Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 2 — 1972

УДК 539.12.01

А. Г. КУЛЬКИН, Ю. Г. ПАВЛЕНКО

ИЗЛУЧЕНИЕ НЕЙТРОНА, ДВИЖУЩЕГОСЯ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ В СРЕДЕ

Получены выражения для интенсивности спонтанного излучения нейтрона, движущегося в среде в магнитном поле. Исследовано влияние ориентации спина в начальном и конечном состояниях на характер поляризации, спектральное распределение и порог черенковского излучения.

В последнее время появились работы [1, 2], в которых исследовалось излучение нейтронов, движущихся в вакууме в магнитном поле. Нейтрон при взаимодействии с магнитным полем имеет два возможных энергетических состояния, соответствующих параллельной или антипараллельной ориентации магнитного момента по отношению к направлению поля. Эти состояния обладают различным характером устойчивости по отношению к спонтанному излучению: излучают только те нейтроны, магнитный момент которых направлен по полю.

Наличие среды при сверхсветовом движении существенно изменяет динамику квантовых переходов. Во-первых, становится возможным черенковское излучение, не сопровождающееся изменением проекции спина на направление поля. При этом характер поляризации черенковского излучения зависит от ориентации импульса нейтрона по отношению к магнитному полю, а порог излучения — от величины магнитного поля и проекции спина на поле. Во-вторых, в связи с особенностями аномального эффекта Допплера [3] состояние со спином, направленным против поля, становится неустойчивым. Переходы с изменением проекции спина не дают вклада в излучение на черенковском конусе (в отличие от случая движения в отсутствие поля) и приводят при пренебрежении дисперсией показателя преломления к излучению частот, пропорциональных циклотронной частоте.

В настоящей работе мы рассмотрим излучение нейтрона, равномерно движущегося со скоростью v в прозрачной изотропной среде с коэффициентом преломления $n=\sqrt{\varepsilon(\omega)}$ в постоянном магнитном поле $\vec{\mathscr{H}}=\mathscr{H}\vec{e}$. Для описания движения нейтрона воспользуемся модифицированным уравнением Дирака [4], учитывающим «аномальный» магнитный момент $\mu'=-g\mu_0$ ($g=1{,}9$; μ_0 — ядерный магнетон).

Состояния поляризации определяются оператором [1] $\vec{\mu}=mc^2\vec{\sigma}+c\rho_2[\vec{\sigma}\vec{p}]$, проекция которого μ_H на направление магнитного поля:

$$\mu_H = \vec{\mu}\vec{e} = mc^2\vec{\sigma}\vec{e} + \vec{\sigma}[\vec{p}\vec{e}]\rho_2 c. \tag{1}$$

Волновая функция нейтрона является собственной функцией трех коммутирующих операторов

$$H\psi_{\vec{p},s} = E_{\vec{p},s}\psi_{\vec{p},s}; \quad \mu_H\psi_{\vec{p},s} = sE_\perp\psi_{\vec{p},s}; \quad p\psi_{\vec{p},s} = p\psi_{\vec{p},s}. \tag{2}$$

Замечая, что гамильтониан

$$H = (\vec{\alpha}\vec{e})(\vec{p}\vec{e})c + \beta(\vec{\sigma}\vec{e})\mu_H - \mu'\mathcal{H}\beta(\vec{\sigma}\vec{e}), \tag{3}$$

находим собственные значения энергии

$$E^2_{\vec{p},s} = (\vec{p}\vec{e})^2c^2 + (E_\perp - s\mu'\mathcal{H})^2, \tag{4}$$

$$E^2_\perp = m^2c^4 + p^2c^2 - (\vec{p}\vec{e})^2c^2. \tag{5}$$

Энергия нейтрона зависит от импульса $\vec{p}$ и от собственных значений s оператора μ_H — проекции спина на направление магнитного поля.

