$$
\times \left.\begin{matrix}
\left(1-\frac{\lambda}{l}\right)\frac{\lambda}{l}\left(1-\frac{\beta}{b}\right)^2 & \left(1-\frac{\lambda}{l}\right)\frac{\lambda}{l}\,\frac{\beta}{b}\left(1-\frac{\beta}{b}\right) \\
\frac{\lambda}{l}\,\frac{\beta}{b}\left(1-\frac{\lambda}{l}\right)\left(1-\frac{\beta}{b}\right) & \left(1-\frac{\lambda}{l}\right)\frac{\lambda}{l}\left(\frac{\beta}{b}\right)^2 \\
\left(1-\frac{\lambda}{l}\right)^2\left(1-\frac{\beta}{b}\right)^2 & \left(1-\frac{\lambda}{l}\right)^2\frac{\beta}{b}\left(1-\frac{\beta}{b}\right) \\
 & \left(1-\frac{\lambda}{l}\right)^2\left(\frac{\beta}{b}\right)^2
\end{matrix}\right\|
$$

Пластина разбивается на 24 элемента, как показано на рис. 1. Демпфирующие силы согласно (2) пропорциональны скоростям точек e и f. Угол атаки в точке s определяется как

$$\left.\frac{\partial w}{\partial y}\right|_s = \frac{1}{y_{mn}}\left[(x_{mp}-x_{as})(w_n-w_m)+x_{as}(w_r-w_p)\right].$$

Используемая модель пластины имеет 28 степеней свободы. Вычисленные с помощью ЦВМ критические значения коэффициента K и частоты ν приведены в таблице. Там же помещены значения, полученные экспериментально в [2].

Из таблицы видно, что результаты по методу конечных элементов хорошо согласуются с экспериментальными данными. Для массы m_1 коэффициенты K различаются на 3,4%, частоты на 0,9%, для массы m_2 на 17 и 2,6% соответственно.

Метод конечных элементов позволяет изучить поведение корней пластины $\gamma_j=\delta_j+i\omega_j$, при изменении коэффициента K. На рис. 2 изображены корневые портреты первого и второго тонов пластины с массой m_1. При увеличении K оба корня λ_1 и λ_2 сначала уходят в левую полуплоскость. При некотором K корень второго тона начинает двигаться вправо и при $K=K_{кр}$ переходит в правую полуплоскость. Пластина становится неустойчивой, возможны нарастающие во времени колебания. Аналогичное поведение корней наблюдается при исследовании флаттера крыла самолета.

Приведенный пример показывает, что метод конечных элементов применим для расчета неконсервативных задач упругой устойчивости двумерных систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Zienkiewicz O. C. The finite element method in structural and continuum mechanics Mc Graw — Hill, 1967.
2. Kearns J. P. ISA Transactions, 2, 291—297, 1963.

Поступила в редакцию
22.6 1971 г.

Кафедра
общей физики для мехмата

УДК 538.7

А. Г. КУЛЬКИН, Ю. Г. ПАВЛЕНКО

ДВИЖЕНИЕ И ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В БЫСТРООСЦИЛЛИРУЮЩЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Движение и излучение заряженных частиц в присутствии переменного магнитного поля обладает рядом особенностей, позволяющих использовать их для создания новых типов ускорителей и мазеров.

В работах [1—3] показано, что в магнитном поле, осциллирующем около среднего значения H с частотой $\omega\sim\frac{eH}{mc}$, энергия частицы экспоненциально нарастает независимо от начальных условий. В этом случае при взаимодействии частиц с внешним излучением в определенных условиях индуцированное излучение превалирует над поглощением [4, 5].

В настоящей заметке мы рассмотрим движение заряда в статическом и переменном магнитном полях. Средняя частота изменения поля предполагается значительно большей собственных частот системы в отсутствие переменного поля. В этом случае решение уравнений движения может быть найдено методом усреднения [6—8]. Следует отметить, что указанный подход оказался очень полезным для анализа различных физических явлений. В частности, он позволил теоретически предсказать явление самофокусировки [9].

