Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 3—1972

УДК 621.371.25

Ю. В. МОРОЗОВ

ПОЛЯРИЗАЦИЯ СРЕДНЕГО ПОЛЯ ВОЛНЫ, ОТРАЖЕННОЙ ОТ ИОНОСФЕРЫ

Показано, что характеристики поляризации среднего поля волны, отраженной от ионосферы, связаны с параметрами рассеивающих неоднородностей. Результаты работы позволяют объяснить некоторые особенности известных экспериментальных данных по поляризации радиоволн.

Введение

Результаты экспериментальных исследований поляризации отраженных от ионосферы сигналов [1—3] обнаруживают существенное расхождение с выводами классической теории предельной поляризации [4], не учитывающей процессов рассеяния волн на неоднородных образованиях в ионосфере. Экспериментальные значения отношения осей поляризационных эллипсов, испытывая флуктуации во времени, существенно отличаются от единицы и не совпадают у обыкновенного и необыкновенного магнитоионного компонента даже в одном и том же сеансе наблюдений, что противоречит теории. Далее, из теории следует, что большие оси этих компонентов должны быть взаимно перпендикулярными в случае отсутствия поглощения в нижней части ионосферы, а именно в области, ответственной за формирование предельной поляризации, и должны быть симметричными относительно биссектрисы северо-восточного координатного угла, если поглощение имеется. Экспериментальные результаты находятся в противоречии и с этим выводом теории.

Таким образом, классическая магнитоионная теория предельной поляризации, справедливая для сред однородных, оказывается неприменимой для описания распространения векторного поля в случайно-неоднородной гиротропной среде, какой является реальная ионосфера.

Изучение поляризации рассеянной на неоднородных образованиях волны следует проводить в двух направлениях: исследование поляризации среднего поля и исследование флуктуаций поляризации отраженной волны.

Настоящая работа посвящена выяснению влияния рассеяния на характеристики поляризации среднего поля.

Известно, что для описания распространения среднего поля в среде с неоднородностями удобно пользоваться понятием тензора эффективной диэлектрической проницаемости, компоненты которого зависят от свойств рассеивающих неоднородностей. Тензор эффективной диэлектрической проницаемости для неоднородной магнитоактивной среды рассчитывался несколькими авторами [5—8]. В то же время вопрос о поляризации среднего поля ставился лишь в работе [5], где окончательного результата не было получено ввиду серьезных математических трудностей, возникающих при достаточно общей постановке такой задачи. Ниже будет получено приближенное решение задачи о поляризации среднего поля в слабонеоднородной и слабогиротропной среде без поглощения методом малых возмущений.

Поляризация среднего поля в неоднородной гиротропной среде

В работе [8] методом возмущений рассчитан тензор эффективной диэлектрической проницаемости для неоднородной среды со слабой гиротропией

$$\varepsilon_{\text{эфф}} = \varepsilon^0 + S, \tag{1}$$

содержащий эрмитову часть ε^0 и неэрмитову S.

Тензор ε^0 есть обычный тензор диэлектрической проницаемости плазмы в магнитном поле [4]. Тензор S обязан своим происхождением рассеянию волны в случайной среде. Компоненты этого тензора для случая однородных и изотропных флуктуаций электронной концентрации даны в [8].

Основное уравнение для поля в среде с неоднородностями диэлектрической проницаемости имеет вид

$$(\nabla \nabla - k_0^2 \varepsilon) \vec{E} = 0, \tag{2}$$

причем

$$\varepsilon = \varepsilon^0 + \varepsilon_1. \tag{3}$$

Отсюда для среднего поля, имеющего вид плоской волны

$$\langle \vec{E} \rangle = \vec{E}_0 e^{i\vec{k}\vec{r}}, \tag{4}$$

можно получить уравнение

$$\vec{k}(\vec{k}\vec{E}_0) - k^2 \vec{E}_0 + k_0^2 \varepsilon_{\text{эфф}} \vec{E}_0 = 0. \tag{5}$$

В силу неэрмитовости тензора S тензор $\varepsilon_{\text{эфф}}$ не может быть приведен к диагональному виду и получение решения уравнения (5) в общем виде представляет сложную математическую задачу. Поэтому для определения характера поляризации среднего поля целесообразно воспользоваться методом возмущений.