Собственные значения оператора μ_H соответствуют определенным значениям проекции спина на направление магнитного поля. Выберем систему координат, в которой магнитное поле направлено вдоль оси z. В этом случае решение уравнений (2) имеет вид плоских волн [1, 2].

Компоненты постоянного спинора $u_{\vec{p},s}$ могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned}
u_1 &= \frac{1}{2}\left[\left(1 + s\frac{E_s}{E}\right)\left(1 + s\frac{mc^2}{E_\perp}\right)\right]^{1/2},\\
u_2 &= \frac{s}{2}\left[\left(1 - s\frac{E_s}{E}\right)\left(1 - s\frac{mc^2}{E_\perp}\right)\right]^{1/2}e^{i\delta},\\
u_3 &= \frac{1}{2}\left[\left(1 - s\frac{E_s}{E}\right)\left(1 + s\frac{mc^2}{E_\perp}\right)\right]^{1/2},\\
u_4 &= \frac{s}{2}\left[\left(1 + s\frac{E_s}{E}\right)\left(1 - s\frac{mc^2}{E_\perp}\right)\right]^{1/2}e^{i\delta},\\
E_s &= E_\perp - s\mu'\mathcal{H}, \quad \operatorname{tg}\delta = \frac{p_y}{p_x}.
\end{aligned} \tag{6}$$

Переходу нейтрона из состояния $i(\vec{p}, s)$ в состояние $f(\vec{p}', s')$ с излучением фотона с импульсом $\vec{k} = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon}\,\vec{n}$ и поляризацией $\vec{e}_\lambda$ отвечает матричный элемент от оператора взаимодействия

$$H = \frac{i\mu'}{2}\sigma^{\alpha\beta}F_{\alpha\beta}.$$

Вероятность (в 1 *сек*) спонтанного излучения фотона в элемент телесного угла dO в направлении $\vec{n}$:

$$dw_{fi} = \frac{\hbar}{(2\pi)^2\nu}|M_{fi}|^2\delta^4(p - p' - \hbar k)\,d^3k\,d^3p', \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
M_{fi} &= -\frac{i}{\hbar}\mu'\sqrt{4\pi c^2\hbar}\,\bar{u}_f\left\{i\vec{\sigma}[\vec{k}\vec{e}_\lambda] + \frac{\omega}{c}\vec{\alpha}\vec{e}_\lambda\right\}u_i \equiv\\
&\equiv -\frac{i}{\hbar}\mu'\omega\sqrt{4\pi\hbar}\,\overline{M}_{fi}, \quad \nu = \frac{\partial}{\partial\omega}(\omega^2\varepsilon).
\end{aligned} \tag{8}$$

Предполагая, что в процессе излучения энергия нейтрона меняется на малую величину, из законов сохранения энергии — импульса найдем

$$E_f(\vec{p}' = \vec{p} - \hbar\vec{k},\ s' = s - \Delta s) = E_i - \left(\hbar k_i \frac{\partial}{\partial p_i} + \Delta s \frac{\partial}{\partial s}\right) E(\vec{p}, s) + \\ + \frac{1}{2}\left(\hbar k_i \frac{\partial}{\partial p_i} + \Delta s \frac{\partial}{\partial s}\right)^2 E(\vec{p}, s) + \ldots = E_i - \hbar\omega. \tag{9}$$

Ограничиваясь в (9) членами порядка $\hbar$, получаем выражение для частоты излучения, не содержащее постоянной Планка:

$$\omega = \frac{(s - s')\,\Omega}{2(1 - n\beta\cos\vartheta)},\ \Omega = \frac{2g\mu_0\mathscr{H}}{\hbar}(1 - \beta^2\cos^2\alpha)^{1/2} = \frac{g\omega_0}{\gamma_z}, \\ \omega_0 = \frac{e\mathscr{H}}{mc},\ \gamma_z^2 = \frac{1}{1 - \beta_z^2},\ \beta_z = \frac{v_z}{c}. \tag{10}$$

Здесь ϑ — угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{k}$, α — угол между импульсом нейтрона и направлением магнитного поля.

