Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 2 — 1972

УДК 539.12.01

НГУЕН НГОК ЗАО, А. И. НАУМОВ

МАССЫ МЕЗОНОВ В УНИТАРНО-ИНВАРИАНТНОЙ ЧЕТЫРЕХФЕРМИОННОЙ МОДЕЛИ С ИНДЕФИНИТНОЙ МЕТРИКОЙ

В рамках унитарно-инвариантной четырехфермионной полевой модели с индефинитной метрикой вычисляются массы мезонов и их константы связи с кварками. Значения, полученные для масс мезонов, находятся в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными.

В работе [1] одним из авторов была исследована полевая модель с индефинитной метрикой, основывающаяся на нелинейном уравнении типа Гейзенберга—Иваненко [2—3]. Свободная причинная функция в этой модели имеет вид

$$G(p) = -\frac{\hat{p} + im}{p^2 + m^2 - i\varepsilon} + \frac{\hat{p} + im}{p^2 + \mu^2 - i\varepsilon} + \frac{2\mu(\mu - m)(\hat{p} + i\mu)}{(p^2 + \mu^2 - i\varepsilon)^2}. \tag{1}$$

Параметр μ можно определить из условия, чтобы модель содержала в себе обычную квантовую электродинамику, т. е. чтобы амплитуда фермион-фермионного рассеяния имела полюс при нулевом значении квадрата переданного импульса и чтобы вычет в этом полюсе был равен $\alpha = 1/137$. Вычисления, выполненные в работе [4], привели к значению $\mu/m = 1{,}1$. Однако второе требование можно заменить гораздо более слабым условием самосогласованности модели, в результате чего удается вычислить не только отношение μ/m, но и постоянную тонкой структуры, для которой таким способом было получено значение $\alpha = 1/115$[5].

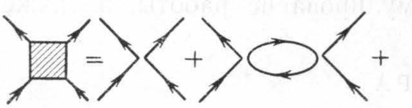

Рис. 1

Целью настоящей работы является расчет спектра масс мезонов и их констант связи с фермионами. Для решения этой задачи вычисляется в определенном приближении амплитуда фермион-фермионного рассеяния, а затем определяется положение ее полюсов и вычеты в них.

Чтобы проиллюстрировать методику расчетов, рассмотрим сначала модель, не включающую внутренних характеристик частиц, таких, как изоспин и гиперзаряд. Вычисляя амплитуду фермион-фермионного рассеяния в векторном варианте нелинейной теории в приближении, соответствующем диаграммам рис. 1, получим [4—5]:

$$A = \frac{\frac{i\lambda}{8\pi^2}\left[\bar{u}(p')\,\gamma_\mu u(p)\right]\left[\bar{u}(q')\,\gamma_\mu u(q)\right]}{1-\frac{\lambda m^2}{4\pi^2}E(f^2)}, \tag{2}$$

где

$$E(f^2) = -\frac{i}{2m^2}\frac{1}{(2\pi)^4}\int Sp\left[\gamma_\mu G(k)\,\gamma_\mu G(f-k)\right]d^4k, \tag{3}$$

а $f \equiv p' - p = q - q'$ — передаваемый импульс. Используя явный вид причиной функции, проводя необходимые интегрирования и полагая $\mu/m = 1{,}1$, будем иметь

$$\begin{aligned} E(z) = &-\frac{0{,}0017}{z^2}+\frac{0{,}056}{z}+2{,}933+2{,}196z+\\ &+\operatorname{arctg}\frac{0{,}21-z}{\alpha}\left\{\alpha\left(-1+\frac{3{,}293}{z}+\frac{0{,}023}{z^2}\right)+\right.\\ &\left.+\frac{0{,}22}{\alpha}\left(-1{,}22+\frac{0{,}299}{z}-\frac{0{,}0093}{z^2}\right)\right\}+\\ &+\operatorname{arctg}\frac{0{,}21+z}{\alpha}\left\{\alpha\left(1-\frac{3{,}433}{z}-\frac{0{,}023}{z^2}\right)-\right.\\ &\left.-\frac{0{,}22}{\alpha}\left(-1{,}22+\frac{0{,}299}{z}-\frac{0{,}0093}{z^2}\right)\right\}, \end{aligned} \tag{4}$$

где

$$\alpha \equiv \sqrt{-z^2+4{,}42z-0{,}044};\quad z \equiv \frac{f^2}{m^2}.$$

Определяя положение полюсов амплитуды (нулей ее знаменателя), получим: $\mu_V^+ = 0{,}976$, $\mu_V^- = 0{,}797$, где массы мезонов выражены в относительных единицах, причем считается, что $m=1$. Индекс V означает, что речь идет о векторных частицах, а знаки плюс и минус отвечают случаям $\lambda > 0$ и $\lambda < 0$ соответственно.