Пусть волновой вектор $\vec{k}$ направлен вдоль оси z прямоугольной системы координат и образует угол θ с направлением внешнего магнитного поля $\vec{H}_0$.

Тогда, записывая (5) в компонентах и вводя в рассмотрение величины

$$P = \frac{E_{oy}}{E_{ox}}, \quad P' = \frac{E_{oz}}{E_{ox}}, \quad \alpha = \left(\frac{k}{k_0}\right)^2,$$

$$a_{ij} = \varepsilon_{ij}^{\text{эфф}} = \varepsilon_{ij}^0 + S_{ij},$$

получим систему трех уравнений

$$(a_{11}-\alpha)+(a_{12}\cos\theta+a_{13}\sin\theta)P+(a_{13}\cos\theta-a_{12}\sin\theta)P'=0,$$

$$a_{21}+(a_{22}\cos\theta+a_{23}\sin\theta-\alpha\cos\theta)P+(a_{23}\cos\theta-a_{22}\sin\theta)P'=0,$$

$$a_{31}+(a_{22}\cos\theta+a_{33}\sin\theta-\alpha\sin\theta)P+(a_{33}\cos\theta-a_{32}\sin\theta)P'=0. \qquad (6)$$

Исключая отсюда P', находим два достаточно громоздких уравнения, куда входят интересующий нас фазор P, описывающий поляризацию волны в плоскости, перпендикулярной волновому вектору $\vec{k}$, и квадрат показателя преломления (α).

Полагая

$$\begin{cases} P=P_0+P_1, \\ \alpha=\alpha_0+\alpha_1, \end{cases} \qquad (7)$$

причем

$$|P_1|\ll|P_0|,$$

$$|\alpha_1|\ll\alpha_0,$$

и применяя для решения этих уравнений метод малых возмущений, получим основной и поправочный члены фазора среднего поля:

$$P_0=\pm i-\frac{1}{2}\,\frac{\varepsilon_{12}^0}{\varepsilon_{11}^0}\,\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}, \qquad (8а)$$

$$P_1=\pm\frac{1}{2\cos\theta}\,\frac{1}{\varepsilon_{12}^0}\{\pm[-z_{11}+z_{22}\cos^2\theta+z_{33}\sin^2\theta-(z_{23}+z_{32})\sin\theta\cos\theta]-$$

$$-i[(z_{12}+z_{21})\cos\theta+(z_{13}+z_{31})\sin\theta]\}+V(\varepsilon_{ij}^{\text{эфф}},\theta). \qquad (8б)$$

Здесь [4]

$$\varepsilon_{11}^0=1-X;\quad \varepsilon_{12}^0=-iXY;$$

$$X=\frac{\omega_0^2}{\omega^2};\quad Y=\frac{\omega_{\text{н}}}{\omega};\quad X<1;\quad Y\ll1.$$

Функция $V(\varepsilon_{ij}^{\text{эфф}},\theta)$ имеет довольно сложный вид и выписывать мы ее не будем. Ограничимся лишь замечанием, что эта функция остается конечной при стремлении к нулю электронной концентрации среды, а следовательно, и величины X, тогда как первое слагаемое в (8б) при этом неограниченно возрастает.

Выше указывалось, что в случае распространения волны в однородной среде справедливы результаты магнитоионной теории, согласно которой поляризация выходящей из ионосферы волны определяется характеристиками ее нижнего края, где электронная концентрация $N\approx0$. При использовании тензора эффективной диэлектрической проницаемости среднее поле волны действительно распространяется в «эффективной», но однородной для этого поля среде. Поэтому поляризационные характеристики выходящей из ионосферы волны должны определяться по формулам (8а) и (8б), где значения компонентов $\varepsilon_{\text{эфф}}$ следует вычислять при $N\approx0$. Важно отметить, что в случае изотропной функции корреляции рассеивающих неоднородностей компоненты тензора $\varepsilon_{\text{эфф}}$ оказываются таковы [8], что первый член (8б) обращается в нуль. В этом случае, соответствующем рассеянию волн на сферических неоднородностях, трудно ожидать каких-либо значительных изменений поляризации по сравнению со случаем невозмущенной ионосферы, поскольку остающийся член (8б), связанный с функцией V, обычно весьма мал.

Поэтому интересно рассмотреть поляризацию при рассеянии на анизотропных неоднородностях, когда основную роль играет первое слагаемое (8б).

