ВЕСТНИК
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 3—1972

О. М. ГРАДОВ, Б. М. МАРКЕЕВ

О КВАЗИЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ НИЗКОЧАСТОТНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПЛАЗМЫ, ПОМЕЩЕННОЙ В СЛАБОЕ СВЧ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

Получены квазилинейные уравнения с учетом столкновений для функций распределения заряженных частиц плазмы, помещенной во внешнее однородное слабое СВЧ электрическое поле. На основе этих уравнений сформулирована система квазилинейных уравнений для моментов в условиях, когда распределения частиц близки к максвелловским.

Развитие теории неустойчивости плазмы, находящейся во внешнем однородном сверхвысокочастотном СВЧ электрическом поле, показало [1, 2], что уже для сравнительно малых напряженностей СВЧ-поля, когда его частота ω_0 близка к электронной ленгмюровской частоте ω_{Le}, возникают параметрические неустойчивости, обусловленные осцилляторным движением электронов относительно ионов. На начальной стадии этого процесса, когда интенсивность неустойчивых колебаний мала и можно пренебречь их воздействием на функцию распределения частиц, параметрическая раскачка описывается линейной теорией. Однако рост неравновесного поля в плазме делает существенным такое воздействие, учет которого в пренебрежении нелинейным взаимодействием между модами колебаний составляет содержание квазилинейного приближения.

Уравнения квазилинейной теории для бесстолкновительной плазмы в сильном СВЧ-поле были сформулированы в работе [3]. Поведение плазмы в квазилинейном приближении с учетом столкновений частиц, но без внешнего СВЧ-поля исследовалось в работе [4]. Для упрощения расчетов в этой работе колебания были представлены в виде плоской монохроматической волны, а не в виде ряда или интеграла Фурье, что в итоге позволило рассмотреть лишь стационарные решения системы квазилинейных уравнений.

В настоящем сообщении развивается квазилинейная теория столкновительной плазмы, помещенной в слабое СВЧ-поле. Столкновения учитываются посредством интеграла столкновений Больцмана. Получены как квазилинейные уравнения для функций распределения, так и соответствующая им система уравнений для моментов в условиях, когда функции распределения близки к максвелловским.

В отличие от обычной системы уравнений моментов настоящая система квазилинейных уравнений не требует обрыва при ее решении, так как вследствие усреднения в уравнение для каждого момента не входят моменты высших порядков (см., например, [5]).

Постановка задачи

Рассмотрим пространственно однородную плазму, помещенную в электрическое СВЧ-поле:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \sin \omega_0 t.$$

Будем считать поле слабым. Осцилляция электронов $V_E = eE_0/m_e\omega_0$ мала по сравнению с их тепловой скоростью $V_{T_e} = (T_e/m_e)^{1/2}$, т. е. $V_E \ll V_{T_e}$, а частота ω_0 близка к электронной ленгмюровской частоте $\omega_{L_e} = (4\pi e^2 n_e/m_e)^{1/2}$ и значительно превосходит частоты столкновений заряженных частиц $\nu_{\alpha n}$ $(\alpha = e, i)$.

Пусть в начальный момент плазма была неизотермической с $T_e \gg T_i$, а величина внешнего электрического поля превосходила пороговое значение. Для определенности рассмотрим соотношение для слабоионизованной плазмы

$$\frac{m_i}{m_e}\frac{T_e}{T_i} b^2 \gg \lambda \gg \max\left\{\frac{m_i}{m_e} b^3,\ b\right\}. \tag{1}$$

В такой системе возникает столкновительная нераспадная ионно-звуковая неустойчивость с инкрементом

$$\gamma(x) = \frac{\nu_{in}}{2}\left\{1 - 2\frac{m_e}{m_i}\left(\frac{r_E}{r_{D_e}}\right)^2 \cos^2\theta \frac{x^2(\lambda - x^2)}{[(\lambda - x^2)^2 + b^2]}\right\}, \tag{2}$$

где

$$x_i = (3/2)^{1/2} k_i r_{D_e};\quad \lambda = 1 - \omega_{L_e}/\omega_0;\quad b = \nu_{en}/\omega_0;\quad r_{D_e} = V_{T_e}/\omega_{L_e},$$

$\vec{k}$ — волновой вектор нарастающих колебаний, $\cos\theta = \vec{k}\vec{E}_0/kE_0$.

