Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 3—1972

УДК 548.0:537

А. А. ВЛАСОВ, В. Н. КУРАЕВ

ТЕОРИЯ КАНАЛИРОВАНИЯ И ЭФФЕКТА ТЕНЕЙ В ТРЕХМЕРНОЙ СТАТИСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ КРИСТАЛЛА

Развита теория явлений анизотропного рассеяния быстрых и тяжелых частиц кристаллами. В основу рассмотрения положена новая модель кристалла и статистическое описание частиц пучка с центром излучения внутри кристалла. Доказывается недостаточность трояко-периодического состояния кристалла для объяснения экспериментальных данных.

§ 1. Постановка проблемы и метод решения

Четко выраженные эффекты каналирования и теневые эффекты, воспроизводящие структуру кристаллов в рассеянии тяжелых заряженных частиц, наблюдаемые экспериментально, могут явиться мощным средством для проверки правильности теоретических воззрений на молекулярный механизм кристаллического состояния. Теоретические работы в этой области [1—4] основываются на классической модели кристалла и локальном способе описания движения частиц через кристаллическую решетку. Однако подобный подход приводит к трудностям. Во-первых, не дается аналитического описания распределения интенсивности рассеянных частиц (производится только оценка порядка характерных углов каналирования). Во-вторых, не охватываются две стороны явления — собственно каналированные и теневые эффекты. И в-третьих, приходится вводить гипотезу о возможности усреднения потенциала, действующего на частицы пучка со стороны атомов цепочки, вдоль которой пролетает частица, что приводит к сильным ограничениям. К тому же требуется, чтобы радиус действия экранированного потенциала был велик по сравнению с радиусом теплового разброса атомов в кристалле. В теории имеется практическая независимость углов каналирования от упругих коэффициентов кристалла.

Введение непрерывного потенциала не только для атомных цепочек, но и для кристаллографических плоскостей до сих пор не поддается строгому теоретическому оправданию. Модель кристалла со свободно перемещающимися атомами [5] характеризуется непрерывностью местоположения атомов в кристалле, вызванной не процессом усреднения, а первичностью понятий статистической нелокальности температурного происхождения. Особо отчетливо эта «непрерывность» проявляется в метастабильных возбужденных состояниях кристалла в виде «решеточно-нитевидных» и «решеточно-пластинчатых» структур; направления «нитей» и «плоскостей» совпадают с направлениями кристаллографических осей и плоскостей, отличающихся максимальной заселенностью атомов. В «нитях» и «плоскостях» атомы расположены с одинаковой вероятностью. Возникает предположение, что экспериментально наблюдаемая непрерывность распределения интенсивности рассеянных частиц в пятнах и особенно вдоль линий на протонограммах обусловлена сплошностью нитевидных и пластинчатых структур. При этом указанные возбуждения должны возникать под влиянием пучка быстрых частиц.

Энергия одной быстрой частицы достаточна для возникновения блока из исследуемых структур в кристалле таких размеров, чтобы играть роль в рассеянии. Полагая высоту блока порядка толщины металлических фольг в эксперименте ($\sim 10^{-4}$ *см*) а ребро основания ($\sim 10^2$) атомных слоев и энергию перехода кристаллической фазы в нитевидную (рассчитанную на один атом) порядка 0,1 *ев*, получаем энергию возбуждения блока ~ 1 *Мев*, совпадающей по порядку величины с энергией частицы в опытах по каналированию.

При теоретическом рассмотрении явлений каналирования и блокировки возникают следующие задачи.

1. Непрерывность вероятности местоположения атомов имеет место уже в решеточно-точечном невозбужденном состоянии кристалла. За счет каких обстоятельств эта непрерывность недостаточна для объяснения явления каналирования и блокировки?

2. Достаточно учитывать лишь механическую картину движения частиц в кристалле или же необходимо рассматривать пучок как статистический коллектив, могущий в известных условиях разогревать сам себя.

