Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 1 — 1972

УДК 539.12.01

НГУЕН НГОК ЗАО, А. И. НАУМОВ

ПОСТОЯННАЯ ТОНКОЙ СТРУКТУРЫ В ЧЕТЫРЕХФЕРМИОННОЙ МОДЕЛИ С ИНДЕФИНИТНОЙ МЕТРИКОЙ

В рамках четырехфермионной полевой модели с индефинитной метрикой вычисляется постоянная тонкой структуры, для которой получено значение 1/115.

В работе [1] исследовалась свободная причинная функция

$$G(p) = -\frac{\hat{p}+im}{p^2+m^2-i\varepsilon} + \frac{\hat{p}+im}{p^2+\mu^2-i\varepsilon} + \frac{2\mu(\mu-m)(\hat{p}+i\mu)}{(p^2+\mu^2-i\varepsilon)^2}, \qquad (1)$$

возникающая в модели, которая была предложена ранее [2] одним из авторов. Основу этой модели составляет лагранжиан с векторным четырехфермионным самодействием

$$L = L_0 + L_i = L_0 + \frac{1}{2} g : (\bar{\psi}\gamma_\mu\psi)(\bar{\psi}\gamma_\mu\psi); \qquad (2)$$

где L_0 — свободный лагранжиан, вид которого приведен в [2], $\psi(x)$ — некоторая линейная комбинация физического, призрачного и дипольного полей, g — константа самодействия. Модель является одним из вариантов нелинейной спинорной теории [3], базирующейся на уравнении типа Гейзенберга—Иваненко [3—4].

Для вычисления параметров m и μ, входящих в причинную функцию (1), в работе [1] была рассмотрена амплитуда фермион-фермионного рассеяния. В описанном там приближении эта амплитуда имеет вид

$$A = \frac{\frac{ig}{8\pi^2}\,[\bar{u}(p')\,\gamma_\mu\,u(p)]\,[\bar{u}(q')\,\gamma_\mu\,u(q)]}{1+\frac{ig}{2(2\pi)^4}\,Q(f^2)} \qquad (3)$$

(обменные члены не выписаны). Здесь p, q, и p', q' — импульсы фермионов соответственно до и после рассеяния, $f \equiv p'-p = q-q'$ — переданный импульс, а

$$Q(f^2) = \frac{1}{(2\pi)^4}\int \mathrm{Sp}\,[\gamma_\mu G(k)\,\gamma_\mu G(f+k)]\,d^4k. \qquad (4)$$

Далее накладывалось требование, чтобы модель содержала электродинамику, т. е. чтобы асимптотическое выражение для амплитуды (3) совпадало с амплитудой меллеровского рассеяния

$$A_M = -\frac{i\alpha}{\pi}\,\frac{[\bar{u}(p')\gamma_\mu u(p)]\,[\bar{u}(q')\gamma_\mu u(q)]}{f^2}. \tag{5}$$

Это требование означает, что амплитуда фермион-фермионного рассеяния должна иметь полюс при нулевом значении квадрата переданного импульса с вычетом, равным постоянной тонкой структуры $\alpha = 1/137$. В результате возникает система двух уравнений

$$\begin{gathered} 1 - \frac{g}{4\pi^2} B(m, \mu) = 0, \\ \frac{\pi}{C(m, \mu)} = \alpha, \end{gathered} \tag{6}$$

где B и C — трансцендентные функции, явный вид которых приведен в [1].

Решая эту систему уравнений, можно определить параметры m и μ.

В действительности, однако, второе из уравнений (6) является излишним, так как имеется независимое от него условие самосогласованности модели: масса фермиона, возникающая в результате вычисления его собственно энергетической диаграммы, должна совпадать с массой физической частицы, т. е. с параметром m. Объединяя это условие с первым уравнением (6), можно будет также определить m и μ. Подставляя затем их значения во второе уравнение (6), мы получим постоянную тонкой структуры, что и составляет суть данной работы.

Для получения условия самосогласованности воспользуемся методикой, которая применялась в [5], интерпретируя массу фермиона как константу взаимодействия, вызывающего переходы между двухкомпонентными вейлевскими полями φ и χ [6]. Выражая лагранжиан (2) через эти поля, получим

$$L_i = \frac{g}{2} : \{(\varphi^+ \sigma_\mu^R \varphi)(\varphi^+ \sigma_\mu^R \varphi) + (\chi^+ \sigma_\mu^L \chi)(\chi^+ \sigma_\mu^L \chi) + 2(\varphi^+ \sigma_\mu^R \varphi)(\chi^+ \sigma_\mu^L \chi)\}:, \tag{7}$$