В присутствии быстроосциллирующего поля частица движется по плавной траектории с одновременными малыми колебаниями вокруг нее. Наличие быстропеременного поля, заданного вектор-потенциалом $\vec{A}(\vec{r}, t)$, приводит к тому, что помимо статистического поля, на частицу действует еще и дополнительное поле, потенциал которого $U = \frac{e^2}{2mc^2}\overline{A^2(\vec{r}, t)}$ (черта обозначает усреднение по времени).

Рассмотрим вначале движение заряда в однородном переменном магнитном поле. В реальных условиях такое поле может существовать только в ограниченной области пространства. Индукционное электрическое поле, появляющееся при изменении магнитного, сильно зависит от формы этой области и способа возбуждения магнитного поля. Мы рассмотрим магнитное поле, создаваемое в соленоиде. В этом случае вектор-потенциал (ось z совпадает с направлением магнитного поля) будет:

$$\vec{A} = \frac{1}{2}(-y, x, 0)[H_0 + H_1(t)]. \quad (1)$$

Если средняя частота изменения переменной составляющей магнитного поля $w_{\text{ср}} \gg w_0 = \frac{eH_0}{mc}$, то его влияние эквивалентно действию эффективной потенциальной энергии

$$U(x, y) = \frac{e^2}{8mc^2}(x^2 + y^2)\overline{H_1^2}(t). \quad (2)$$

Решая уравнения движения частицы в постоянном магнитном поле H_0 и поле, определяемом потенциалом (2), найдем закон движения по плавной траектории:

$$x = R_1\cos(\Omega_1 t + \alpha_1) + R_2\cos(\Omega_2 t + \alpha_2),$$
$$y = -R_1\sin(\Omega_1 t + \alpha_1) + R_2\sin(\Omega_2 t + \alpha_2),$$
$$z = \dot{z}_0 t + z_0,$$
$$\Omega_{1,2} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\omega_0^2 + \omega_1^2} \pm \omega_0\right), \quad \omega_1^2 = \overline{\left[\frac{eH_1(t)}{mc}\right]^2}. \quad (3)$$

Постоянные R_1, R_2, α_1, α_2 определятся начальными условиями.

Таким образом, двумерная потенциальная яма (2) фокусирует частицы около оси симметрии соленоида, независимо от знака заряда. Эта особенность может быть использована для удержания плазмы вблизи оси соленоида.

Найдем далее интенсивность спонтанного и индуцированного излучения. Для этой цели воспользуемся результатами работы [10], в которой рассмотрено движение в скрещенных магнитном и электростатическом поле, аналогичном (2).

Интесивность спонтанного излучения в направлении $\vec{n}$, определяемом углами ϑ и φ,

$$dP_{cn} = \frac{e^2}{8\pi c^2}(R_1^2\Omega_1^4 + R_2^2\Omega_2^4)(1 + \cos^2\vartheta)\, dO_{\vec{n}}.$$

Мощность индуцированного излучения оказывается равной

$$dP = -\frac{8\pi^2 e^2 N}{m(\Omega_1 + \Omega_2)}[\Omega_1 u_{\vec{n}}(\Omega_1) + \Omega_2 u_{\vec{n}}(\Omega_2)]\, dO_{\vec{n}}. \quad (4)$$

Здесь N — концентрация электронов, $u_{\vec{n}}(\omega)$ — спектрально-угловая плотность энергии внешнего излучения, падающего на систему электронов в интервале частот $d\omega$ и углов dO в направлении $\vec{n}$. Таким образом, в быстроосциллирующем магнитном поле возможно только вынужденное поглощение на частотах Ω_1 и Ω_2. Заметим, что если $|H_1(t)| \ll H_0$, то частоты Ω_1 и Ω_2 лежат в различных диапазонах $\Big(\Omega_1 \approx \omega_0,$

$\Omega_2 \approx \omega_0 \frac{\omega_1^2}{4\omega_0^2}\Big)$, а частота Ω_2 зависит только от среднеквадратичного значения амплитуды быстропеременной составляющей поля.

Полученные результаты могут быть использованы при исследовании поглощения радиоволн низкой частоты $\sim\Omega_2$, обусловленного пульсациями магнитного поля Земли. Однако выражение (4) справедливо в случае однородного магнитного поля. В общем случае характерные особенности индуцированного поглощения или излучения зависят от пространственной структуры вектор-потенциала переменной составляющей магнитного поля.