В рассматриваемой модели кристалла не требуется условий корреляции отдельных пролетов ввиду исходной непрерывности местоположения атомов в направлении нитевидных и пластинчатых структур, поэтому явления каналирования и блокировок должны существовать и для быстрых нейтронов, отличаясь от подобных явлений для заряженных частиц только численным значением параметров, которые теория должна определить.

Исходная система уравнений опирается на статистическое описание частиц пучка, нелокальную теорию кристалла, интегральное взаимодействие каждой частицы пучка со всеми атомами кристалла одновременно, взаимодействие частиц пучка между собой:

$$\frac{\partial f(\vec{r}, \vec{v}, t)}{\partial t} + \operatorname{div}_{\vec{r}} \vec{v} f + \operatorname{div}_{\vec{v}} \left[-\frac{1}{m} \operatorname{grad}_{\vec{r}} (U_f + e\varphi) \right] f =$$

$$= \Phi(|\vec{v}|) \left(\frac{W_{aa}}{2\pi\theta} \right)^{3/2} e^{-\frac{W_{aa}}{2\theta} r^2}, \tag{1}$$

$$U_f(\vec{r}) = \int K_f(|\vec{r} - \vec{r}'|) \rho(\vec{r}') d\vec{r}', \quad \Delta\varphi = -4\pi e \int\limits_{(\infty)} f d\vec{v},$$

$$\rho(\vec{r}) = C \exp\left(-\frac{U(\vec{r})}{\theta} \right), \quad U(\vec{r}) = C \int K(|\vec{r} - \vec{r}'|) \exp\left[-\frac{U(\vec{r}')}{\theta} \right] d\vec{r}'.$$

Здесь правая часть в первом уравнении учитывает наличие источника частиц, находящегося внутри кристалла. $\Phi(|\vec{v}|)$ — распределение скоростей частиц у источника, $(\theta/W_{aa})^{1/2}$ — дисперсия координат центра источника. В случае рассеяния не заряженных частиц, а нейтронов, система уравнений (1) остается в силе, меняется ядро $K_f(|\vec{r}-\vec{r}'|)$, где вместо электрического заряда e выступает нуклонный заряд g.

Из опыта известно, что интенсивности рассеянных частиц, прошедших через кристаллические области, находятся в прямой пропорциональности к интенсивности источников этих частиц. Уравнения (1) нелинейны в отношении функции распределения, и поэтому указанное свойство может выступить только в известном приближении. Но известно также, что, по крайней мере для легких частиц, эффекты каналирования и блокировки меняются местами при изменении знака заряда частиц в пучке. Эти свойства подсказывают, что решение надо искать в виде ряда по параметру, пропорциональному заряду частиц, полагая $U_f \to \varepsilon U_f$, $e\varphi \to \varepsilon e\varphi$,

$$f = f_0 + \varepsilon f_1 + \varepsilon^2 f_2 + \dots, \quad \varphi = \varepsilon\varphi_1 + \varepsilon^2\varphi_2 + \varepsilon^3\varphi_3 + \dots$$

получаем следующую систему последовательных приближений:

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} + \vec{v}\vec{\nabla}_{\vec{r}} f_0 = \Phi(|\vec{v}|)\left(\frac{W_{aa}}{2\pi\theta}\right)^{3/2} e^{-\frac{W_{aa}}{2\theta}r^2},$$

$$\varepsilon\frac{\partial f_1}{\partial t} + \varepsilon\vec{v}\vec{\nabla}_{\vec{r}} f_1 = \frac{\varepsilon}{m}\vec{\nabla}_{\vec{r}} U_f \vec{\nabla}_{\vec{v}} f_0,$$

$$\varepsilon^2\frac{\partial^2 f_2}{\partial t} + \varepsilon^2\vec{v}\vec{\nabla}_{\vec{r}} f_2 = \frac{\varepsilon^2}{m}\vec{\nabla}_{\vec{r}} U_f \vec{\nabla}_{\vec{v}} f_1 + \frac{\varepsilon^2}{m}\vec{\nabla}_{\vec{r}}\varphi_1\vec{\nabla}_{\vec{v}} f_1,$$

$$\left(\Delta\varphi_1 = -4\pi e\int_{(\infty)} f_0 d\vec{v}\right),$$

. . . .

