

# Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 1 — 1972

УДК 539.12.01

Ю. И. КЛИМЕНКО, В. Р. ХАЛИЛОВ

## ИНДУЦИРОВАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЭЛЕКТРОНОВ, НА ИОНАХ В ПОЛЕ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

В работе рассматривается индуцированный тормозной эффект, возникающий при рассеянии поляризованных электронов на ионах, обладающих магнитным моментом, в присутствии электромагнитной волны. Изучаются эффекты поляризации электронов при рассеянии. Рассмотрены некоторые частные случаи индуцированного эффекта.

В связи с развитием техники лазеров, работающих в световом диапазоне, появляется все больший и больший интерес к исследованиям, связанным с взаимодействиями лазерного пучка с веществом. Ранее в ряде работ [1] рассматривалась задача об индуцированном тормозном эффекте электрона на кулоновском центре, с использованием точных решений уравнений Дирака для электрона в поле плоской электромагнитной волны.

Настоящая работа посвящена рассеянию электрона, обладающего вакуумным магнитным моментом, на кулоновском центре с магнитным моментом в присутствии сильного поля излучения. При учете аномального магнитного момента электрона и магнитного момента центра возникают поляризационные эффекты, которые при некоторых условиях могут оказаться существенными. Рассмотрение задачи будем проводить, используя точные решения уравнения Дирака в поле плоской электромагнитной волны. При этом индуцированный эффект можно описать как процесс рассеяния электрона на центре в присутствии сильной электромагнитной волны, в первом борновском приближении.

### § 1. Индуцированный эффект с учетом момента ядра

Волновые функции электрона, движущегося в поле плоской электромагнитной волны, получены в работе [2]. Для случая, когда вектор-потенциал электромагнитной волны имеет вид (круговая поляризация)

$$\vec{A} = -\frac{cE_0}{\omega} (\vec{e}_1 \sin \omega \xi - \vec{e}_2 \cos \omega \xi) \quad (1)$$

( $\omega$  — частота волны,  $\xi = t - \frac{z}{c}$ ,  $A_0 = \frac{cE_0}{\omega}$  — амплитуда вектора потенциала), волновые функции можно записать в виде

$$\Psi = N \begin{pmatrix} k_0 + \lambda + (\vec{\sigma}\vec{n}) (\vec{\sigma}\vec{\pi}) \\ (k_0 - \lambda) (\vec{\sigma}\vec{n}) + (\vec{\sigma}\vec{\pi}) \end{pmatrix} V_0 \exp \left\{ -icKt + i\vec{k}\vec{r} - \frac{ie}{c\lambda\hbar} \int_0^\xi \vec{k}A(\xi') d\xi' \right\}. \quad (2)$$

Здесь

$$\varepsilon_{K_3} = c\hbar K = c\hbar \frac{k_0^2(1+\gamma^2) + \lambda^2 + k_\perp^2}{2\lambda} \text{ — квазиэнергия}$$

и

$$p_3 = k_3\hbar = \hbar \frac{k_0^2(1+\gamma^2) - \lambda^2 + k_\perp^2}{2\lambda} \text{ — квазиимпульс}$$

электрона вдоль  $z$ ;  $\vec{k}_\perp$  — поперечный импульс электрона;

$$\vec{\pi} = \vec{k}_\perp + \frac{e}{ch} \vec{A} \text{ — оператор обобщенного импульса;}$$

$$k_0 = \frac{mc}{\hbar}, \lambda = K - k_3 = k_{св} - k_{3,св} \text{ — интеграл движения}$$

(сев. означает энергию и импульс электрона при выключении волны);

$V_0$  — обычный спинор, описывающий ориентацию спина электрона. Его можно подчинить уравнению

$$(\vec{\sigma}\vec{l})V_0 = \zeta V_0, \quad \zeta = \pm 1, \quad (3)$$

где  $\vec{l} = l \{ \sin \eta \cos \Phi, \sin \eta \sin \Phi, \cos \eta \}$  — единичный вектор ориентации спина частицы,  $\zeta = \pm 1$  характеризует два возможных направления спина частицы вдоль  $\vec{l}$ . Решение уравнения (3) дает

$$V_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \zeta \sqrt{1 + \zeta \cos \eta} e^{-\frac{i\Phi}{2}} \\ \sqrt{1 - \zeta \cos \eta} e^{\frac{i\Phi}{2}} \end{pmatrix}.$$

