

Ю. М. АЗЬЯН, О. В. СНИГИРЕВ

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ С ЗАПАЗДЫВАЮЩЕЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ С ДИСПЕРСИЕЙ

В настоящей работе рассматривается процесс установления колебаний в генераторе, состоящем из нелинейного усилителя с обратной связью между выходом и входом в виде N -звеньев согласованной LC -цепи, которая, как известно, вносит фазовый сдвиг, нелинейно зависящий от частоты. Анализ этого процесса осложняется отсутствием регулярных аналитических методов решения уравнения

$$F[u] = \int_0^{\tau} h(\tau - z) u(z) dz + f(\tau), \quad (0 < \tau < \infty), \quad (1)$$

где $u(z)$ — сигнал на выходе усилителя, $\tau = \frac{2}{\sqrt{LC}} t$ — безразмерное «время», $\frac{2}{\sqrt{LC}} = \omega_0$ — частота «среза» LC -цепочки, $f(\tau)$ — начальное возмущение, $h(\tau) = \frac{2NI_{2N}(\tau)}{\tau}$ — отклик LC -цепочки, $I_{2N}(\tau)$ — цилиндрическая функция первого рода.

Использование методов численного решения с помощью ЭЦВМ возможно, но вид ядра интегрального уравнения требует большого расхода машинного времени. Поэтому в настоящей работе ядро уравнения аппроксимируется достаточно простой функцией, что позволяет эффективно использовать ЭЦВМ. В качестве функции отклика используем при расчете

$$h(\tau) = \begin{cases} 2NI_{2N}(\tau)/\tau & \text{при } \tau \leq \tau_n, \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sin(\tau - \tau_0)}{(\tau - \tau_0)^{3/2}} & \text{при } \tau \geq \tau_n, \end{cases}$$

где $\tau_n > \tau_0 \approx 2N - \frac{1}{2}$ — безразмерного времени задержки сигнала на N звеньях LC -цепи.

Выбор аппроксимирующей функции для ядра на основном временном интервале установления $\tau > \tau_n$ обусловлен тем, что частотные характеристики, соответствующие отклику вида $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sin(\tau - \tau_0)}{(\tau - \tau_0)^{3/2}}$, очень близки к тем же характеристикам LC -цепи: амплитудно-частотная характеристика равна единице для всех частот, лежащих в полосе пропускания LC -цепи, а фазо-частотная

$$\tilde{\varphi}(\Omega) = \tau_0 \Omega + \arctg \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - \Omega^2}}{1 + \sqrt{1 - \Omega^2}}}$$

достаточно хорошо совпадает с фазовой характеристикой LC -цепи:

$$\varphi(\Omega) = 2N \arctg \frac{\Omega}{\sqrt{1 - \Omega^2}}, \quad \text{где } \Omega = \frac{\sqrt{LC}}{2} \omega = \frac{\omega}{\omega_0} \quad \text{при } \Omega < \frac{1}{2}.$$

В качестве нелинейной зависимости, выражающей входной сигнал усилителя через выходной, используем

$$F[u] = ku + \beta u^3 \quad (k < 0, \beta < 0).$$

Известно [1], что учет даже одной высшей гармоники основного тона дает качественно верные результаты при расчете стационарных колебаний, поэтому в

первой фазе наших исследований, а также для проверки пригодности аппарата будем искать решение уравнения (1) в виде

$$u(\tau) = a_1(\tau) \cos(\Omega\tau - \varphi_1(\tau)) + a_3(\tau) \cos(3\Omega\tau - \varphi_3(\tau)), \quad (2)$$

где $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$ — безразмерная частота возбуждения, определяемая из (10) [2].

Подставляя (2) в уравнение (1) и приравнявая слева и справа множители при синусах и косинусах одинаковых аргументов, получим систему нелинейных уравнений относительно

$$u_{1,3} = a_{1,3}(\tau) \cos \varphi_{1,3}(\tau) \text{ и } \sigma_{1,3} = a_{1,3}(\tau) \sin \varphi_{1,3}(\tau),$$

решение которой будем искать в виде ступенчатых функций, приближающих непрерывные истинные решения.

Так как на каждом шаге $\Delta\tau$ необходимо вычислять интегралы, содержащие $h(\tau)$, то переход при $\tau > \tau_n$ от трудно вычисляемой $h(\tau) = 2NI_{2N}(\tau)/\tau$ к $h(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sin(\tau - \tau_0)/(\tau - \tau_0)^{3/2}$ существенно сокращает время счета.

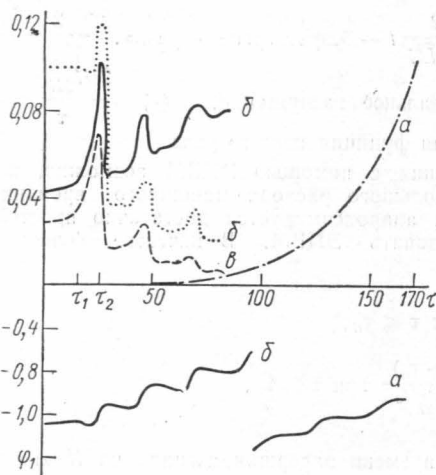


Рис. 1. Расчет процессов установления стационарных колебаний в системе ($N=10$, $\Omega=0,1564$): a — при воздействии шумов, $k=-0,8$; b — при воздействии радиоимпульсом, $k=-0,8$; σ — при воздействии радиоимпульсом, $k=-1,5$

С целью экспериментальной проверки предложенного метода анализа переходных процессов было проведено экспериментальное исследование.

