

величинах n_a не происходила инверсия $\Delta\sigma$, а в эффекте поля на образце с тем же исходным состоянием поверхности не удавалось приблизиться к минимуму. Это свидетельствует об очень высокой плотности поверхностных состояний биографического происхождения.

Авторы выражают глубокую благодарность В. Ф. Киселеву за обсуждение результатов этой работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бажанова А. Е., Савельева З. И. «Журн. физ. химии», **43**, 1618, 1969.
2. Звездинский К. В., Зарифьянц Ю. А., Попик Ю. В. Тонкие полупроводниковые пленки. Тезисы докладов совещания. Ужгород, 1966.
3. Киселев В. Ф. Поверхностные явления в полупроводниках и диэлектриках. М., «Наука», 1970.
4. Хоанг А. Т., Зырянов Г. К. Сб. «Вопросы электроники твердого тела», вып. 3. Изд-во ЛГУ, 1970.
5. Нестеренко Б., Пасечник Ю., Снитко О., Фролов О. «Физика твердого тела», **5**, 3199, 1963.
6. Сандомирский В. Б. «Изв. АН СССР», сер. физич., **21**, 2111, 1957.

Поступила в редакцию
10.4 1971 г.

Кафедра общей физики
для химического факультета

УДК 534.121.014.2:533.601.155

В. П. КАНДИДОВ, С. С. ЧЕСНOKОВ

СРАВНЕНИЕ РАСЧЕТА ПО МЕТОДУ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ НА ПРИМЕРЕ ОДНОЙ ЗАДАЧИ ДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ

Метод конечных элементов [1] в настоящее время широко используется для расчета консервативных распределенных систем. В настоящей работе метод применяется к решению неконсервативной задачи упругой устойчивости. Результаты расчета сравниваются с данными, полученными экспериментальной в [2].

В работе [2] методом электромеханического моделирования исследуются колебания прямоугольной консольной пластины под действием трех сосредоточенных сил (рис. 1). В точке a приложена подъемная сила P_a , направленная перпендикулярно плоскости чертежа и пропорциональная углу атаки $\left. \frac{\partial \omega}{\partial y} \right|_s$ в точке s

$$P_a = K \left. \frac{\partial \omega}{\partial y} \right|_s, \quad (1)$$

где $\omega(x, y, t)$ — смещение пластины, перпендикулярное плоскости чертежа.

В точках e и f приложены демпфирующие силы

$$P_e = C \left. \frac{\partial \omega}{\partial t} \right|_e, \quad P_f = C \left. \frac{\partial \omega}{\partial t} \right|_f. \quad (2)$$

В точке d помещена добавочная масса. Устойчивость пластины исследована при двух значениях массы m_1 и m_2 .

Пластина имеет параметры: жесткость $D = 1,6986 \times 10^3$ нм, плотность $\rho = 2,7 \times 10^3$ кг/м³, толщина $h = 0,00635$ м, $L = 0,3937$ м, $B = 0,2540$ м, $H = 0,3048$ м, $A = 0,0762$ м, $\lambda = \beta = 0,01587$ м, $x_{as} = 0,01905$ м, $m_1 = 0,1587$ кг, $m_2 = 0,2268$ кг, коэффициент демпфирования $C = 7,00$ нм/сек.

В [2] приведены критические значения коэффициента K и частоты колебаний пластины $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$, полученные экспериментально.

В настоящей работе устойчивость пластины исследуется методом конечных элементов. Выражения для матриц жесткости элементов взяты из [1]. При получении

матрицы масс каждого элемента предполагается, что ускорение элемента $\frac{\partial^2}{\partial t^2} \omega(x, y, t)$ имеет вид

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \omega(x, y, t) = A_1(t) + A_2(t)x + A_3(t)y + A_4(t)xy.$$

Коэффициенты $A_i(t)$ линейно выражаются через ускорения углов элемента, являющихся узловыми точками. Полученная методом виртуальных перемещений матрица масс однородного элемента со сторонами l и b будет

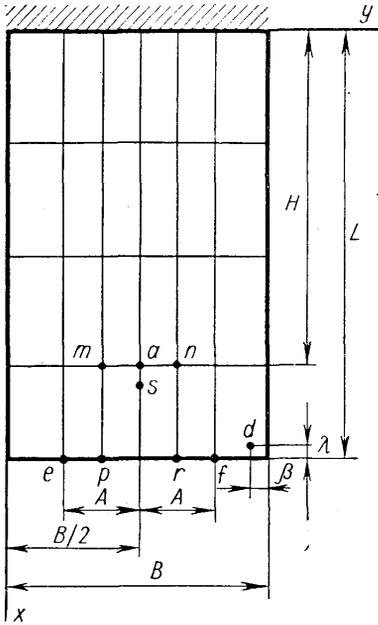


Рис. 1

$$M = \frac{\rho h l b}{36} \begin{vmatrix} 4 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 4 \end{vmatrix}.$$