Потенциал взаимодействия кулоновского центра с электроном известен [4]. В нашем случае он имеет вид

$$V(r) = -Ze^2 \left( I + \left( \vec{\alpha} \left[ \frac{\vec{\mu}\vec{\nabla}}{Ze} \right] \right) \right) \frac{e^{-\frac{r}{r_0}}}{r},$$

здесь  $I, \alpha$  — матрицы Дирака,  $r_0$  — эффективный радиус экранировки,  $Ze$  — заряд ядра,  $e$  — заряд электрона. Выражение для дифференциального сечения процесса можно записать в виде

$$d\sigma = \left( \frac{m}{2\pi\hbar^2} \right)^2 |\langle Y_{\lambda', \vec{k}'_\perp} | V(r) | \Psi_{\lambda, \vec{k}_\perp} \rangle|^2 d\Omega. \quad (4)$$

Сечение процесса рассеяния электрона, оказывается, можно представить в виде ряда  $d\sigma = \sum_n d\sigma_n$ . Вычисляя матричный элемент пере-

хода с потенциалом (3) по волновым функциям (1) и подставляя в (4) для дифференциального сечения процесса рассеяния номера  $n$ , найдем выражение

$$d\sigma_n = \pi \frac{Z^2 e^4}{q^4} \frac{\vec{k}'^2 \sin^2 \theta d\theta dk'}{VKK'\lambda\lambda'} M^2 \delta(K' - K + n\kappa_0), \quad (5)$$

$$M^2 = (1 + \zeta'\zeta) \left\{ f_{\text{сн}}^{(1)} - \frac{\tilde{\mu}k'}{Ze} \sin \theta f^{(1)} \right\}^2 + \\ + (1 - \zeta'\zeta) \left\{ 1 - \zeta \frac{\tilde{\mu}}{Ze} (\lambda' - \lambda) \right\}^2 k_0^2 k_1'^2 \sin^2 \theta I_n^2(a), \quad (6)$$

где

$$a = \frac{\gamma k_0 k' \sin \theta}{\lambda' \kappa_0}, \quad q^2 = |\vec{k} - \vec{k}' - n\kappa_0|^2 + \frac{1}{r_0^2}, \quad (7)$$

$$\gamma = \frac{eE_0}{m\omega}, \quad \kappa_0 = \frac{\omega}{c}, \quad \theta - \text{угол рассеяния электрона};$$

$$f_{\text{сн}}^{(1)} - \frac{\tilde{\mu}k'}{Ze} \sin \theta f^{(1)} = I_n(a) \left\{ k_0^2 (1 + \gamma^2) + \lambda\lambda' + k_0 k' \sin \theta \gamma \frac{n}{a} - \right. \\ \left. - \zeta \frac{\tilde{\mu}}{Ze} k' \sin \theta \left[ \lambda k' \sin \theta - g\gamma k_0 \frac{n}{a} (\lambda' - \lambda) \right] \right\} + \\ + \zeta I_n'(a) g\gamma k_0 k' \sin \theta \left[ 1 + \zeta \frac{\tilde{\mu}}{Ze} (\lambda' + \lambda) \right]. \quad (8)$$

Как видим,  $d\sigma_n$  характеризует сечение индивидуального процесса рассеяния, когда величина квазиэнергии электрона в поле волны изменяется на величину  $\hbar c \hbar \kappa_0$ . При этом  $n = \pm l$ , что соответствует излучению или поглощению фотонов. Поляризация электронов, приобретаемая в результате рассеяния, характеризуется членом при множителе  $(1 - \zeta'\zeta)$ . Из формул (5)–(8) видно, что поляризационные эффекты возникают только при учете магнитного момента кулоновского центра. Если  $\tilde{\mu} = 0$ , то зависимость от спина в члене, отвечающем за переворот спина, отсутствует. В этом случае волна не влияет на поляризацию электронов. Характерно, что собственное значение  $\zeta$  входит в формулу в виде произведений типа  $\zeta g$ ,  $\zeta \tilde{\mu}$ . При получении формул (5)–(8) мы считаем, что магнитный момент ядра ориентирован в направлении вектора распространения электромагнитной волны  $\vec{n}$  (ось  $z$ ).