Рассмотрим переходы с изменением квантового числа s. Из (10) видно, что при досветовом движении ($n\beta < 1$) возможны переходы $s = 1$, $s' = -1$. В этом случае черенковский конус отсутствует и излучение нейтрона обладает свойствами «обычного» излучения в вакууме [1, 2].

Положение меняется, когда нейтрон движется со сверхсветовой скоростью ($n\beta > 1$). В этом случае возможны два типа переходов с изменением s. При переходах $s = 1$, $s' = -1$ на более низкий (по квантовому числу s) уровень излучение заполняет область $-1 \leqslant \cos\vartheta < \cos\vartheta_0 = \frac{1}{n\beta}$. При переходах $s = -1$, $s' = 1$ на более высокий уровень излучение распространяется в черенковском конусе в области углов $\cos\vartheta_0 < \cos\vartheta \leqslant 1$. Эта особенность излучения сверхсветовыми частицами связана с аномальным эффектом Доплера [3].

Переходы без изменения квантового числа s приводят к излучению на частоте, определяемой уравнением $1 - n(\omega)\beta\cos\vartheta = 0$. Заметим, что в отсутствие магнитного поля энергия нейтрона не зависит от ориентации спина. В этом случае переходы с изменением спиральности соответствуют излучению частот, определяемых тем же условием $\beta n(\omega)\cos\vartheta = 1$ [7].

Оставляя в (9) члены порядка $\hbar^2$ и полагая $\Delta s = 0$, найдем условие появления излучения

$$\cos\vartheta = \frac{1}{n\beta} + \frac{\hbar\omega n}{2E_0\beta}\left(1 - \frac{1}{n^2} + \frac{s\beta g\omega_0}{n\omega}\right),\ E_0 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \tag{11}$$

Из этой формулы видно, что угол, характеризующий направление излучения, зависит от величины магнитного поля и поляризации нейтрона. Полагая $\mathscr{H} = 0$, из (11) получим известное выражение для черенковского угла, в отсутствие магнитного поля [5—7].

Для анализа поляризации испущенных фотонов введем сферическую систему координат с полярной осью, направленной по импульсу $\vec{p}$. Единичные векторы поляризации:

$$\vec{e}_\sigma = \frac{[\vec{p}\,\vec{n}]}{|[\vec{p}\,\vec{n}]|} = (-\sin\varphi,\ \cos\varphi,\ 0),$$

$$\vec{e}_\pi = [\vec{e}_\sigma\vec{n}] = (\cos\vartheta\cos\varphi,\ \cos\vartheta\sin\varphi,\ -\sin\vartheta).$$

Здесь ϑ — угол между импульсами фотона и нейтрона, φ — азимутальный угол фотона в плоскости, перпендикулярной импульсу нейтрона.

Без ограничения общности будем считать, что нейтрон движется в плоскости zx ($\delta=0$). При вычислении матричных элементов используем следующие приближения. Во-первых, в магнитных полях $\mathscr{H} \ll \frac{m^2c^3}{e\hbar} = 10^{19}$ *эрст*, которые мы рассматриваем, $E_\perp \gg \mu'\mathscr{H}$ и, следовательно, в (6) можно считать $E_s = E_\perp$. Во-вторых, поскольку энергия, теряемая нейтроном при излучении, предполагается малой, можно не делать различия между кинематическими величинами в компонентах спинора u в начальном и конечном состояниях.