Рассмотрим корреляционную функцию неоднородностей вида

$$B_\varepsilon(x, y, z) = \langle\varepsilon_1^2\rangle \exp\left\{\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}\right)^{1/2}\right\}. \tag{9}$$

Поскольку для такой функции трудно применить метод [8] определения компонентов $\varepsilon_{\text{эфф}}$, ограничимся рассмотрением лишь малых отклонений от изотропности, положив

$$\begin{aligned} a &= l(1+\alpha), \\ b &= l(1+\beta) \quad \alpha, \beta, \gamma \ll 1, \\ c &= l(1+\gamma), \end{aligned} \tag{10}$$

l — средний размер рассеивающих неоднородностей.

Производя разложение (9) в ряд и ограничиваясь членами первого порядка малости по α, β и γ, получим

$$B_\varepsilon(\vec{r}) = \langle\varepsilon_1^2\rangle \exp\left\{-\frac{r}{l}\right\} \times$$
$$\times\left[1 + \frac{A_1x^2 + A_2y^2 + A_3z^2 + 2A_4xy + 2A_5xz + 2A_6yz}{rl}\right]. \tag{11}$$

Здесь A_1—A_6 — постоянные величины, связанные с поворотом главных осей эллипсоида равных корреляций относительно осей выбранной системы координат:

$$\begin{gathered} A_1 = \alpha t_{11}^2 + \beta t_{21}^2 + \gamma_{31}^2, \quad A_2 = \alpha t_{12}^2 + \beta t_{22}^2 + \gamma t_{32}^2, \\ A_3 = \alpha t_{13}^2 + \beta t_{23}^2 + \gamma t_{33}^2, \\ A_4 = \alpha t_{11}t_{12} + \beta t_{21}t_{22} + \gamma t_{31}t_{32}, \\ A_5 = \alpha t_{11}t_{13} + \beta t_{21}t_{22} + \gamma t_{31}t_{33}, \\ A_6 = \alpha t_{12}t_{13} + \beta t_{22}t_{23} + \gamma\, t_{32}t_{33}, \end{gathered} \tag{12}$$

t_{ij} — направляющие косинусы главных осей.

В этом случае можно воспользоваться методом [8] и определить компоненты тензора $\varepsilon_{\text{эфф}}$, соответствующие рассеянию на анизотропных неоднородностях (см. приложение).

При этом из (8б) получаем

$$P_1 = \frac{1}{\cos\theta}\,\frac{\langle(\Delta X)^2\rangle}{XY}\{\pm(A_4\cos\theta + A_5\sin\theta) - i(A_1 - A_2\cos^2\theta -$$
$$- A_3\sin^2\theta - A_6\sin\theta\cos\theta\}F(kl), \tag{13}$$

где

$$F(kl) = \frac{1}{8(kl)^5}\left\{-3kl - i3(kl)^2 - 8(kl)^3 - i6(kl)^4 +\right.$$
$$\left. + [3 + 12(kl)^2 + 8(kl)^4]\operatorname{arcctg}\frac{1-ikl}{kl}\right\}.$$

Положим

$$A_4 \cos\theta + A_5 \sin\theta = u,$$

$$A_1 - A_2 \cos^2\theta - A_3 \sin^2\theta + A_6 \sin\theta\cos\theta = v,$$

$$\frac{\langle(\Delta x)^2\rangle}{xY\cos\theta} F(kl) = m + in. \quad (14)$$

Тогда используя формулы [9] перехода от фазора к углу поворота и отношению осей эллипса поляризации, получим, что отношения осей обоих магнитоионных компонентов одинаковы:

$$\hbar^{(+)} = \hbar^{(-)} = 1 - [(m^2 + n^2)(u^2 + v^2)]^{1/2}, \quad (15)$$

тогда как для углов справедливы соотношения:

$$\operatorname{tg} 2\chi^{(+)} = \frac{mu + nv}{nu - mv}\left[1 - \frac{1}{2}\,\frac{(m^2+n^2)(n^2+v^2)}{nu - mv}\right],$$

$$\operatorname{tg} 2\chi^{(-)} = \frac{mu - nv}{nu + mv}\left[1 - \frac{1}{2}\,\frac{(m^2+n^2)(n^2+v^2)}{nu + mv}\right]. \quad (16)$$

Обсуждение результатов и численные оценки

Из формул (16) следует, что углы поворота больших осей поляризационных эллипсов обыкновенного и необыкновенного компонентов в общем случае различны, причем эти оси не являются ни взаимно перпендикулярными, ни симметричными относительно какого-либо координатного угла, что представляет собой новый результат по сравнению с выводами известной магнитоионной теории и согласуется с экспериментальными данными [1—3].