Выделяя из амплитуды полюсные члены со знаменателями типа $f^2 + \mu_i^2$ и сравнивая полученные выражения с обычной формулой для амплитуды фермион-фермионного рассеяния, можно определить константы связи мезонов с фермионами. В рассматриваемом случае квадрат константы связи оказывается отрицательным ($g_V^2 = -0{,}33$) что может быть связано с отрицательностью нормы связанного векторного состояния (см. по этому поводу [2]).

Чтобы получить в векторном варианте нелинейной теории не только векторные, но и другие мезоны, необходимо учесть диаграммы типа изображенных на рис. 2 и 3. Нетрудно показать, что учет диаграмм рис. 2 в векторном варианте теории приводит к тому, что $E(z)$ заменяется на $2E(z)$, откуда следует, что $\mu_V^+ = 0{,}934$, $\mu_V^- = 0{,}846$. Квадраты констант связи по-прежнему остаются отрицательными.

Амплитуда, соответствующая диаграмме рис. 3, в своем первоначальном виде имеет неправильную зависимость от импульсов, которая, однако, устраняется после применения переместительной теоремы Паули—Фирца. В результате амплитуда оказывается представленной в виде линейной комбинации амплитуд, соответствующих рассеянию с обменом скалярными, векторными, псевдоскалярными и псевдовекторными частицами. Уравнения для определения масс этих мезонов приобретают вид

$$1 - \frac{\lambda m^2}{4\pi^2} E_i(z) = 0 \quad (i = V, P, S, A), \tag{5}$$

где функции $E_i(z)$ отличаются от $E(z)$ только множителями, например $E_V = 7/4E$. Из этих уравнений получаются следующие значения для масс мезонов: $\mu_V^+ = 0{,}943$, $\mu_P^+ = 0{,}164$ (решений для μ_S^+ и μ_A^+ не существует) и $\mu_V^- = 0{,}837$, $\mu_P^- = 0{,}49$, $\mu_A^- = 0{,}182$, $\mu_S^- = 0{,}179$.

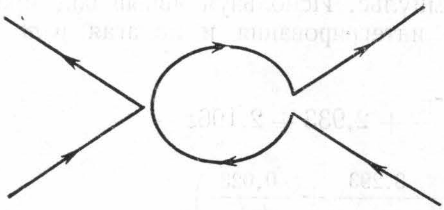

Рис. 2

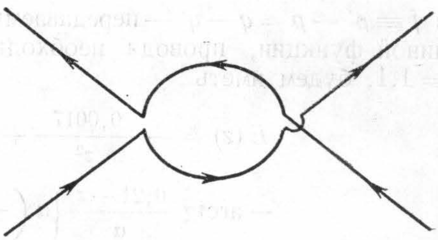

Рис. 3

Для учета изоспиновых свойств частиц будем рассматривать полевой оператор $\psi(x)$ как «вектор» восьмимерного пространства, являющегося тензорным произведением четырехмерного спинорного и двухмерного изоспинорного пространств. В этом случае выражение (3) для отдельных петель, отвечающих обмену изотриплетным, изодублетным и изосинглетным мезонами, следует умножить на $^1/_4$, $^5/_8$ и $^3/_4$ соответственно (см. [2]). Это приводит к следующим результатам (мы рассматриваем лишь случай $\lambda > 0$, когда скалярные и псевдовекторные мезоны, являющиеся нестабильными и довольно экзотическими состояниями, не возникают):

$$\mu_P^{(1)} = 0{,}105, \quad \mu_P^{(1/2)} = 0{,}145, \quad \mu_P^{(0)} = 0{,}968;$$

$$\mu_V^{(1)} = 1{,}07, \quad \mu_V^{(1/2)} = 0{,}968, \quad \mu_V^{(0)} = 0{,}956$$

(верхний индекс указывает изоспин соответствующего мезона). Полученные частицы естественно было бы отождествить с π-, K-, η-, ρ-, K^*- и ω-мезонами, однако вычисленные значения масс слишком сильно отличаются от экспериментальных значений, благодаря чему такое отождествление, а тем самым и изоспинорный вариант нелинейной теории, становится весьма проблематичным.

Перейдем поэтому к унитарно-инвариантной схеме нелинейной теории, рассматривавшейся ранее одним из авторов [6]. Будем считать, что полевой оператор $\psi(x)$ описывается 12-компонентным спинором, а вакуумное состояние вырождено по киральности и по некоторым унитарным квантовым числам (см. [6]). В такой схеме получается следующая система уравнений для определения масс нуклонного кварка (m_n) и λ-кварка (m_λ):

$$\left[\frac{5}{2}a(1) - \frac{7}{4}b(1)\right]\alpha^2 + a(1)\alpha\beta = 1,$$

$$\left[\frac{3}{2}a(1) - \frac{7}{4}b(1)\right]\beta^2 + 2a(1)\alpha\beta = 1, \tag{6}$$