После громоздких расчетов из (7)—(8) найдем спектрально-угловую интенсивность излучения двух компонентов ($\lambda=\pi$, σ) линейной поляризации с учетом эффектов, связанных с поляризацией нейтрона:

$$\frac{dP_\lambda(\vec{n}, \omega)}{d\omega\, dO} = \frac{g^2\mu_0^2 n\omega^4}{2\pi c^3} |M_\lambda|^2\, \delta\left(\omega - \omega n\beta\cos\vartheta - \frac{s-s'}{2}\Omega\right), \tag{12}$$

$$|M_\pi|^2 = \frac{1}{2}\Big\{(1-ss')\Big[(n-\beta\cos\vartheta)^2\cos^2\varphi + (n^2 + \beta^2\cos^2\vartheta)\frac{\gamma_z^2}{\gamma^2}\cos^2\alpha\sin^2\varphi\Big] + (1+ss')\left[(n^2+\beta^2\cos^2\vartheta)\gamma_z^2\sin^2\alpha - 2n\beta\cos\vartheta\right]\sin^2\varphi + 4ss'\frac{\gamma_z^2}{\gamma^2}n\beta\cos^2\alpha\cos\vartheta\sin^2\varphi\Big\}, \tag{13}$$

$$|M_\sigma|^2 = \frac{1}{2}\Big\{(1-ss')\Big[(n\cos\vartheta-\beta)^2\sin^2\varphi + (n^2\cos^2\vartheta+\beta^2)\frac{\gamma_z^2}{\gamma^2}\cos^2\alpha\cos^2\varphi + n^2\frac{\gamma_z^2}{\gamma^2}\sin^2\alpha\sin^2\vartheta\Big] + (1+ss')\Big[(n^2\cos^2\vartheta+\beta^2)\gamma_z^2\sin^2\alpha\cos^2\varphi - 2n\beta\cos\vartheta\cos^2\varphi + n^2\frac{\gamma_z^2}{\gamma^4}\cos^2\alpha\sin^2\vartheta\Big] + 4ss'n\cos\alpha\cos\varphi \times \left[\frac{\gamma_z^2}{\gamma^2}\cos\vartheta\,(n\sin\alpha\sin\vartheta + \beta\cos\alpha\cos\varphi) - \beta\sin\alpha\sin\vartheta\right]\Big\}. \tag{14}$$

При исследовании круговой поляризации найдем

$$|M_\pm|^2 = \frac{1}{2}\Big\{|M_\pi|^2 + |M_\sigma|^2 \pm (s'-s)\frac{\gamma_z}{\gamma}\cos\alpha\,[n\beta(1+\cos^2\vartheta) - (n^2+\beta^2)\cos\vartheta + n(n-\beta\cos\vartheta)\,\mathrm{tg}\,\alpha\sin\vartheta\cos\varphi]\Big\}. \tag{15}$$

Знак плюс (минус) соответствует левой (правой) круговой поляризации. В формуле (12) учтено соотношение $d^3k = \frac{n\omega\nu}{2c^3}\, d\omega dO$.

Определим интенсивность излучения при досветовом движении нейтрона ($n\beta<1$). Предполагая, что коэффициент преломления не зависит от частоты, из (12—15) после интегрирования по углам и частотам найдем полные интенсивности излучения различных компонентов поляризации.

$$P_\pi = \frac{g^2\mu_0^2}{3c^3}\,\frac{n\Omega^4}{(1-n^2\beta^2)^4}\left(1+\frac{\gamma_z^2}{\gamma^2}\cos^2\alpha\right)\times$$

$$\times\,[\beta^2 + n^2(3-10\beta^2+5\beta^4) + n^4\beta^2(3-2\beta^2)], \qquad (16)$$

$$P_\sigma = \frac{g^2\mu_0^2}{3c^3}\,\frac{n\Omega^4}{(1-n^2\beta^2)^4}\left\{4n^2\frac{\gamma_z^2}{\gamma^2}(1-n^2\beta^2)\sin^2\alpha + \right.$$

$$\left.+\left(1+\frac{\gamma_z^2}{\gamma^2}\cos^2\alpha\right)[3\beta^2 + n^2(1-10\beta^2+3\beta^4) + n^4\beta^2(5-2\beta^2)]\right\}, \qquad (17)$$

$$P_\pm = \frac{1}{2}\left\{P_\pi + P_\sigma \mp \frac{2g^2\mu_0^2 n^2\beta\gamma_z\Omega^4\cos\alpha}{3c^3\gamma}\times\right.$$

$$\left.\times\,[4(1+2n^2\beta^2) - (n^2+\beta^2)(5+n^2\beta^2)]\right\}. \qquad (18)$$

