подвижность электронов в эллипсоиде. Поскольку флуктуации тока обусловлены флуктуациями числа носителей в эллипсоиде, то для спектральной плотности флуктуаций тока можно записать выражение [3]:

$$S_{\mathrm{I}}(\omega) = (e\bar{\mu})^2 E^2 Sn(\omega), \tag{2}$$

где $Sn(\omega)$ — (спектральная плотность для флуктуаций числа электронов в эллипсоиде, связанных с межэллипсоидными переходами.

В работе [2] было показано, что временная функция корреляции для флуктуаций числа носителей в эллипсоиде в общем случае удовлетворяет уравнению известного типа [4]:

$$\frac{df(t)}{dt} = -\int_0^t K(t-t')\, f(t')\, dt', \tag{3}$$

где $f(t)$ — временная функция корреляции, $K(t-t')$ — некоторое положительно определенное ядро, характеризующее взаимодействие электронов с акустическими фононами.

Решение (3) с последующим применением теоремы Винера—Хинчина дает для $Sn(\omega)$ выражения: при $\varepsilon_{\vec{k}} = \varepsilon_{\vec{k}'}$ (упругое взаимодействие электронов с акустическими фононами):

$$S_n(\omega) \sim \frac{2f(0)\beta}{\beta^2 + \omega^2}, \tag{4}$$

$$\beta \sim \frac{4g^2 k_0 T}{\hbar^3 V c^2} \sum_{\vec{k}, \vec{k}'} \frac{\varphi_{\vec{k}'} + \varphi_{\vec{k}}}{\omega_q} \tag{5}$$

при $\vec{\varepsilon}_k \neq \vec{\varepsilon}_{k'}$ (неупругое взаимодействие):

$$S_n(\omega) \sim \frac{f(0)}{\omega} \frac{\gamma \sum\limits_{\vec{k}, \vec{k}'} (\varphi_{\vec{k}} + \varphi_{\vec{k}'}) [\delta(\alpha^2) + \delta(\eta^2)]}{\gamma^2 \left\{ \sum\limits_{\vec{k}, \vec{k}} (\varphi_{\vec{k}} + \varphi_{\vec{k}'}) [\delta(\alpha^2) + \delta(\eta^2)] \right\}^2 + \mathrm{const}}, \tag{6}$$

$$\gamma = \frac{2g^2 k_0 T}{\hbar^3 V c^2}.$$

Здесь $\varphi_{\vec{k}}$ и $\varphi_{\vec{k}'}$ — равновесные функции распределения по состояниям $\vec{k}$ и $\vec{k}'$ соответственно в $i$-том эллипсоиде и эллипсоиде-резервуаре, с которым он обменяется носителями. $\varepsilon_{\vec{k}}$ — собственное значение энергии электрона в состоянии с волновым вектором $\vec{k}$, $\omega_q = c|q|$ — частота акустического фонона с волновым вектором $\vec{q}$.

$$\alpha = \omega_{\vec{k}\vec{k}'} - \omega_q;$$

$$\eta = \omega_{\vec{k}\vec{k}'} + \omega_q; \qquad \mathrm{const} = \left[1 + \gamma \sum_{\vec{k}, \vec{k}'} (\varphi_{\vec{k}} + \varphi_{\vec{k}'}) \left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\eta^2}\right)\right]^2,$$

$$\omega_{\vec{k}\vec{k}'} = \frac{\varepsilon_{\vec{k}} - \varepsilon_{\vec{k}'}}{\hbar}$$

$g = E_c \left( \frac{\hbar V_0}{2M} \right)^{\frac{1}{2}}$ ($E_c$ — постоянная деформационного потенциала; $V_0$, $M$ — объем и масса элементарной кристаллической ячейки).

Выражение (6) получается в предположении, что частоты наблюдения $\omega$ удовлетворяют условию

$$\omega \ll \omega_{\vec{k}\vec{k}'} \pm \omega_q; \quad \omega \geqslant \sqrt{\gamma}\,. \tag{7}$$

Используя (4), (5) и (6), из (2) находим

$$S_{\mathrm{I}}(\omega) \sim \frac{(e\overline{\mu})^2\, 2f(0)\,\beta}{\beta^2 + \omega^2} E^2 \tag{8}$$

и

$$S_{\mathrm{I}}(\omega) \sim \frac{(e\overline{\mu})^2 A}{\omega \cdot B} E^2. \tag{9}$$

Спектры вида (8) и (9) наблюдаются на опыте.

Из вышеуказанного видно, что спектр флуктуаций тока, возникающих в полупроводнике при наложении внешнего электрического поля, обусловлен флуктуациями проводимости, которые существуют и в отсутствии тока.

Отметим, в частности, что по этой причине экспериментальное обнаружение флуктуаций сопротивления в полупроводнике осуществляется только при протекании по нему тока.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Киттель Ч. Квантовая теория твердых тел. М., «Наука», 1967.
2. Потемкин В. В., Розентур К. И. «Физика твердого тела», **13**, 1971.
3. Ван-дер-Зил А. Флуктуационные явления в полупроводниках. М., ИЛ, 1961.
4. Бонч-Бруевич В. Л. «Физика твердого тела», **7**, 2147, 1965.

Поступила в редакцию
7.5 1971 г.

Кафедра
физики колебаний

УДК 621.378

**Б. С. ВВЕДЕНСКИЙ, Л. П. ИВАНОВ, В. В. КУРЫЛЕВ,
А. С. ЛОГГИНОВ, К. Я. СЕНАТОРОВ**

# АНИЗОТРОПИЯ АКТИВНОЙ ОБЛАСТИ ИНЖЕКЦИОННОГО ЛАЗЕРА ИЗ АРСЕНИДА ГАЛЛИЯ И ПОЛЯРИЗАЦИЯ ЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Сильная поляризация излучения инжекционных лазеров была обнаружена в ранних исследованиях [1]. Позднее в [2] авторы, исследовавшие причины возникновения поляризации, склонялись к тому, что за поляризацию излучения ответственны локальные макроскопические искажения решетки кристалла и анизотропия в распределении электронов по скоростям. В [3] экспериментально установлено, что когерент-