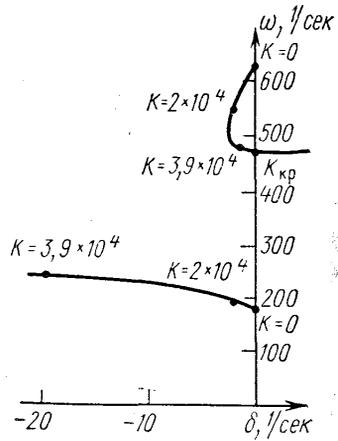


Рис. 2

Если элемент нагружен добавочной массой, то его матрица масс — $M^* = M + M_1$. Выражение для матрицы M_1 зависит от размеров добавочной массы и ее координат. В случае точечной массы m , помещенной в точку с координатами β, λ , матрица M_1 принимает вид

Масса	По методу конечных элементов		По [2]	
	$K \left[\frac{H}{\text{рад}} \right]$	в. гц	$K \left[\frac{H}{\text{рад}} \right]$	в. гц
m_1	$4,161 \times 10^4$	75,7	$4,023 \times 10^4$	75
m_2	$3,412 \times 10^4$	71,1	$2,920 \times 10^4$	73

$$M_1 = m \begin{vmatrix} \left(\frac{\lambda}{l} \right)^2 \left(1 - \frac{\beta}{b} \right)^2 & \left(\frac{\lambda}{l} \right)^2 \frac{\beta}{b} \left(1 - \frac{\beta}{b} \right) \\ \left(\frac{\lambda}{l} \right)^2 \frac{\beta}{b} \left(1 - \frac{\beta}{b} \right) & \left(\frac{\lambda}{l} \right)^2 \left(\frac{\beta}{b} \right)^2 \end{vmatrix}$$

симметрично

$$\begin{array}{l} \left(1 - \frac{\lambda}{l}\right) \frac{\lambda}{l} \left(1 - \frac{\beta}{b}\right)^2 \quad \left(1 - \frac{\lambda}{l}\right) \frac{\lambda}{l} \frac{\beta}{b} \left(1 - \frac{\beta}{b}\right) \\ \frac{\lambda}{l} \frac{\beta}{b} \left(1 - \frac{\lambda}{l}\right) \left(1 - \frac{\beta}{b}\right) \quad \left(1 - \frac{\lambda}{l}\right) \frac{\lambda}{l} \left(\frac{\beta}{b}\right)^2 \\ \times \left(1 - \frac{\lambda}{l}\right)^2 \left(1 - \frac{\beta}{b}\right)^2 \quad \left(1 - \frac{\lambda}{l}\right)^2 \frac{\beta}{b} \left(1 - \frac{\beta}{b}\right) \\ \left(1 - \frac{\lambda}{l}\right)^2 \left(\frac{\beta}{b}\right)^2 \end{array} \left\| \right.$$

Пластина разбивается на 24 элемента, как показано на рис. 1. Демпфирующие силы согласно (2) пропорциональны скоростям точек e и f . Угол атаки в точке s определяется как

$$\frac{\partial \omega}{\partial y} \Big|_s = \frac{1}{y_{mn}} [(x_{mp} - x_{as})(\omega_n - \omega_m) + x_{as}(\omega_r - \omega_p)].$$

Используемая модель пластины имеет 28 степеней свободы. Вычисленные с помощью ЦВМ критические значения коэффициента K и частоты ν приведены в таблице. Там же помещены значения, полученные экспериментально в [2].

Из таблицы видно, что результаты по методу конечных элементов хорошо согласуются с экспериментальными данными. Для массы m_1 коэффициенты K различаются на 3,4%, частоты на 0,9%, для массы m_2 на 17 и 2,6% соответственно.

Метод конечных элементов позволяет изучить поведение корней пластины $\gamma_j = \delta_j + i\omega_j$, при изменении коэффициента K . На рис. 2 изображены корневые портреты первого и второго тонов пластины с массой m_1 . При увеличении K оба корня λ_1 и λ_2 сначала уходят в левую полуплоскость. При некотором K корень второго тона начинает двигаться вправо и при $K = K_{кр}$ переходит в правую полуплоскость. Пластина становится неустойчивой, возможны нарастающие во времени колебания. Аналогичное поведение корней наблюдается при исследовании флаттера крыла самолета.

Приведенный пример показывает, что метод конечных элементов применим для расчета неконсервативных задач упругой устойчивости двумерных систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Zienkiewicz O. C. The finite element method in structural and continuum mechanics Mc Graw — Hill, 1967.
2. Kearns J. P. ISA Transactions, 2, 291—297, 1963.

Поступила в редакцию
22.6 1971 г.

Кафедра
общей физики для мехмата

УДК 538.7

А. Г. КУЛЬКИН, Ю. Г. ПАВЛЕНКО

ДВИЖЕНИЕ И ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В БЫСТРООСЦИЛЛИРУЮЩЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Движение и излучение заряженных частиц в присутствии переменного магнитного поля обладает рядом особенностей, позволяющих использовать их для создания новых типов ускорителей и мазеров.

В работах [1—3] показано, что в магнитном поле, осциллирующем около среднего значения H с частотой $\omega \sim \frac{eH}{mc}$, энергия частицы экспоненциально нарастает независимо от начальных условий. В этом случае при взаимодействии частиц с внешним излучением в определенных условиях индуцированное излучение превалирует над поглощением [4, 5].

В настоящей заметке мы рассмотрим движение заряда в статическом и переменном магнитном полях. Средняя частота изменения поля предполагается значительно большей собственных частот системы в отсутствие переменного поля. В этом случае решение уравнений движения может быть найдено методом усреднения [6—8]. Сле-