Формула (5) содержит в знаменателе множитель  $\lambda\lambda'$ . Этот множитель характерен в задаче о тормозном излучении электрона на кулоновском центре. В случае релятивистских энергий электрона сечение индуцированного тормозного излучения имеет резкий максимум вблизи направления квазиимпульса падающего электрона. Импульс электрона при этом лежит в узком конусе около этого направления с углом  $\theta^* \cong \frac{m^* c^2}{\epsilon_{\text{КВ}}}$ . Действительно:

$$\frac{1}{\lambda'} = \frac{1}{K' - k' \cos \theta} = \frac{1}{K'} \frac{1}{1 - \frac{k'}{K'} \cos \theta} = \frac{1}{K'} \frac{1}{1 - \sqrt{1 - \frac{k_0^2}{K'^2} \cos \theta}}.$$

Считая выполненным условие  $\frac{n\kappa_0}{K'} \ll 1$ , запишем условие для  $\theta^*$ .

В ультрарелятивистском пределе энергий электрона для величины  $\epsilon_{\text{KB}} p_{\text{зKB}}$  найдем:

$$\begin{aligned} \epsilon_{\text{KB}} &= \epsilon_{\text{св}} (1 + \gamma^2), \\ c p_{\text{зKB}} &= \epsilon_{\text{св}} (1 + \gamma^2) - \frac{1}{2} \left( \frac{mc^2}{\epsilon} \right) mc^2, \end{aligned} \quad (9)$$

Используя

$$c \hbar \lambda = \epsilon_{\text{св}} (1 - \beta_3) = mc^2 \sqrt{\frac{1 - \beta_3}{1 + \beta_3}} \cong \frac{(mc^2)^2}{2\epsilon_{\text{св}}}, \quad (10)$$

из закона сохранения  $\epsilon'_{\text{KB}} = \epsilon_{\text{KB}} - n \hbar \omega$  для  $\lambda'$  можно получить (по-прежнему считаем  $\frac{\hbar n \omega}{\epsilon_{\text{св}}} \ll 1$ ):

$$c \hbar \lambda' \cong \epsilon_{\text{св}} (1 + \gamma^2) (1 - \cos \theta) - \hbar n \omega (1 - \cos \theta) + \frac{1}{2} \frac{(mc^2)^2}{\epsilon_{\text{св}}} \cos \theta. \quad (11)$$

Учитывая (9), (10) и (11) в ультрарелятивистском случае, при рассеянии электрона на малые углы для разности  $\lambda - \lambda'$  найдем

$$c \hbar (\lambda - \lambda') \cong -\frac{1}{2} \frac{(mc^2)^2}{\epsilon_{\text{св}}} + \frac{\hbar n \omega}{2(1 + \gamma^2)} \left( \frac{mc^2}{\epsilon_{\text{св}}} \right)^2 + \frac{1}{4} \frac{(mc^2)^4}{\epsilon_{\text{св}}^3 (1 + \gamma^2)}. \quad (12)$$

Подставляя (12) во второй член формулы (6), найдем

$$M^2 (1 - \zeta' \zeta) \cong (1 - \zeta' \zeta) \left\{ 1 - \zeta \frac{\tilde{\mu}}{Ze} \left( \frac{mc^2}{c \hbar \epsilon} \right)^2 \right\}, \quad (13)$$

т. е. поляризационные эффекты в данном случае незначительны.

Если угол рассеяния  $\theta \sim \frac{\pi}{2}$ , т. е. рассеяние происходит на большие углы, то  $\lambda - \lambda' \sim \epsilon_{\text{св}} (1 + \gamma^2)$  и поляризационные эффекты становятся существенными, во-первых, потому, что  $(\lambda - \lambda') \sim \epsilon_{\text{св}}$ , и, во-вторых, в сильных электромагнитных полях  $\gamma \gg 1$ . Однако сечение процесса в этом случае мало. Если поле волны очень слабое  $k_0 \gamma \ll \kappa_0$ , то аргумент функции Бесселя мал, и в этом случае индуцированное тормозное излучение происходит в основном на гармониках  $n = \pm 1$ .