Из (14) и (15) видно, что с увеличением рассеяния отношение осей эллипсов поляризации обоих компонентов уменьшается. Рассмотрим численный пример.

Пусть эллипсоид равных корреляций имеет вид эллипсоида вращения вокруг направления внешнего магнитного поля $\vec{H}_0$, как это обычно считается и теоретически вполне объяснимо различием продольных и поперечных коэффициентов диффузии электронов, т. е. пусть $\alpha=\beta=0$, $\gamma=0{,}1$, $t_{11}=t_{22}=t_{33}=1$. Тогда для того чтобы определить поляризацию среднего поля по формулам (15) и (16) для условий г. Москвы ($\theta\approx 22°$) на частоте, например, $f=6$ *мгц*, необходимо знать величину X, соответствующую области формирования предельной поляризации для данной частоты. В работе [11] рассчитывались значения электронных концентраций в предельных областях для различных частот. Пользуясь приведенными там результатами, можно сказать, что выбранной частоте $f=6$ *мгц* при $\theta\approx 22°$ соответствует величина $X\approx 2{,}5\cdot 10^{-6}$. Тогда при $kl=2\pi$ ($l=\lambda$) и дисперсии флуктуаций диэлектрической проницаемости $<(\Delta X)^2>=5\cdot 10^{-5}$, что соответствует вполне допустимой величине вариаций электронной концентрации $<(\Delta N)^2>\approx 1{,}2\cdot 10^7$, получим:

$$P_1 \approx 0{,}13 + i\cdot 0{,}19.$$

Подставляя эти значения в формулы для h и χ, получим

$$h^{(+)} = h^{(-)} \approx 0{,}77,$$

$$\chi^{(+)} \approx 17^0; \quad \chi^{(-)} \approx 73^0.$$

Заключение

В настоящей работе методом возмущений получена связь характеристик поляризации среднего поля отраженных от ионосферы радиоволн с параметрами рассеивающих неоднородностей ее нижнего края, где электронная концентрация близка к нулю. Показано, что при учете процессов рассеяния на анизотропных неоднородностях оба магнитоионные компонента могут иметь эллиптическую поляризацию с отношением осей, существенно отличающимся от единицы, причем большие оси соответствующих эллипсов уже не являются ни взаимно перпендикулярными, ни симметричными относительно биссектрисы северо-восточного координатного угла. Эти результаты согласуются с экспериментальными данными, объяснение которых без учета рассеяния в ионосфере весьма затруднительно.

Ограниченность полученных результатов обусловлена использованием при решении задачи метода малых возмущений. В то же время возможость исследования неоднородных свойств нижних областей ионосферы по экспериментальным характеристикам поляризации среднего поля, методика которых разработана в [10], представляется исключительно интересной. В связи с этим задача уже не приближенного, а возможно более точного решения вопроса о поляризации радиоволн при отражении от неоднородной гиротропной ионосферы приобретает особый интерес.

Автор глубоко благодарен В. Д. Гусеву за постановку и ценные замечания в процессе выполнения работы.

Приложение

Некоторые компоненты тензора s_{ij} при рассеянии волны в слабонеоднородной и слабогиротропной среде на анизотропных неоднородностях электронной концентрации, характеризуемых функцией корреляции (11).

$$s_{11} = \langle(\Delta X)^2\rangle \frac{k_0^2}{l} \left\{-\frac{1}{k}(A_1 + A_2 + A_3) T_1 - (A_2 \sin^2\theta + A_3 \cos^2\theta + A_6 \sin\theta\cos\theta) U_1 + \frac{1}{k^2}(3A_1 + A_2 + A_3) U_2 + \frac{1}{k}(A_2 \sin^2\theta + A_3 \cos^2\theta + A_6 \sin\theta\cos\theta) V_2\right\};$$