где

$$\alpha \equiv \left(\frac{m_n l}{2\pi}\right)^2; \quad \beta \equiv \left(\frac{m_\lambda l}{2\pi}\right)^2.$$

Величины $a(1)$ и $b(1)$, входящие в эту систему, представляют собой интегралы типа тех, которые выписывались в работе [5] с тем отличием, что дробность зарядов кварков приводит к отношению $\mu/m=$ 1,047, а не 1,1, как это было раньше. Вычисляя указанные интегралы, получим $a(1)=0{,}07$, $b(1)=0{,}077$. Решая теперь систему уравнений (6), будем иметь $\alpha=2{,}7$, $\beta=3{,}72$, откуда

$$\frac{m_\lambda}{m_n} = 1{,}175, \tag{7}$$

т. е. λ-кварк оказывается примерно на 17% тяжелее нуклонного кварка.

Рассмотрим в рамках этой модели массы различных мезонов. Лагранжиан взаимодействия, записанный через полевые операторы кварков, имеет вид

$$L_{int} = \frac{1}{2} g_0 (\bar{\psi}\hat{\gamma}_\mu\psi)(\bar{\psi}\hat{\gamma}_\mu\psi) = \frac{1}{2} g_0 \{(\bar{p}\gamma_\mu p)(\bar{p}\gamma_\mu p) + (\bar{n}\gamma_\mu n)(\bar{n}\gamma_\mu n) +$$

$$+ (\bar{\lambda}\gamma_\mu\lambda)(\bar{\lambda}\gamma_\mu\lambda) + 2(\bar{p}\gamma_\mu p)(\bar{n}\gamma_\mu n) + 2(\bar{p}\gamma_\mu p)(\bar{\lambda}\gamma_\mu\lambda) + 2(\bar{n}\gamma_\mu n)(\bar{\lambda}\gamma_\mu\lambda)\}, \tag{8}$$

где $\hat{\gamma}_\mu = \gamma_\mu \oplus \gamma_\mu \oplus \gamma_\mu$. Спаривания полевых операторов кварков определяются причинной функцией (1) с заменой m на m_n или m_λ.

Учитывая, что в модели кварков

$$\pi^+ = \bar{n}p; \ \pi^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{p}p - \bar{n}n); \ \pi^- = \bar{p}n;$$

$$K^+ = \bar{\lambda}p; \ K^\circ = \bar{\lambda}n;$$

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{6}}(\bar{p}p + \bar{n}n - 2\bar{\lambda}\lambda); \ X^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}(\bar{p}p + \bar{n}n + \bar{\lambda}\lambda)$$

(аналогичные формулы имеют место и для векторных мезонов), и проводя выкладки, подобные тем, которые описаны выше, получим массы мезонов и их константы связи с кварками. Эти результаты приведены в таблице, в которой массы мезонов отнесены к массе π-мезона.

Частица	$(\mu_i)_{\text{эксп}}$	$(\mu_i)_{\text{теор}}$	$g^2_{\text{теор}}$
π	1	1	$7\cdot10^{-2}$
K	3,63	3,2	2,9
η	4	4,15	1,26
ρ	5,6	4,1	10
K^*	6,5	7,1	4
ω_0	5,72	11,6	—0,294
φ_0	7,4	11,8	—0,48
X^0	7	4,15	0,97

Отметим, что массы псевдоскалярных мезонов (K и η) находятся в хорошем согласии с их эмпирическими значениями. Вопрос же с векторными мезонами фактически остается открытым — вычисленные значения масс сильно отличаются от эмпирических, а квадрат константы связи ω- и φ-мезонов с кварками получился даже отрицательным. Возможно, что это связано с существенной нестабильностью векторных частиц и с тем, что спин их достаточно высок, чтобы можно было ограничиваться сравнительно грубым приближением. Кроме того, мы не учитывали ω—φ смешивание, которое может сильно изменить результаты. Отметим, что проблема векторных мезонов не решена и группой Гейзенберга, так как соответствующие им состояния обладают отрицательной нормой [2]. Интересно отметить также, что унитарно-инвариантная схема нелинейной теории приводит к гораздо более удовлетворительным результатам, чем схема, в которой полевой оператор $\psi(x)$ является обычным изоспинором.

Авторы благодарны профессору Д. Д. Иваненко за постоянное внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Наумов А. И. «Ядерная физика», 7, 664, 1968.
2. Гейзенберг В. Введение в единую полевую теорию элементарных частиц. М., «Мир», 1968.
3. Иваненко Д. Д., Бродский А. М. ДАН СССР, 84, 683, 1952.
4. Демидова Н. С., Наумов А. И. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., 11, № 2, 1970.
5. Нгуен Нгок Зао, Наумов А. И. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., 12, № 1, 1972.
6. Наумов А. И. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 2, 1968.

Поступила в редакцию
9.2 1971 г.

Кафедра
химической механики