Для  $M^2$  при условии  $k_0 \gamma \ll \kappa_0$  найдем

$$\begin{aligned} M^2 &= (1 + \zeta' \zeta) \left( \frac{k_0 \gamma k' \sin \theta}{2 \lambda' \kappa_0} \right)^2 \left\{ (k_0^2 + \lambda' \lambda) - \lambda' \kappa_0 (n - \zeta g) - \right. \\ &\quad \left. - \zeta \frac{\tilde{\mu}}{Ze} [\lambda k_0 k' \sin \theta + \lambda'^2 \kappa_0 (n - \zeta g) + \lambda' \lambda \kappa_0 (n + \zeta g)] \right\}^2 + \\ &\quad + (1 - \zeta' \zeta) \left[ 1 - \zeta \frac{\tilde{\mu}}{Ze} (\lambda' - \lambda) \right]^2 \left( \frac{k_0 \gamma k' \sin \theta}{2 \lambda' \kappa_0} \right)^2 k_0^2 k'^2 \sin^2 \theta. \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь  $n = +1$  соответствует излучению  $n = -1$  поглощения фотонов волны. Соответствующее сечение рассеяния при  $n = 1$  совпадает с приведенным в [4].

Полагая  $\tilde{\mu}=0$ , получим

$$M^2 = \frac{\gamma^2 k_0^2 k'^2 \sin^2 \theta}{4\lambda'^2 \kappa_0^2} \{ [(k_0^2 + \lambda'\lambda)^2 - 2\lambda'\kappa_0 n (k_0^2 + \lambda'\lambda)] (1 + \zeta'\zeta) + (1 - \zeta'\zeta) k_0^2 k'^2 \sin^2 \theta \}. \quad (15)$$

Просуммировав по конечным и усреднив по начальным спидам электронов, получим  $M^2$ , совпадающее с приведенным в работе [1]. Запишем суммарный эффект, который определяется полным сечением «излучения»  $n$  фотонов

$$\sigma_n^{\text{пол}} = \sigma_n^{\text{изл}} - \sigma_n^{\text{погл}},$$

где  $\sigma_n^{\text{изл}}$  — излучение,  $\sigma_n^{\text{погл}}$  — поглощение  $n$ -фотонов будет отрицательным, т. е. электрон поглощает фотоны волны. Сечения высших порядков при условии  $k_0\gamma \ll \kappa_0$  подавлены  $\sigma_n \sim \gamma^{2|n|}$ . Рассмотрим промежуточный случай:

$$\gamma \ll 1, \quad k_0\gamma \gg \kappa_0.$$

В этом случае аргумент функций Бесселя может быть как много меньше, так и много больше единицы. Случай малого аргумента по существу мало отличается от рассмотренного выше.

Для  $a = \frac{\gamma k_0 k' \sin \theta}{\lambda' \kappa_0} \gg 1$  выражение для матричного элемента  $M^2$  может быть приведено к следующему виду:

$$M^2 = \left\{ (1 + \zeta'\zeta) \left( k_0^2 + \lambda'\lambda - \zeta \frac{\tilde{\mu}}{Ze} k' \sin \theta \right)^2 + (1 - \zeta'\zeta) \left( 1 - \zeta \frac{\tilde{\mu}}{Ze} (\lambda' - \lambda) \right)^2 \right\} \frac{2}{\pi a} \cos^2 \left( a - n \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \right). \quad (16)$$

Полагая  $\tilde{\mu}=0$  и просуммировав по спидам, придем к выражению (16) работы [1].