На рис. 2, a изображена осциллограмма мягкого возбуждения колебаний от воздействия шумов. Если начальное воздействие имеет существенную амплитуду, то, как видно из рис. 2, b , сигнал в системе сначала повторяет форму начального воздействия, а затем в системе устанавливаются колебания, определяемые свойствами автоколебательной системы. На рис. 2, σ показана осциллограмма реакции недовозбужденной системы на начальное воздействие. Время, в течении которого система сохраняет информацию о начальном толчке, зависит от величины коэффициента передачи усилителя.

Сравнивая рассчитанные результаты с экспериментальными, можно сказать, что используемый метод анализа качественно верно отражает переходные процессы в автоколебательной системе с запаздывающей обратной связью.

Процесс формирования стационарных колебаний можно рассматривать как комбинацию двух процессов: процесса роста возбужденных колебаний и процесса циркуляции по системе начального воздействия, искажаемого по форме из-за наличия дисперсии в цепи обратной связи. С течением времени импульс начального воз-

На рис. 1, a показаны результаты расчета на ЭЦВМ части переходного процесса при возбуждении системы от воздействия шумов. Из графиков видно, что происходит монотонный рост амплитуды колебаний, а частота колебаний $\Omega - d\varphi_1/d\tau$ приближается к стационарному значению, полученному в [1]. Расчеты переходных процессов при возбуждении системы радиоимпульсом, содержащим колебания частоты Ω и 3Ω и имеющим длительность τ_2 , большую времени запаздывания τ_1 , что приводит к резонансным изменениям a_1 , a_3 , φ_1 , показаны на рис. 1, b . С течением времени выбросы из-за дисперсии в цепи обратной связи теряют свою форму и как бы растворяются в монотонно изменяющихся составляющих a_1 и a_3 . Убывание $a_3(\tau)$ объясняется тем, что в начальном воздействии была задана амплитуда сигнала частоты 3Ω , превышающая стационарное значение a_3 . Хотя фаза колебаний претерпевает резкие изменения, величина $\Omega - d\varphi_3/d\tau$ близка к значению стационарной частоты генерации. Анализируя рис. 1, σ , где приведены расчеты процессов в недовозбужденной системе, можно сказать, что начальное воздействие как бы циркулирует по системе, затухая и претерпевая фазовые преобразования.

действия исказится настолько, что стационарные колебания, установившиеся в системе, не будут нести никакой информации о начальном воздействии на систему.

Анализ рис. 1, *в* и рис. 2, *б* позволяет говорить о некоторой добротности невозбужденной системы на частоте возбуждения.

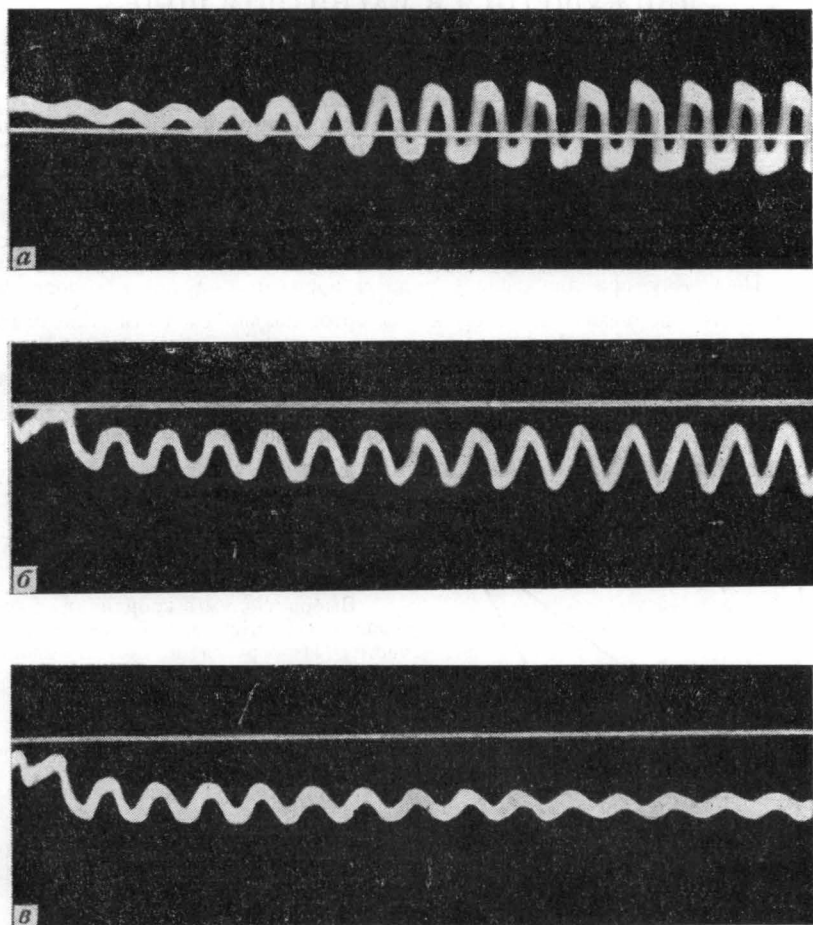


Рис. 2. Осциллограммы переходных процессов: *а* — при мягком возбуждении системы от шумов, *б* — при возбуждении системы импульсом, *в* — в невозбужденной системе

Авторы выражают признательность проф. В. В. Мигулину за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Азьян Ю. М., Снигирев О. В. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астроном., 12, № 1, 1971.
2. Азьян Ю. М., Мигулин В. В. «Радиотехника и электроника», 1, вып. 4, 1956.

Поступила в редакцию
4.6 1971 г.

Кафедра
физики колебаний