Вышеупомянутые свойства указывают, что для описания явлений каналирования и теней достаточно ограничиться первым порядком по ε. Высшие приближения учитывают отклонения от свойств аддитивности концентрации рассеянных частиц по отношению к источнику.

Будем отыскивать сначала решение, вызванное малым объемом источника, представляя источник и решение в виде

$$\exp\left[-\frac{W_{aa}}{2\theta}r^2\right] = \int\delta(\vec{r}-\vec{r}_0)\exp\left[-\frac{W_{aa}}{2\theta}r_0^2\right]d\vec{r}_0,$$

$$\rho_f(\vec{r}, t) = \int_{(\infty)} f(\vec{r}, \vec{v}, t)\, d\vec{v} = \int_{(\infty)}\rho_f(\vec{r}, \vec{r}_0, t)\left(\frac{W_{aa}}{2\pi\theta}\right)^{3/2}\exp\left[-\frac{W_{aa}}{2\theta}r_0^2\right]d\vec{r}_0.$$

После получения решения его необходимо усреднить по объему источника. В нулевом и первом приближениях находим, удерживая только главные по величине члены

$$\rho_f(\vec{r}, \vec{r}_0, t) = \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}_0|^2}\int_{\frac{|\vec{r}-\vec{r}_0|}{t}}^{\infty}\xi\Phi(\xi)\,d\xi +$$

$$+\frac{1}{m}\int_{\frac{|\vec{r}-\vec{r}_0|}{t}}^{\infty}\frac{1}{\xi}\Phi(\xi)\,d\xi\int_0^1\Delta U_f\left[(\vec{r}-\vec{r}_0)(1-\eta)+\vec{r}_0\right]\eta(1-\eta)\,d\eta, \qquad (2)$$

$$
\left\{
\begin{aligned}
& U_f(\vec{r}) = \int K_f(|\vec{r}-\vec{r}'|)\,\rho(\vec{r}')\,d\vec{r}', \\
& \rho(\vec{r}) = \Big(\int\limits_{(\Omega)} \rho\, d\vec{r}\Big) \prod_{\alpha=1}^{3} (2\pi\langle x_\alpha^2\rangle)^{-1/2} \exp\Big[-\frac{x_\alpha^2}{2\langle x_\alpha^2\rangle}\Big], \\
& \Omega = a_x \cdot a_y \cdot a_z
\end{aligned}
\right\},
$$

где Δ — оператор Лапласа, причем дифференцирование производится по всему аргументу функции U_f, $\langle x_\alpha^2\rangle^{1/2}$ — радиус теплового разброса атомов в кристалле

$$
\langle x_\alpha^2\rangle = \frac{\theta}{\partial_{x\alpha}^2 \widetilde{K}} \Big[\int\limits_{(\Omega)} \rho\, d\vec{r}\Big]^{-1}.
$$

Заметим, что формула (2) указывает на существование стационарного распределения концентрации в рассеянном пучке при $t \to \infty$.

Второй член в формуле (2) пропорционален не первой, а второй пространственной производной от рассеивающего потенциала $U_f(r)$. В случае монотонного убывания U_f от центра сил, ΔU_f — немонотонная функция этого расстояния и меняет при этом знак. Таким образом, имеется основание ожидать, что формула (2) содержит как эффекты каналирования, так и эффекты затенения, а также непрерывный переход этих эффектов друг в друга.

Благодаря выступающему фактору $(1-\eta)$ как множителю у координат в аргументе функции U_f, изменение концентрации в пучке имеет характерную особенность, а именно: поле рассеянных частиц имеет пространственную структуру, геометрически подобную структуре рассеивающей неоднородности. При этом параметр, определяющий изменение пространственных масштабов, непрерывно изменяется от 0 до 1.