## § 2. Рассеяние электрона, обладающего вакуумным моментом

Интересно учесть в процессе рассеяния вклад от аномального магнитного момента электрона, влияние которого при некоторых условиях может быть существенным. Для этого удобно воспользоваться точными решениями уравнения Дирака для электрона с аномальным магнитным моментом в поле плоской электромагнитной волны [4]. Отличие этих функций от (2) состоит в том, что вместо постоянного спинора  $V_0$  в новую функцию будет входить  $V(\xi)$ , связанный с  $V_0$  соотношением

$$V = \left[ \frac{2 + \Delta}{2(1 + \Delta)} \right]^{1/2} \left\{ \cos \omega \frac{\Delta \xi}{2c} + g\sigma_3 \sin \frac{\omega \Delta \xi}{2c} - i \frac{q}{2 + \Delta} \left[ \sigma_2 \sin \frac{\omega(2 + \Delta)}{2c} \xi + g\sigma_1 \cos \frac{\omega(2 + \Delta)}{2c} \xi \right] \right\} V_0. \quad (17)$$

Здесь введем обозначение

$$\Delta = \sqrt{1 + q^2} - 1, \quad q = 2\mu \frac{cE_0}{\omega} = 2a\gamma,$$

$$\mu = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{e\hbar}{2mc} \frac{1}{ch}, \quad a = \frac{ch k_0}{e} \mu.$$

Вычисляя по формуле (4) сечения рассеяния электрона по новым волновым функциям, вместо (5) и (8), получим следующие выражения:

$$d\sigma_n = \pi \frac{Z^2 e^4}{V} \sum_{s=-1}^1 \sum_{i=0}^4 \frac{k_i'^2 \sin^3 \theta_i d\theta_i dk_i'}{K_i' K \lambda \lambda_i' q_i^4} \delta(K_i' - K + n\kappa_0 - s f_i) F_i^2, \quad (18)$$

где

$$q_i^2 = |\vec{k} - \vec{k}_i - n\vec{n}\kappa_0 + s\kappa_0 f_i \vec{n}|^2 + \frac{1}{r_0^2},$$

$$f_0 = 0, \quad f_1 = \Delta, \quad f_2 = 2 + \Delta, \quad f_3 = 1, \quad f_4 = 1 + \Delta. \quad (19)$$

Матричный элемент  $F_i^2$  имеет вид

$$F_i^2 = F_0^2 + F_{i+1}^2 k_0^2 k_{i+1}'^2 \sin^2 \theta_i \frac{(2 + \Delta)^2}{16(1 + \Delta)^2}. \quad (20)$$

Причем

$$F_0 = \tilde{f}_{01} + \frac{\tilde{\mu}}{Ze} k_0' \sin \theta_0 \tilde{f}_{0,2},$$

$$F_1^2 = A^2(s) I_n^2(a_1) \left[ 1 - g s \frac{\tilde{\mu}}{Ze} (\lambda - \lambda_1') \right]^2,$$

$$F_2^2 = \alpha^4 A^2(s) I_n^2(a_2) \left[ 1 + g s \frac{\tilde{\mu}}{Ze} (\lambda - \lambda_2') \right]^2, \quad (21)$$

$$F_3^2 = 4\alpha^2 (\vec{\sigma n})^2 \left[ 1 + g s \frac{\tilde{\mu}}{Ze} (\lambda - \lambda_3') \right]^2,$$

$$F_4^2 = 4\alpha^2 \left\{ I_n'(a_4) \gamma - \frac{\tilde{\mu}}{Ze} \left[ k_4' \frac{\lambda}{k_0} g \sin \theta_4 + \gamma \frac{n}{a_4} (\lambda - \lambda_4') \right] I_n(a_4) \right\}^2 A^2(s),$$

$$\tilde{f}_{0,1} = \frac{1 + \zeta' \zeta}{2} \left[ k_0^2 (1 + \gamma^2) + \lambda_0' \lambda + k_0 \gamma k_0' \frac{n}{a_0} \sin \theta_0 \right] I_n(a_0) +$$

$$+ k_0 \gamma g \frac{k_0' \sin \theta_0}{1 + \Delta} (\vec{\sigma n}) I_n'(a_0);$$

$$\tilde{f}_{0,2} = - \frac{(\vec{\sigma n})}{1 + \Delta} \left\{ \left[ \lambda k_0' \sin \theta_0 + k_0 \gamma g \frac{n}{a_0} (\lambda - \lambda_0') \right] I_n'(a_0) \right\} +$$