$$s_{22} = \langle(\Delta X)^2\rangle \frac{k_0^2}{l} \left\{-\frac{1}{k}(A_1 + A_2 + A_3) T_1 - (A_2 \sin^2\theta + A_3 \cos^2\theta + A_6 \sin\theta\cos\theta) U_1 + \frac{1}{k^2}(A_1 + 3A_3 + A_3) U_2 + \frac{1}{k}(A_1 \sin^2\theta + 6A_2 \sin^2\theta + A_3 + 3A_6 \sin\theta\cos\theta) V_2 + (A_2 \sin^2\theta + A_3 \cos^2\theta \sin^2\theta + A_6 \sin^3\theta\cos\theta) W_2\right\};$$

$$s_{33} = \langle(\Delta X)^2\rangle \frac{k_0^2}{l} \left\{-\frac{1}{k}(A_1 + A_2 + A_3) T_1 - (A_2 \sin^2\theta + \right.$$

$$+ A_3 \cos^2\theta + A_6 \sin\theta\cos\theta) U_1 + \frac{1}{k^2}(A_1 + A_2 + 3A_3) U_2 +$$

$$+ \frac{1}{k}(A_1 \cos^2\theta + A_2 + 6A_3 \cos^2\theta + 3A_6 \sin\theta\cos\theta) V_2 +$$

$$+ (A_2 \sin\theta\cos\theta + A_3 \cos^4\theta + A_6 \sin\theta\cos^3\theta) W_2\Big\};$$

$$s_{12} + s_{21} = \langle(\Delta X)^2\rangle > \frac{k_0^2}{l}\left\{\frac{2}{k^2} A_4 U_2 + \frac{2}{k}(A_4 \sin^2\theta + A_5 \sin\theta\cos\theta) V_2\right\};$$

$$s_{13} + s_{31} = \langle(\Delta X)^2\rangle \frac{k_0^2}{l}\left\{\frac{2}{k^2} A_3 U + \frac{2}{k}(A_4 \sin\theta\cos\theta + A_5 \cos^2\theta) V_2\right\};$$

$$s_{23} + s_{32} = \langle(\Delta X^2)\rangle \frac{k_0^2}{l}\Big\{\frac{2}{k^2} A_6 U_2 + \frac{2}{k}(A_1 \sin\theta\cos\theta + 3A_2 \sin\theta\cos\theta +$$

$$+ 3A_3 \sin\theta\cos\theta) V_2 + \frac{2}{k} A_6 V_2 + 2(A_2 \sin^2\theta + A_3 \cos^2\theta +$$

$$+ A_6 \sin\theta\cos\theta) \sin\theta\cos\theta\, W_2\Big\};$$

$$T_1 = \int_0^\infty e^{-r/l} \frac{G_1(r)}{r} \frac{\vartheta t}{\partial k} dr,$$

$$U_1 = \int_0^\infty e^{-r/l} \frac{G_1(r)}{r} u_1\, dr, \quad U_2 = \int_0^\infty e^{-r/l} \frac{G_2(r)}{r^3} u_1\, dr,$$

$$V_2 = \int_0^\infty e^{-r/l} \frac{G_2(r)}{r^3} v_1\, dr, \quad V_2 = \int_0^\infty e^{-r/l} \frac{G_2(r)}{r^3} w_1\, dr.$$

Вид функций G_1, G_2, U_1, U_1, V_1, f приведен в [8].

ЛИТЕРАТУРА

1. Landmark B. Geofis. Publ., 19, No. 7, 1955.
2. Таран В. И. Диссертация. Харьк. политехн. ин-т, 1961.
3. Березин Ю. В. «Геомагнетизм и аэрономия», 10, № 6, 1970.
4. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М., «Наука», 1967.
5. Бирюлин И. А. Диссертация. МГУ, 1966.
6. Рыжов Ю. А. «Изв. вузов», радиофизика», 9, № 1, 1966.
7. Рыжов Ю. А., Тамойкин В. В. «Изв. вузов», радиофизика, 7, № 4, 1964.
8. Liu C. H. J. Math. Phys., 8, No. 11, 1967.
9. Канарейкин Д. Б., Павлов Н. Ф., Потехин В. А. Поляризация радиолокационных сигналов. М., «Советское радио», 1966.
10. Березин Ю. В., Гусев В. Д., Морозов Ю. В. «Геомагнетизм и аэрономия», 11, № 3, 1971.
11. Bradley P. A. Proc. Inst. Electr. Engrs, 114, No. 12, 1967.

Поступила в редакцию
3.6 1971 г.

Кафедра
волновых процессов