Для заряженных частиц пучка, а также для нейтронов можно пользоваться конкретизацией функции $K_f(|\vec{r}-\vec{r}'|)$ в виде экранированных потенциалов

$$
K_f(|\vec{r}-\vec{r}'|) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{(\vec{r}-\vec{r}')} \exp[-\varkappa|\vec{r}-\vec{r}'|], \quad -\frac{Gg^2}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \exp[-\varkappa_g|\vec{r}-\vec{r}'|],
$$

где Z_1 и Z_2 — порядковые номера заряженных частиц пучка и атомных ядер кристалла, G — коэффициент, зависящий от атомного веса ядер в кристалле

$$
\varkappa^{-1} = a_B \cdot 0{,}8853\,(Z_1^{2/3} + Z_2^{2/3})^{-1/2}, \quad \varkappa_g^{-1} \cong 10^{-13}\ \textit{см}.
$$

§ 2. Пространственная структура в распределении концентрации рассеянных частиц, прошедших через кристалл

Распределение плотности вероятности местоположения центров атомов около узлов кристаллической решетки, если пренебречь анизотропией теплового разброса в узлах, такое:

$$
\rho(\vec{r}) = \Big(\int\limits_{(\Omega)} \rho\, d\vec{r}\Big) \sum_{h,k,l} \Big(\frac{U_{aa}}{2\pi\theta}\Big)^{3/2} \exp\Big\{-\frac{U_{aa}}{2\theta}[(x-ha_x)^2 + (y-ka_y)^2 + (z-la_z)^2]\Big(\int\limits_{(\Omega)} \rho\, d\vec{r}\Big)\Big\}
$$

$$(U_{aa} = \partial^2_{x\alpha}\widetilde{K}).$$

Действующий на частицы пучка потенциал $U_f(\vec{r})$ как функционал плотности $\rho(r)$ воспроизводит периодическую структуру этой плотности.

Предположим, что кристалл вырезан в виде пластины с координатами границ $z=\nu_a a_z$, $z=-\nu_b a_z$, где a_z — ребро элементарной ячейки вдоль того из кристаллографических направлений, роль которого в рассеянии мы хотим исследовать. Представим $U_f(\vec{r})$ и $\rho(\vec{r})$ в виде ряда Фурье по переменным x и y и интеграла Фурье по z:

$$U_f(\vec{r}) = \sum_{n_x, n_y} e^{i\vec{k}_\perp \vec{r}_\perp} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\sum_{n_z=-\nu_b}^{\nu_a} \exp[-ik_z n_z a_z] \right) \rho_{\vec{k}_\perp k_z} \cdot \sigma_{f\vec{k}_\perp k_z} \cdot \exp[ik_z z]\, dk_z, \quad (3)$$

$$\vec{k}_\perp \equiv \left(\frac{2\pi}{a_x} n_x, \frac{2\pi}{a_y} n_y \right); \; n_x, n_y = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

$$\rho_{\vec{k}_\perp k_z} = \left(\int_{(\Omega)} \rho d\vec{r} \right) \frac{1}{2\pi a_x a_y} \exp\left[-\frac{\theta}{2U_{aa}} (k^2_\perp + k^2_z) \left(\int_{(\Omega)} \rho d\vec{r} \right)^{-1} \right],$$

$$\sigma_{f\vec{k}_\perp k_z} = \frac{4\pi Z_1 Z_2 e^2}{(k^2_\perp + k^2_z) + \varkappa^2}, \quad -\frac{4\pi G g^2}{k^2_\perp + k^2_z + \varkappa^2_g},$$

где $\sigma_{f\vec{k}_\perp k_z}$ — Фурье-образ функции $K_f(|\vec{r} - \vec{r}'|)$.