В условиях (1) максимальным инкрементом обладают колебания, распространяющиеся вдоль внешнего поля, с длиной волны:

$$x^2_{\max} = \lambda - b/\sqrt{3}. \tag{3}$$

Неравенство (1) дает возможность пренебречь процессами обмена энергии между частицами плазмы и джоулевым нагревом электронов СВЧ-полем.

Ионно-звуковая диссипативная неустойчивость (2), обусловленная СВЧ электрическим полем, приводит к турбулизации системы. Задача состоит в исследовании состояния такой системы. В настоящей работе, ограничиваясь рамками квазилинейного приближения, рассматривается динамика развития ионно-звуковой диссипативной неустойчивости и ее влияние на состояние плазмы.

Вывод уравнений квазилинейной теории

Состояние слаботурбулентной плазмы можно рассматривать на основе кинетического уравнения Больцмана, в котором учтены члены второго порядка малости по амплитуде возмущения

$$\left\{\widehat{L}_e f_e + \frac{e}{m_e}\delta\vec{E}\frac{\partial\,\delta f_e}{\partial\vec{v}} - \widehat{S}_{en} f_e\right\} +$$

$$+\left\{\widehat{L}_e \delta f_e + \frac{e}{m_e}\delta\vec{E}\frac{\partial f_e}{\partial\vec{v}} + \widehat{S}_{en}\delta f_e\right\} = 0. \qquad (4)$$

Здесь f_e — функция распределения электронов, δf_e — ее возмущение, $\delta\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi$ — неравновесное потенциальное поле, $\widehat{S}_{en}$ — оператор столкновений электронов с нейтралами, который можно представить в виде

$$\widehat{S}_{en} f_e = \int dv_n\, d\Omega\, W\sigma(W, \vartheta)\{f_e f_n - f_e' f_n'\},$$

где $\vec{W} = \vec{v}_e - \vec{v}_n$ — относительная скорость, $\sigma(W, \vartheta)$ — дифференциальное сечение рассеяния, ϑ — угол рассеяния, и, наконец, $\widehat{L}_e = \partial/\partial t + \vec{v}\,\partial/\partial\vec{r} + e\vec{E}_0 \sin\omega_0 t\, \partial/m_e\partial v$ — полная производная вдоль траектории электрона.

Решая уравнение (4) в линейном приближении и используя уравнение Пуассона, получим дисперсионное соотношение низкочастотных колебаний плазмы во внешнем СВЧ-поле

$$\sum_s \Phi_k^{(s)} J_{s-n}(a) + \frac{\delta\varepsilon_i^{(0)}(\omega_{\vec{k}}, \vec{k})}{1 + \delta\varepsilon_e^{(n)}(\omega_{\vec{k}}, \vec{k})}\Phi_{\vec{k}}^{(0)} J_{-n}(a) = 0, \qquad (5)$$

с помощью которого возмущение функции распределения электронов можно записать в виде

$$\delta f_e = -\sum_{\vec{k},n} \frac{e}{m_e}\Phi_{\vec{k}}^{(0)} J_{-n}(a)\frac{\delta\varepsilon_i^{(0)}(\omega_{\vec{k}}, \vec{k})}{1 + \delta\varepsilon_e^{(n)}(\omega_{\vec{k}}, \vec{k})} \times$$

$$\times \frac{\exp\{i\vec{k}\vec{r}_0 - i(n\omega_0 + \omega_k)\}}{n\omega_0 + \omega_k - \vec{k}\vec{v}_0}\left\{1 + iRe\,\widehat{S}_{en}\frac{1}{n\omega_0 + \omega_{\vec{k}} - \vec{k}\vec{v}_0}\right\}\vec{k}\frac{\partial f_e}{\partial\vec{v}_0}. \qquad (6)$$

Здесь $J_m(a)$ — функция Бесселя от аргумента

$$a = \vec{k}\vec{r}_E = \frac{\vec{k}\vec{v}_E}{\omega_0}; \quad \vec{v}_0 = \vec{v} - \vec{v}_E\cos\omega_0 t; \quad \vec{r}_0 = \vec{r} - \vec{r}_E \sin\omega_0 t;$$

$$\omega_{\vec{k}} = \omega'_{\vec{k}} - i\gamma_{\vec{k}};$$

$\omega'_{\vec{k}}$ и $\gamma_{\vec{k}}$ — частота и инкремент неустойчивых колебаний, $\Phi_{\vec{k}}^{(m)}$ представляет собой член разложения неравновесного потенциала в ряд

$$\Phi = \sum_{\vec{k},m} \Phi_{\vec{k}}^{(m)} \exp\{i[\vec{k}\vec{r} - (m\omega_0 + \omega_{\vec{k}})t]\};$$