$$+ \frac{1 + \zeta' \zeta}{2} k_0 \gamma g (\lambda_0' + \lambda) I_n'(a_0).$$

Здесь  $\lambda_i' = K_i' - k_i' \cos \theta_i$ ,  $k_i'$  — квазиимпульсы электрона после рассеяния, когда энергия электрона равна  $K_i' = K - n\kappa_0 + s\kappa_0 f_i$ ,  $\alpha = \frac{D q}{2 + \Delta}$ , а аргументы функций Бесселя  $a_i$  равны

$$a_i = \frac{k_0 \gamma k_i' \sin \theta_i}{\lambda_i' \kappa_0}.$$

Спинорные функции  $A(s)$  и  $(\vec{\sigma}n)$  имеют вид

$$A(s) = \zeta \frac{(1 + \zeta'\zeta)}{2} \sin \eta - \zeta g s \frac{1 - \zeta'\zeta}{2} (1 - s g \zeta \cos \eta),$$

$$(\vec{\sigma}n) = \zeta \frac{1 + \zeta'\zeta}{2} \cos \eta - \frac{1 - \zeta'\zeta}{2} \sin \eta. \quad (22)$$

Очевидно при учете вакуумного магнитного момента электрона квазиэнергия рассеянного электрона индекса  $l$  расщепляется на 9 подуровней, часть из которых сливается с уровнями  $n = (l \pm 1)$  и  $n = l \pm 2$  и их подуровнями так, что истинное расщепление будет равно 3. Величина расщепления квазиэнергии номера  $n$  пропорциональна

$$p = \frac{\Delta \kappa_0}{K}.$$

В слабых полях ( $\gamma \ll 1$ )  $p \sim \frac{2a^2 \gamma^2 \kappa_0^2}{K} \ll 1$ . В сильном поле ( $\gamma \gg 1$ )  $p \sim \frac{2a^2 \kappa_0}{K_{св}}$ . В дальнейшем будем рассматривать случай, когда вектор направления спина  $\vec{e}$  коллинеарен  $\vec{n}$  ( $\eta = 0$ ). Тогда члены с  $F_1^2, F_2^2, F_4^2$  дают вклад только в процесс, идущий с переориентацией спина:

$$A^2(s) = \frac{(1 - \zeta'\zeta)^2}{2} (1 - \zeta s g). \quad (23)$$

Если в формулах (18), (20), (21) положить  $q=0, \Delta=0$ , что соответствует исключению из рассмотрения аномального магнитного момента электрона, то получим результаты § 1 ( $F_2=F_3=F_4=0, f_i=0, i=0, 1$ ). Из (41) следует, что учет вакуумного магнитного момента электрона приводит к эффектам поляризации электронного спина, причем если квазиэнергия рассеянного электрона равна  $K'_i = K - n\kappa_0 + s f_i$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ), поляризация должна быть полной для данных  $s$  и  $g$ . Заметим, что квазиэнергии номера  $n$  при  $i=2, 4$  будут соответствовать в полном сечении также члены суммы с  $l=n \pm 2$  и  $l=n \pm 1$ . При различных  $s$ , если  $g$  фиксировано, спины электронов поляризуются в противоположных направлениях.

Сечение индуцированного тормозного излучения электрона номера  $n$  существенно зависит от величины  $\gamma$ . Характер сечений при  $a_i \ll 1$  и  $a_i \gg 1$  тот же, что и в случае, рассмотренном в § 1.

Формулы (18), (21) можно представить и в другом виде, так, чтобы в выражение для квазиэнергии рассеянного электрона входила бы лишь истинная величина расщепления квазиэнергии номера  $n$ , обусловленная наличием аномального магнитного момента электрона:

$$d\sigma_n = \pi \frac{Z^2 e^4}{V} \sum_{s=-1}^1 \sum_{i=1}^2 \frac{k_i'^2 dk_i' \sin^2 \theta_i d\Omega_i}{K'_i K \lambda \lambda'_i} \tilde{F}_i^2 \frac{\delta(K'_i - K + n\kappa_0 - s\kappa_0 \bar{f}_i)}{\left( |\vec{k} - \vec{k}_i - \vec{n}n\kappa_0 + \vec{s}n\kappa_0 \bar{f}_i|^2 + \frac{1}{r_0^2} \right)^2},$$