Подставляя (3) в (2) и производя интегрирование, пренебрегая при этом всюду малыми членами $\frac{r^2_\perp}{z^2} \cos^2 \vartheta \ll 1$ (вследствие значительного удаления экрана от рассеивающей фольги) получим для второго члена в (2), отображающего структуру поля рассеянных частиц, следующее основное выражение:

$$\delta\rho_f(\vec{r}_\perp, z, t) = -\left(\int_{(\Omega)} \rho d\vec{r} \right) \frac{4\pi Z_1 Z_2 e^2}{m|z|} \frac{1}{a_x a_y} \int_{\frac{|\vec{r}|}{t}}^{\infty} \frac{1}{\xi} \Phi(\xi)\, d\xi \times$$

$$\times \sum_{n_z=1}^{\nu_a} \left(\frac{n_z a_z}{|z|} \right) \sum_{n_x, n_y=-\infty}^{+\infty} \frac{k^2_\perp}{k^2_\perp + \varkappa^2} \exp\left[-\frac{1}{2} \langle r^2_\perp \rangle k^2_\perp + i\vec{k}_\perp \vec{r}_\perp \frac{n_z a_z}{|z|} \right] \quad (4)$$

$$\left(\langle r^2_\perp \rangle = \frac{\theta}{U_{aa}} \left[\int_{(\Omega)} \rho d\vec{r} \right]^{-1} + \frac{\theta}{W_{aa}} \right).$$

Применяя к (4) формулу суммирования Пуассона и сводя выступающий интеграл к специальной функции, получим окончательную формулу для плотности распределения концентрации в рассеянном пучке:

$$\delta\rho_f(\vec{r}, z, t) = \left(\int_{(\Omega)} \rho d\vec{r} \right) \frac{Z_1 Z_2 e^2}{m|z|} \int_{\frac{|\vec{r}|}{t}}^{\infty} \frac{1}{\xi} \Phi(\xi)\, d\xi \times$$

$$\times \sum_{n_z=1}^{\nu_\alpha} \left(\frac{n_z a_z}{|z|} \right) \sum_{m_x, m_y=-\infty}^{+\infty} S_1(a; X) \varkappa^2, \qquad (5)$$

$$S_1(a; X) = -\left(\frac{1}{a} \exp\left[-\frac{X^2}{4a} \right] - e^a \int_a^\infty \exp\left[-t - \frac{X^2}{4t} \right] \frac{dt}{t} \right)$$

$$\left(X = \left| \vec{r}_\perp - (m_x \vec{a}_x + m_y \vec{a}_y) \frac{|z|}{n_z a_z} \right| \frac{n_z a_z}{|z|} \varkappa, \; a = \frac{1}{2} \langle r_\perp^2 \rangle \varkappa^2 \right).$$

Выступающая специальная функция, выражающаяся через неполную цилиндрическую функцию Макдональда, определяет пространственную структуру рассеянного пучка в плоскости экрана.

Функция $S_1(a; X)$ обладает следующими свойствами:

$$\int_0^\infty S_1(a; X) 2\pi X dX = 0,$$

$$S_1(a; X) \to \begin{cases} -\frac{1}{a^2} \exp\left[-\frac{X^2}{4a} \right], & \text{при } X \to 0, \\ 2e^a K_0(X), & \text{при } X \to \infty, \end{cases}$$

$$S_1(a; X) \to \begin{cases} -2[\delta^*(X) - K_0(X)], \; \left(\int_0^\infty \delta^*(X) X dX = 1 \right), & \text{при } a \to 0 \\ 2\left(\frac{X}{2a} \right)^2 [K_0(X) I_2(X) - K_2(X) I_0(X)] \exp\left[-\frac{X^2}{4a} \right], & \text{при } a \to \infty. \end{cases}$$

При получении асимптотических выражений удобно использовать теорию неполных интегралов Вебера [12].

Общий вид функции $S_1(a; X)$ соответствует «лунке с ореолом», известной из экспериментальных [6—11] картин распределения интенсивности внутри областей каналирования. При малых X функция $S_1(a; X) < 0$, при больших значениях X функция $S_1(a; X) > 0$. Таким образом, имеет место непрерывный переход теневого эффекта в каналирование. Оба эффекта выступают как равноправные.