где

$$\gamma_\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_\mu^L \\ \sigma_\mu^R & 0 \end{pmatrix}; \quad \gamma_5 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix};$$

$$\sigma_\mu^R = (-i\sigma_n, I); \quad \sigma_\mu^L = (i\sigma_n, I),$$

а σ_n — обычные матрицы Паули. Дальнейшие вычисления аналогичны описанным в работе [5], с тем отличием, что в качестве «нормальных» и «аномальных» спариваний полей φ и χ следует использовать функции, получающиеся из (1):

$$G^{RL} = G^{LR} = -\frac{im}{p^2 + m^2 - i\varepsilon} + \frac{im}{p^2 + \mu^2 - i\varepsilon} + \frac{2i\mu^2(\mu - m)}{(p^2 + \mu^2 - i\varepsilon)^2},$$

$$G^{RR} = p_\nu \sigma_\nu^L \left[-\frac{1}{p^2 + m^2 - i\varepsilon} + \frac{1}{p^2 + \mu^2 - i\varepsilon} + \frac{2\mu(\mu - m)}{(p^2 + \mu^2 - i\varepsilon)^2}\right],$$

$$G^{LL} = p_\nu \sigma_\nu^R \left[-\frac{1}{p^2 + m^2 - i\varepsilon} + \frac{1}{p^2 + \mu^2 + i\varepsilon} + \frac{2\mu(\mu - m)}{(p^2 + \mu^2 - i\varepsilon)^2}\right].$$

В результате получим следующее условие самосогласованности:

$$\varepsilon_V\left(\frac{ml}{4\pi}\right)^4=1, \tag{8}$$

где l — константа нелинейности ($l^4\equiv g^2$),

$$\varepsilon_V=12\,[2a\,(1)-b\,(1)], \tag{9}$$

а

$$a\left(-\frac{p^2}{m^2}\right)=-\frac{1}{\pi^4m^5}\int d^4k\,d^4q\left\{-\frac{m}{(-p+k+q)^2+m^2}+\right.$$
$$\left.+\frac{m}{(-p+k+q)^2+\mu^2}+\frac{2\mu^2(\mu-m)}{[(-p+k+q)^2+\mu^2]^2}\right\}\times$$
$$\times\left\{-\frac{m}{k^2+m^2}+\frac{m}{k^2+\mu^2}+\frac{2\mu^2(\mu-m)}{(k^2+\mu^2)^2}\right\}\times$$
$$\times\left\{\frac{m}{q^2+m^2}+\frac{m}{q^2+\mu^2}+\frac{2\mu^2(\mu-m)}{(q^2+\mu^2)^2}\right\};$$

$$b\left(-\frac{p^2}{m^2}\right)=-\frac{1}{\pi^4m^5}\int d^4k\,d^4q\,(kq)\left\{-\frac{m}{(-p+k+q)^2+m^2}+\right.$$
$$\left.+\frac{m}{(-p+k+q)^2+\mu^2}+\frac{2\mu^2(\mu-m)}{[(-p+k+q)^2+\mu^2]^2}\right\}\times$$
$$\times\left\{-\frac{1}{k^2+m^2}+\frac{1}{k^2+\mu^2}+\frac{2\mu(\mu-m)}{(k^2+\mu^2)^2}\right\}\times$$
$$\times\left\{-\frac{1}{q^2+m^2}+\frac{1}{q^2+\mu^2}+\frac{2\mu(\mu-m)}{(q^2+\mu^2)^2}\right\} \tag{10}$$

(слагаемое $-i\varepsilon$ во всех знаменателях для краткости опущено).

Параметризуя интегралы (10), проводя интегрирование по промежуточным импульсам, полагая $-p^2/m^2=1$ и объединяя условие (8) с первым уравнением (6), получим систему уравнений для определения m и μ:

$$D\,(m,\,\mu)=1,$$
$$\frac{g}{4\pi^2}\,B\,(m,\,\mu)=1. \tag{11}$$

Здесь $D(m,\ \mu)$ — функция, имеющая вид двойного несобственного интеграла, явное выражение для которого мы не приводим ввиду его громоздкости. Система уравнений (11) решалась на электронной вычислительной машине, что привело к следующим результатам:

$$ml=7{,}4\quad\frac{\mu}{m}=1{,}1. \tag{12}$$

Подставляя эти значения во второе уравнение (6), для постоянной тонкой структуры получим

$$\alpha=1/115.$$

Напомним, что группой Гейзенберга [3] получено значение $\alpha=1/120$. Но при этом использовался трудоемкий «новый метод Тамма—Данкова» и привлекалась чрезвычайно сложная аргументация, основанная на теореме Голдстоуна и масштабной инвариантности. Кроме того, при вычислении α брались экспериментальные значения масс нуклона и π-мезона. Конечно, мы не настаиваем на полученном значении $\alpha = 1/115$, столь хорошо совпадающем с эмпирической величиной 1/137, так как рассмотренная модель весьма далека от реалистической, не включая внутренних характеристик частиц. Но то обстоятельство, что получился правильный порядок постоянной тонкой структуры, является, по нашему мнению, достаточно обнадеживающим.

Авторы благодарны проф. Д. Д. Иваненко за постоянное внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Демидова Н. С., Наумов А. И. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., **11**, № 2, 1970.
2. Наумов А. И. «Ядерная физика», **7**, 664, 1968.
3. Гейзенберг В. Введение в единую полевую теорию элементарных частиц. М., «Мир», 1968.
4. Иваненко Д. Д., Бродский А. М. ДАН СССР, **84**, 683, 1952.
5. Наумов А. И. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 2, 1967.
6. Зельдович Я. Б. ЖЭТФ, **40**, 637, 1961.

Поступила в редакцию
2.10 1970 г.

Кафедра
химической механики