а $\delta\varepsilon_\alpha^{(n)}(\omega_{\vec{k}}, \vec{k}) = \delta\varepsilon_\alpha^{(n)}(\omega_{\vec{k}} + n\omega_0, \vec{k})$ — парциальная диэлектрическая проницаемость частиц сорта $\alpha = e, i$.

Представим электронную функцию распределения в виде

$$f_e(\vec{v}_0, t) = \sum_n f_e^{(n)}(\vec{v}_0, t)\exp\{-in\omega_0 t\}, \qquad (7)$$

где характерное время изменений функций $f_e^{(n)}(\vec{v}_0, t)$ значительно больше обратного инкремента нарастания неустойчивости. Ввиду того что в начальный момент в разложении (7) отсутствовали ненулевые гармоники, их можно считать малыми в течение достаточно длительного промежутка времени. Учитывая это, после подстановки (6) в уравнение (4) и усреднения получаем квазилинейное уравнение для n-й гармоники (по частоте внешнего поля) электронной функции распределения

$$\frac{\partial}{\partial t} f_e^{(n)}(\vec{v}_0, t)\, e^{-in\omega_0 t} = -i\left(\frac{e}{m_e}\right)^2 \frac{\partial}{\partial \vec{v}_{0i}} \int d\vec{k} \sum_s \frac{|\delta\varepsilon_i^{(0)}(\omega_{\vec{k}}, \vec{k})|^2}{1+\delta\varepsilon_e^{(s)}(\omega_{\vec{k}}, \vec{k})} \times$$

$$\times \frac{k_i k_j e^{-in\omega_0 t}\, |\Phi_{\vec{k}}^{(0)}(t)|^2 J_{n-s}(a) J_{-s}(a)}{(1+\delta\varepsilon_e^{(n-s)}(\omega_{-\vec{k}}, -\vec{k}))(s\omega_0+\omega_{\vec{k}}-\vec{k}\vec{v}_0)} \times$$

$$\times \left\{1 + i\mathrm{Re}\widehat{S}\frac{1}{s\omega_0+\omega_k-\vec{k}\vec{v}_0}\right\} \frac{\partial}{\partial v_{0j}} f_e^{(n)} + \widehat{S}_{en} f_e^{(n)}\, e^{-in\omega_0 t}. \qquad (8)$$

Уравнение (8) учитывает обратное воздействие неустойчивых низкочастотных колебаний, так как при его выводе существенно использовалось соотношение (5) на электронную функцию распределения. Оно обобщает квазилинейное уравнение, полученное в работе [3] для плазмы, помещенной в сильное СВЧ-поле, на тот случай слабых полей, когда необходимо учитывать столкновения частиц в слабоионизованной плазме.

Квазилинейное уравнение для функций распределения ионов совпадает с соответствующим уравнением для плазмы в отсутствии СВЧ-поля, так как взаимодействием последнего с ионным компонентом можно пренебречь. Более того, для исследования квазилинейного процесса развития неустойчивых ионно-звуковых колебаний в использовании уравнения для ионов нет необходимости, поскольку только параметры электронов определяют пороговую напряженность СВЧ-поля при развитии ионно-звуковой неустойчивости.

В квазилинейном приближении уравнение (8) дополняется уравнением линейной теории для неравновесного потенциала

$$\frac{d}{dt}|\Phi_{\vec{k}}^{(0)}|^2 = -2\gamma_{\vec{k}}|\Phi_{\vec{k}}^{(0)}|^2. \qquad (9)$$

Уравнения (8) и (9) образуют полную систему, решение которой представляет значительные трудности. Поэтому для анализа квазилинейной релаксации ионно-звуковой неустойчивости при решении уравнения (8), подобно, например [4], мы воспользуемся методом моментов. Проинтегрировав (8) по скоростям, получим закон сохранения плотности в квазилинейных процессах.