Таблица значений функции $S_1(a; X)$

X	$S_1(0,1; X)$	$S_1(0,5; X)$	X	$S_1(0,1; X)$	$S_1(0,5; X)$
0	—7,985	—1,077	1	0,905	0,423
0,1	—7,053	—1,040	1,2	0,698	0,503
0,2	—4,766	—0,934	1,4	0,537	0,495
0,3	—2,220	—0,771	1,8	0,322	0,382
0,4	—0,290	—0,571	2	0,252	0,319
0,5	0,773	—0,355	2,2	0,197	0,263
0,6	1,176	—0,142	2,4	0,155	0,215
0,7	1,229	0,051	2,5	0,0001	—
0,8	1,144	0,211	2,8	—	0,139
0,9	1,024	0,336	3	—	0,112
			4	—	0,037

Функция $\sum\limits_{m_x, m_y=-\infty}^{+\infty} S_1(a; X)$ является периодической функцией координат точек на экране $(\vec{r}_\perp)$ с основными периодами

$$d_x = a_x \frac{|z|}{n_z a_z}, \quad d_y = a_y \frac{|z|}{n_z a_z},$$

воспроизводящими периоды кристалла, увеличенными на фактор подобия $\frac{|z|}{n_z a_z} \gg 1$, где номер n_z определяет положение кристаллической плоскости как одной плоской решетки. Каждая подрешетка создает периодическую систему пятен на экране. Радиус пятен на экране определяется формулами:

$$\sigma_{\text{зат}} = \langle r_\perp^2 \rangle^{1/2} \frac{|z|}{n_z a_z}.$$

Радиус пятен приблизительно на порядок меньше периода плоской решетки на экране:

$$\frac{\sigma_{\text{зат}}}{d_x} = \frac{\langle r_\perp^2 \rangle^{1/2}}{a_x} \ll 1. \tag{6}$$

На основании (6) пятна от каждой подрешетки не сливаются. Однако пятна от отдельных подрешеток с различными номерами n_z, накладываясь друг на друга, приводят к слиянию пятен. Координаты слившихся пятен характеризуются одинаковым отношением обертонов m_x и m_y с номером подрешеток n_z. Координаты пятен с наибольшим периодом и с периодом, в s раз меньшим, есть

$$x(\max d_x) = a_x \frac{|z|}{a_z} = 2a_x \frac{|z|}{2a_z} = \ldots = \nu_a a_x \frac{|z|}{\nu_a a_z},$$

$$x\left(\frac{\max d_x}{s}\right) = a_x \frac{|z|}{s a_z} = 2a_x \frac{|z|}{2s a_z} = \ldots = n_s a_x \frac{|z|}{n_s s a_z},$$

$$(\nu_a = n_s s + 0(1, 2, \ldots, s-1)).$$

Относительные интенсивности этих пятен определяются соответствующим членом в (5)

$$s \sum_{1}^{\nu_a/s} n_z. \tag{7}$$

Если расстояние между соседними пятнами от разных подрешеток будет достаточно мало, то пятна будут перекрываться и образовывать сплошные линии. Для этого необходимо:

$$\frac{2\sigma_{\text{зат}}}{\min \Delta x|_s} = \frac{2\langle r_\perp^2 \rangle^{1/2}}{a_x}(s-1) > 1, \tag{8}$$

$$\left(\sigma_{\text{зат}} = \langle r_\perp^2 \rangle^{1/2} \frac{|z|}{s a_z}, \ \min \Delta_x \left(\frac{\max d_x}{s}, \frac{\max d_x}{s-1}\right) = a_x \frac{|z|}{a_z} \frac{1}{s(s-1)}\right).$$

Условие (8) осуществляется для $s \gtrsim 5$.

Перечисленные свойства поля рассеяния, диктуемые формулой (5), приводят к следующим особенностям явления каналирования и явления затенения.