$$\bar{f}_1 = 0, \bar{f}_2 = \Delta,$$

$$F_1^2 = F_0^2 + k_0^2 k_{1,s}^2 \sin^2 \theta_1 \frac{(2 + \Delta)^2}{16(1 + \Delta)^2} 4a^2 (\vec{\sigma}n) I_{n+s}(a_1) \left[ 1 + g s \frac{\tilde{\mu}}{Ze} (\lambda - \lambda_1) \right]^2,$$

$$\tilde{F}_2^2 = \frac{(2 + \Delta)^2}{16(1 + \Delta)^2} \sin^2 \theta_2 k_0^2 k_{2,s}^2 A^2(s) \left\{ \left( 1 - g s \frac{\tilde{\mu}}{Ze} (\lambda - \lambda_2) \right)^2 I_n^2(a_2) + \right.$$

$$+ \alpha^4 I_{n+2s}^2(a_2) \left( 1 + gs \frac{\tilde{\mu}}{Ze} (\lambda - \lambda_2') \right)^2 + 4\alpha^2 \left[ \gamma I_{n+s}'(a_2) - \right. \\ \left. - \frac{\tilde{\mu}}{Ze} \left\{ k_2' \frac{\lambda}{k_0} g \sin \theta_2 + \gamma \frac{n+s}{a_2} (\lambda - \lambda_2') \right\} I_{n+s}(a_2) \right]^2 \Big\}.$$

Здесь каждый из квазиимпульсов  $k_{1,s}'$ ,  $k_{2,s}'$  определяется с помощью  $\delta$ -функции квазиэнергии. В таком виде формулы более удобны для анализа. Из них следует, что  $d\sigma_n \sim \tilde{F}_1^2$  описывает процесс тормозного излучения без переориентации электронного спина;  $\tilde{F}_2^2$  исключительно обязана излучению с переворотом спина.

Оценим вклад аномального магнитного момента электрона в процесс индуцированного тормозного излучения. Ясно, что основной вклад вакуумный момент вносит в  $\tilde{F}_2^2$ . Положим для простоты  $\tilde{\mu} = 0$ . Тогда

$$\tilde{F}_2^2 = \frac{(2 + \Delta)^2}{16(1 + \Delta)^2} k_{2,s}'^2 k_0^2 \sin^2 \theta_2 \frac{1 - \zeta'\zeta}{2} (1 - sg\zeta) \times \\ \times \{ I_n^2(a_2) + 4\alpha^2 I_{n+s}'^2(a_2) \gamma^2 + \alpha^4 I_{n+2s}^2(a_2) \}. \quad (22)$$

Полагая  $q = 0$ ,  $\Delta = 0$ , получим

$$d\sigma_n \sim \sum_{s=1}^1 \tilde{A} \frac{1 - \zeta'\zeta}{2} (1 - sg\zeta) \sim \tilde{A} (1 - \zeta'\zeta), \quad (23)$$

т. е. зависимость от начальной ориентации спина электрона исчезает. Следовательно, корреляционные члены, зависящие от начального спина электрона, будут входить в сечение рассеяния в комбинации  $\sim (1 - \zeta'\zeta)(1 - \zeta g s \Delta)$ , т. е. степень поляризации электронного спина в результате рассеяния пропорциональна величине аномального магнитного момента электрона. Исследование зависимости сечения вынужденного тормозного излучения от силы внешнего поля (величины  $\gamma$ ) не вносит существенных особенностей по сравнению со случаями, рассмотренными в [1], а также в § 1 данной статьи.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Денисов М. М., Федоров М. В. ЖЭТФ, 53, 1340, 1967; Федоров М. В. ЖЭТФ, 51, 795, 1966.
2. Волков Д. М. Zeit. für Phys., 94, 250, 1935; ЖЭТФ, 7, 1289, 1937.
3. Соколов А. А. Введение в квантовую электродинамику. М., Физматгиз, 1958.
4. Тернов И. М., Багров В. Г., Клименко Ю. И. «Изв. вузов», физика, № 2, 50, 1968.

Поступила в редакцию  
24.12 1970 г.

Кафедра  
теоретической физики