Взяв первый и второй момент от уравнения (8), находим уравнения для импульса и изменения температуры электронов:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \nu_{en}\right)(n_e u_e)^{(n)} - \frac{e}{m_e} n_e \vec{E}_0 \sin\omega_0 t + i n_e V_{T_e}^2 \sum_s \int d\vec{k} \times$$

$$\times \frac{k^2}{4\pi}\vec{k}\frac{|\Phi_{\vec{k}}^{(0)}|^2}{n_e T_e} J_{n-s}(a) J_{-s}(a) \times$$

$$\times \frac{\delta\varepsilon_e^{(s)}(\omega_{\vec{k}}, \vec{k})\,|\,\delta\varepsilon_i^{(0)}(\omega_{\vec{k}}, \vec{k})\,|^2}{[1+\delta\varepsilon_e^{(s)}(\omega_{\vec{k}}, \vec{k})]\,[1+\delta\varepsilon_e^{(n-s)}(\omega_{-\vec{k}} - \vec{k})} = 0, \tag{10}$$

$$\frac{3}{2}\frac{\partial}{\partial t} n_e T_e + 3\frac{m_e}{m_n}\nu_{en} n_e (T_e - T_n) - \frac{1}{2} m_e \nu_{en} V_E^2 - n_e T_e \sum_s \int d\vec{k}\, \times$$

$$\times \frac{k^2}{4\pi}\frac{|\Phi_{\vec{k}}^{(0)}|^2}{n_e T_e} J_s^2(a) \frac{(s\omega_0 + \omega_{\vec{k}})\,[(s\omega_0 + \omega_{\vec{k}})\,\nu_{en} + ik^2 v_{T_e}^2]}{|\,1+\delta\varepsilon_e^{(s)}(\omega_{\vec{k}}, \vec{k})\,|^2} \times$$

$$\times \frac{|\,\delta\varepsilon_e^{(s)}\,|^2\,|\,\delta\varepsilon_i^{(0)}\,|^2}{\omega_{L_e}^2} = 0. \tag{11}$$

Как известно, метод моментов подразумевает близость функции распределения к максвелловской. В нашем примере это обеспечивается условиями (1). В случае слабоионизованной плазмы во внешнем СВЧ-поле предположение о почти максвелловской функции распределения всегда оправдано, если поле достаточно слабое, т. е. $v_E \ll v_{Te}$, либо когда сечение рассеяния электронов на нейтральных частицах обратно пропорционально скорости. Сходимость разложения, которым аппроксимируется функция распределения, связана с наличием малого параметра ω/kv_{Te}. Кроме того, при выводе уравнений (10—11) существенно использовалась малость столкновительного члена в уравнении (8), который учитывался по теории возмущения. Полученные в этом разделе квазилинейные уравнения столкновительной плазмы в СВЧ-поле в принципе применимы для изучения потенциальных колебаний также в бесстолкновительной и сильноионизованной плазме и в этом смысле носят общий характер. Рассматриваемый ниже пример иллюстрирует одно из таких применений.

Релаксации ионно-звуковой неустойчивости

Перейдем к исследованию динамики развития ионно-звуковых колебаний с инкрементом (2). На начальной стадии, когда неустойчивость развивается по линейному закону, наиболее быстро растут колебания, обладающие максимальным инкрементом. Поэтому по истечении времени, равного нескольким обратным инкрементам, основной вклад в интегральные члены уравнений (10) и (11) даст область волновых векторов, соответствующая максимальному инкременту (3). Это позволяет упростить квазилинейные уравнения путем разложения подынтегральных выражений в окрестности максимума инкремента. В результате уравнение (11) для изменения температуры электронов принимает вид

$$\frac{\partial T_e^*}{\partial \tau} = c(\tau)\exp\{-y(\tau)\}, \tag{12}$$

где

$$\tau = \gamma_E t;\ \ T_e^* = T_e/T_p,$$

$$\gamma_E = (1 + 2\alpha)\,\nu_{in}/2,$$

T_p — температура электронов плазмы, при которой максимальный инкремент нарастания ионно-звуковых колебаний обращается в нуль,