Из (16)—(17) следует выражение для мощности излучения при движении нейтрона в вакууме ($n=1$), полученное в работах [1—2]:

$$P = P_\pi + P_\sigma = \frac{8g^2\mu_0^2\Omega^4}{3c^3(1-\beta^2)^2} = \frac{8g^2\mu_0^2}{3c^3}(g\omega_0)^4\frac{(1-\beta^2\cos^2\alpha)^2}{(1-\beta^2)^2}.$$

Рассмотрим излучение нейтрона при сверхсветовом движении. В области нормального эффекта Допплера $-1 \leqslant \cos\vartheta < \frac{1}{n\beta}$ излучают нейтроны, поляризованные по полю ($s=1$, $s'=-1$). Интенсивности излучения каждого из компонентов поляризации определяются выражениями

$$P_\pi = \frac{g^2\mu_0^2}{2c^3\beta}\left(1+\frac{\gamma_z^2}{\gamma^2}\cos^2\alpha\right)\int\limits_{n\beta\cos\vartheta<1}\frac{\omega^3}{n^2}(n-\beta\cos\vartheta)^2\,d\omega, \qquad (19)$$

$$P_\sigma = \frac{g^2\mu_0^2}{2c^3\beta}\int\limits_{n\beta\cos\vartheta<1}\frac{\omega^3}{n^2}\left\{\left(1+\frac{\gamma_z^2}{\gamma^2}\cos^2\alpha\right)(\beta-n\cos\vartheta)^2 + \right.$$

$$\left.+\,2n^2\frac{\gamma_z^2}{\gamma^2}\sin^2\alpha\sin^2\vartheta\right\}d\omega, \qquad (20)$$

$$P_\pm = \frac{1}{2}\left\{P_\pi + P_\sigma \mp \frac{2g^2\mu_0^2}{c^3\beta}\,\frac{\gamma_z}{\gamma}\cos\alpha\,\times\right.$$

$$\left.\times\int\limits_{n\beta\cos\vartheta<1}\omega^3[n\beta-(n^2+\beta^2)\cos\vartheta + n\beta\cos^2\vartheta]\,d\omega.\right. \qquad (21)$$

В области аномального эффекта Допплера $\left(\frac{1}{n\beta} < \cos\vartheta \leqslant 1\right)$ излучают нейтроны, поляризованные против поля ($s=-1$, $s'=1$). Мощность излучения можно найти из формул (19—21), в которых пределы интегрирования определяются теперь условием $n\beta\cos\vartheta > 1$, а $\cos\vartheta = \frac{1}{n\beta}\left(1+\frac{\Omega}{\omega}\right)$. В формуле (21), кроме того, надо поменять знаки перед интегралом.

Найдем интенсивность излучения, связанного с переходами без изменения поляризации. Полагая в (12—15) $s'=s$ и интегрируя по углам, получим

$$P_\pi = \frac{g^2\mu_0^2}{2c^3\beta}\gamma_z^2 \sin^2\alpha \int\limits_0^{\omega_{max}} \omega^3 (n-\beta\cos\vartheta)^2 d\omega, \tag{22}$$

$$P_\sigma = \frac{g^2\mu_0^2}{2c^3\beta}\gamma_z^2 \int\limits_0^{\omega_{max}} \omega^3 \left[(n\cos\vartheta-\beta)^2\sin^2\alpha + 2n^2\frac{1}{\gamma^4}\cos^2\alpha\sin^2\vartheta\right] d\omega, \tag{23}$$

$$P_\pm = \frac{1}{2}(P_\pi + P_\sigma), \tag{24}$$

$$\cos\vartheta = \frac{1}{n\beta}.$$

Из (16)—(24) видно, что излучение нейтрона эллиптически поляризовано.