Наличию на экране системы периодически расположенных пятен с минимальной концентрацией частиц, непрерывно переходящей к максимуму концентрации. Максимум концентрации естественно отождествить с каналированием, а минимум концентрации — с явлением блокировки или «тени».

Наличию на экране, кроме изолированных пятен с максимально возможными интенсивностями (малые значения s в формуле (7)), сплошных линий, в сечении которых также происходит чередование теневого эффекта и каналирования. Сплошные линии возникают за счет слияния пятен с достаточно большими значениями s, соответственно условию (8).

Интенсивность сплошных линий, получающихся в результате слияния пятен от разных подрешеток, имеет достаточную величину в сравнении с интенсивностью главных пятен. Для слияния пятен необходимо, на основании (8), чтобы $s \sim 5$. Но на основании (7) эти пятна имеют следующие относительные интенсивности:

$$\frac{J\left(\frac{\max d_x}{s}\right)}{J(\max d_x)} = \frac{\frac{\nu_a}{s}+1}{\nu_a+1} \cong \frac{1}{s} \sim \frac{1}{5}; \quad (\nu_a \gg s),$$

что соответствует экспериментальным данным.

Кроме того, распределение концентрации частиц внутри пятен и линий, отображаемое единой функцией, объединяет явления каналирования и блокировки, которые обычно рассматриваются разрозненно.

Приведенные характерные свойства соответствуют наблюдению, однако развиваемая теория рассеяния в кристалле противоречит опытным данным в следующих отношениях.

Теоретическая величина угловой ширины пятен

$$\psi \cong \frac{\langle \sigma_{\text{зат}} \rangle}{|z|} = \frac{\langle r_\perp^2 \rangle^{1/2}}{a_z} \cdot \frac{2}{\nu_a+1}; \quad (\nu_a \sim 10^4)$$

значительно меньше опытного значения и не зависит от энергии частиц пучка, что также противоречит эксперименту.

Теоретическая ширина пятен увеличивается с ростом температуры

$$\langle r_\perp^2 \rangle = \frac{\theta}{U_{aa}} \left[\int\limits_{(\Omega)} \rho d\vec{r} \right]^{-1} + \frac{\theta}{W_{aa}},$$

данные же опыта указывают на обратную зависимость.

Теоретическая кривая распределения интенсивности внутри пятен и линий всегда симметрична относительно центра пятен или сплошных линий, так как $S_1(a;\ X) = S_1(a;\ |X|)$. На опыте же замечена асимметрия этих кривых.

Выявленные противоречия между опытом и теорией, основанной на трехмерной периодической структуре кристалла, мы постараемся полностью устранить в следующих работах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Erginsoy C. Phys. Rev. Lett., **15**, No. 8, 360, 1965.
2. Lindhard J. Phys. Lett., **12**, 126, 1964.
3. Линдхард Й. «Успехи физических наук», **99**, вып. 2, 249, 1969.
4. Филиппов Г. М. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 6, 75, 1967.
5. Власов А. А. «Теоретическая и математическая физика», **3**, **388**, 1970.

6. Domeij B., Bergstrom J., Davies J., Uhler J. Arkiv. f. Fysik, **24**, 399, 1963.
7. Gemmel D., Holland R. Phys. Rev. Lett., **14**, No. 23, 1965.
8. Томпсон М. «Успехи физических наук», **99**, вып. 2, 297, 1969.
9. Юрасова В. Е., Бржезинский В. А., Иванов Г. М. ЖЭТФ, **47**, вып. 2(8), 473, 1964.
10. Тулинов А. Ф. «Успехи физических наук», **87**, вып. 4, 585, 1965.
11. Ахметова Б. И., Плец Ю. К., Тулинов А. Ф. ЖЭТФ, **56**, вып. 3, 813, 1969.
12. Агрест М. М., Максимов М. З. Теория неполных цилиндрических функций и их приложения. М., Госатомиздат, 1965.

Поступила в редакцию
7.5 1971 г.

Кафедра
теоретической физики