$\alpha=\partial\ln\nu_{en}/\partial\ln T_e$ — число, определяющее зависимость столкновений от температуры:

$$c(\tau)=\sqrt{2\pi}\,\frac{\nu_{en}}{\nu_{in}}\,\frac{x_m^6}{(1+2\alpha)\,r_{D_e}^3}\left(\frac{r_E}{r_{D_e}}\right)^2\frac{|\delta\varepsilon_i^{(0)}|^2\,|\Phi_{k_m}^{(0)}(0)|^2}{|1+\delta\varepsilon_e^{(1)}(\omega_{\vec{k}},\vec{k})|^2\,n_eT_p}\times$$

$$\times\left(\int\limits_0^\tau\frac{16\,b^5dt}{27\sqrt{3}\,\lambda^2\nu_{en}}\right)^{3/2};\quad y(\tau)=2\int\limits_0^\tau\frac{\delta T_e}{T_p}\,d\tau;$$

$$\delta T_e=T_e-T_p.$$

Уравнение (12), полученное в условиях (1), описывает нагрев электронов плазмы полем потенциальных возмущений, возбуждающихся в плазме при развитии ионно-звуковой неустойчивости. При этом существенно, что вследствие резонансной близости внешней частоты к электронной ленгмюровской частоте ω_{Le} из всех гармоник неравновесного поля преобладают первые ($n=\pm1$ в (6)), которые и обеспечивают нагрев плазмы. При выводе уравнения (12) напряженность внешнего СВЧ поля считалась близкой к пороговой так, что надпороговость была слабой, т. е.

$$\frac{\delta T_e}{T_p}\ll1,$$

но достаточно большой, чтобы можно было пренебречь обменом энергией электронов с нейтралами и джоулевыми нагревом внешним полем. Решение уравнения (12) при этом можно записать в виде

$$\int\limits_0^\tau d\tau\,\frac{\delta T_e}{T_p}=\ln\left\{\frac{\sqrt{c(\tau_p)\,T_p}}{|\delta T_{eo}|}\,\mathrm{ch}\left[\frac{|\delta T_{eo}|}{T_p}(\tau-\tau_p)\right]\right\},\qquad(13)$$

где T_{e0} — начальная температура электронов, τ_p — безразмерное время релаксации. При решении (12) коэффициент $c(\tau)$ считался постоянным. Учет зависимости $c(\tau)$ приводит к малой поправке в правой части (13), равной $\ln[c(\tau_p)/c(\tau)]$. Кроме того, уравнение (12), строго говоря, справедливо лишь по прошествии времени, равного нескольким обратным инкрементам от начала развития неустойчивости. На этой стадии приращение температуры электронов незначительно, так как неравновесный потенциал еще мал. Именно это позволило за начальную температуру при решении (7) принять значение T_{e0}.

Характерное время квазилинейной релаксации τ_p определяется из условия обращения в нуль правой части выражения (13) при $\tau\ll\tau_p$. Имеем

$$\tau_p=\frac{T_p}{|\delta T_{eo}|}\ln\frac{2\,|\delta T_{eo}|}{T_p\sqrt{c(\tau_p)}}.$$

Квазилинейным приращением скорости при решении уравнения (12) можно пренебречь, так как за время τ_p оно мало: $\delta v_E/v_E\sim m_e/m_i$ (см. (10)). Дифференцируя (13) по времени, получим явную зависимость температуры электронов от времени в процессе квазилинейной релаксации

$$\frac{\delta T_e}{T_p}=\frac{\delta T_{eo}}{T_p}\,\mathrm{th}\left\{\frac{|\delta T_{eo}|}{T_p}(\tau_p-\tau)\right\},\qquad(14)$$

Соотношению (14) соответствует следующая физическая картина квазилинейной релаксации ионно-звуковой неустойчивости. Энергия ионно-звуковых колебаний, возбуждаемых СВЧ-полем, благодаря столкновениям поглощается электронами плазмы. В результате их температура растет, что приводит к уменьшению инкремента нарастания колебаний. При достижении значения T_p инкремент обращается в нуль, а амплитуда греющих гармоник неравновесного поля достигает максимального значения, по порядку величины равного

$$\int d\vec{k}\,\frac{k^2}{4\pi}\frac{|\Phi^{(1)}_{\vec{k}}(\tau_p)|^2}{n_e T_p}\simeq\frac{1+2\alpha}{2}\,\frac{\nu_{in}}{\nu_{en}}\left(\frac{\delta T_{eo}}{T_p}\right)^2\ll 1.$$

Затем инкремент становится отрицательным, колебания затухают, но заметный нагрев электронов продолжается до тех пор, пока амплитуда ионно-звуковой неустойчивости не упадет до уровня тепловых шумов.