Максимальную частоту излучения ω_{max} найдем, полагая в (11) $\cos\vartheta=1$. Из (11) видно, что ω_{max} зависит от поляризации нейтрона в начальном состоянии.

Заметим, что в случае движения нейтрона в отсутствие поля спиновые состояния определяются спиральностью и, следовательно, соответствующие формулы работы [7] для мощности излучения можно получить из приведенных выше, полагая $\alpha=0$, $\mathscr{H}=0$. Действительно, при $\alpha=0$ в отсутствие магнитного поля оператор μ_H совпадает с оператором спиральности, а квантовые числа s определяют спиральные состояния. Классическое приближение ($s'=s$) для излучения магнитным моментом, полученное Гинзбургом и Франком [5, 6], следует из формул (22)—(24).

В ультрарелятивистском случае ($\beta\to1$) как в области излучения нормальных допплеровских волн

$$P_\pi = \frac{g^2\mu_0^2}{2c^3}\left(1+\frac{\gamma_z^2}{\gamma^2}\cos^2\alpha\right)\int\limits_{n\beta\cos\vartheta<1} \omega^3\left[1-\frac{1}{n^2}\left(1-\frac{\Omega}{w}\right)\right]^2 d\omega,$$

$$P_\sigma = \frac{g^2\mu_0^2}{2c^3}\Omega^2 \int\limits_{n\beta\cos\vartheta<1} \frac{\omega}{n^2}\left\{1+\frac{\gamma_z^2}{\gamma^2}\cos^2\alpha + 2\frac{\gamma_z^2}{\gamma^2}\sin^2\alpha\left[n^2\frac{w^2}{\Omega^2}-\left(\frac{w}{\Omega}-1\right)^2\right]\right\} d\omega$$

$$P_\pm = \frac{1}{2}\left\{P_\pi + P_\sigma \mp \frac{2g^2\mu_0^2\Omega}{c^3}\frac{\gamma_z}{\gamma}\cos\alpha \int\limits_{n\beta\cos\vartheta<1} n\omega^2\left[1-\frac{1}{n^2}\left(1-\frac{\Omega}{\omega}\right)\right] d\omega,\right.$$

так и в области излучения аномальных допплеровских волн излучение остается эллиптически поляризованным.

Излучение без переворота спина в ультрарелятивистском случае становится линейно поляризованным

$$P_\pi = \frac{g^2\mu_0^2}{2c^3}\gamma_z^2 \sin^2\alpha \int\limits_0^{\omega_{max}} n^2\omega^3\left(1-\frac{1}{n^2}\right)^2 d\omega, \tag{22a}$$

$$P_\sigma = 0,\ P_\pm = \frac{1}{2}P_\pi.$$

Вектор электрического поля лежит в плоскости, проходящей через импульсы нейтрона и фотона. Из формулы (22а) следует, что при ультрарелятивистском движении нейтрона вдоль поля ($\alpha=0$) излучение без переворота спина отсутствует.

В заключение авторы выражают признательность участникам семинара А. А. Соколова за обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тернов И. М., Багров В. Г., Хапаев А. М. ЖЭТФ, **48**, 921, 1965.
2. Тернов И. М., Багров В. Г., Кружков Г. М., Хапаев А. М. «Изв. вузов», физика, **4**, 30, 1967.
3. Гинзбург В. Л. «Успехи физических наук», **69**, 537, 1959.
4. Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. М., Физматгиз, 1959, стр. 129.
5. Гинзбург В. Л. ЖЭТФ, **10**, 589, 1940.
6. Франк И. М. «Изв. АН СССР», сер. физич., **6**, 3, 1942.
7. Куканов А. Б. «Оптика и спектроскопия», **10**, вып. 3, 289, 1961.

Поступила в редакцию
24.1 1971 г.

Кафедра
теоретической физики