За время, большее времени квазилинейной релаксации, тепловая энергия, приобретенная системой при разогреве неравновесным полем, благодаря обмену энергией между электронами и нейтралами, будет передаваться нейтралам. Передача энергии будет продолжаться до тех пор, пока электроны не остынут до температуры $T_e=T_p$. При дальнейшем понижении температуры в системе вновь возникает ионно-звуковая неустойчивость, которая обусловит новый разогрев электронов с последующей релаксацией неустойчивых колебаний. Однако время последующей релаксации, как нетрудно заметить, возрастет по сравнению с предыдущей. Таким образом этот процесс будет периодически повторяться, пока система асимптотически за время $t > m_e\nu_{en}/m_n$ не достигнет стационарного состояния с температурой $T_e=T_p$ и конечным уровнем шумов

$$\int d\vec{k}\,\frac{k^2}{4\pi}\,\frac{|\Phi^{(0)}_{\vec{k}}|^2}{n_e T_e}=\frac{2}{a^2}\,|\,1+\delta\varepsilon_e^{(1)}(\omega_{\vec{k}},\,\vec{k})|^2\left[3\,\frac{m_e}{m_n}(T_e-T_p)-\frac{1}{2}\,m_e v_E^2\right],$$

где по-прежнему считается, что время джоулевого нагрева превосходит время передачи энергии от электронов нейтралам. Подобные стационарные решения, но в плазме без СВЧ-поля, изучались в работе [4].

Рассмотрим условия, в которых развитая квазилинейная теория справедлива. В исследованном примере квазилинейной релаксации ионно-звуковой неустойчивости ширина интервала волновых векторов может быть оценена по формуле

$$\Delta k = km/\sqrt{\tau}, \tag{15}$$

где безразмерное время τ заключено в интервале $1<\tau<\tau_p$. Из (15) следует, что одно из основных предположений квазилинейной теории о наличии большого числа волн и хаотичности их фаз в изученном случае практически всегда выполняется. Относительно процессов нелинейного взаимодействия волн, конкурирующих с эффектом квазилинейной релаксации, можно утверждать следующее.

В рассмотренном примере нераспадной неустойчивости раскачка колебаний имеет место в области сильной диссипации, где не выполняются законы сохранения энергии в распаде. Это делает невозможным протекание процессов распадного взаимодействия.

Слияние волн также не может конкурировать с процессом квазилинейной релаксации вследствие того, что характерное время этого процесса в нашем случае больше времени нарастания неустойчивости.

Наличие внешнего СВЧ-поля связывает колебания соотношением (15), накладывающим новые ограничения на распадное взаимодействие. Необходимо отметить, что эту параметрическую связь между ионно-звуковой волной и ее сателлитами может нарушить лишь процесс, который достаточно сильно изменяет дисперсионные свойства плазмы в области максимального волнового вектора $\vec{k}_m$. Однако среди распадных процессов его нет.

В приближении соотношения (5) единственным нелинейным процессом, протекающим с участием трех волн, может быть индуцированное рассеяние. Отсутствие разработанной теории рассеяния звуковых колебаний, затухание которых определяется столкновениями, не позволяет провести необходимое сравнение. Тем не менее вероятности процессов индуцированного рассеяния малы, и можно с большим основанием считать, что характерное время этого процесса значительно превышает время квазилинейной релаксации ионно-звуковых колебаний.

Авторы благодарны А. А. Рухадзе за обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Nishikawa K. J. Phys. Soc. Japan, **24**, 916; **24**, 1152, 1968.
2. Маркеев Б. М., ЖТФ, **41**, вып. 2, 256, 1971; ПМТФ, № 5, 12. 1971; Андреев Н. Е., Кирий А. Ю., Силин В. П. ЖЭТФ, **57**, 1152, 1968.
3. Силин В. П. ЖЭТФ, **57**, 183, 1969.
4. Климонтович Ю. Л., Логвинов В. В. «Прикладная механика и техническая физика», № 2, 35, 1967.
5. Simon A. Phys Fluids, **11**, 1181, 1968.

Поступила в редакцию
22.3 1971 г.

Кафедра
электроники