Вариации магнитного поля Земли обусловлены многочисленными факторами [11]. Одной из причин изменения магнитного поля может явиться неустойчивость токов, создающих магнитный дипольный момент Земли. Предположим, что магнитный момент осциллирует около среднего значения $\vec{\mu}_0$ по закону $\vec{\mu}(t) = \vec{\mu}_0(1+f(t))$. Если заряженная частица движется в области пространства, в которой циклотронная частота $\frac{eH(\vec{r})}{mc}$ значительно меньше средней частоты $\omega_{\text{ср}}$ изменения магнитного момента, то в системе отсчета, связанной с неподвижными звездами, уравнение движения имеет вид

$$m\ddot{\vec{r}} = -\frac{e}{cr^3}[[\vec{\omega}\,\vec{\mu}_0]\,\vec{r}] + \frac{e^2}{cr^5}[\dot{\vec{r}}\,(3\vec{r}\,(\vec{\mu}_0\vec{r}) - \vec{\mu}_0 r^2)] - \nabla U + \text{прочие силы}, \tag{5}$$

$$U = \frac{e^2\overline{f^2}}{2mc^2r^6}[\vec{\mu}_0\vec{r}]^2. \tag{6}$$

Первый член в правой части (5), обусловленный неколлинеарностью векторов $\vec{\mu}_0$ и $\vec{\omega}$ — угловой скорости вращения Земли, объясняет механизм ускорения в магнитном поле Земли [12]. Второй член — лоренцева сила. Третий появляется вследствие быстропериодических изменений момента. Компоненты этой силы в сферической системе координат (с полярной осью вдоль вектора $\vec{\mu}_0$) имеют вид:

$$F_r = \frac{4k}{r^5}\sin^2\vartheta, \quad F_\vartheta = -\frac{k}{r^5}\sin 2\vartheta, \quad F_\varphi = 0, \quad k = \frac{e^2\mu_0^2}{2mc^2}\overline{f^2}. \tag{7}$$

Здесь ϑ, φ — полярный и азимутальный углы радиус-вектора $\vec{r}$. Из (7) видно, что составляющая F_ϑ обращается в ноль на геомагнитных полюсах и экваторе. В северном геомагнитном полушарии она направлена к северному магнитному полюсу, а в южном — к южному. Существенной особенностью силы (7) является то, что она не зависит от знака заряда частицы. Учет этой силы может оказаться весьма важным при анализе динамики движения частиц в радиационных поясах Земли.

Уравнение (5) позволяет исследовать процессы индуцированного излучения и поглощения в различных областях околоземного пространства. Мы ограничимся обсуждением индуцированных процессов, сопровождающих движение частицы в окрестности точки, находящейся на расстоянии R в направлении оси магнитного диполя. При этом мы считаем, что $\omega_{\text{ср}} \gg \frac{eH(R)}{mc}$, а размеры окрестности значительно меньше R. В этом случае зависимость потенциальной энергии (6) от координат имеет вид, аналогичный (2) с $H_1(t) = \frac{2\mu_0}{R^3}f(t)$. По этой причине в рассматриваемой области должно наблюдаться вынужденное поглощение на частотах:

$$\Omega_{1,2} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\omega_0^2+\omega_1^2} \pm \omega_0\right), \quad \omega_0 = \frac{2e\mu_0}{mcR^3}, \quad \omega_1^2 = \omega_0^2\overline{f^2}.$$

В заключение авторы благодарят участников семинара А. А. Соколова за обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рудаков Л. И., Сагдеев Р. З. Физика плазмы и проблемы управляемых термоядерных реакций АН СССР, 3, 153, 1953.

2. Кулькин А. Г., Лоскутов Ю. М., Павленко Ю. Г. «Изв. вузов», физика № 2, 30, 1972.
3. Соколов А. А., Кулькин А. Г., Павленко Ю. Г. «Атомная энергия», **31**, 292, 1971.
4. Кулькин А. Г., Павленко Ю. Г. «Изв. вузов», радиофизика, **14**, 944, 1971.
5. Кулькин А. Г., Лоскутов Ю. М., Павленко Ю. Г. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., **11**, № 4, 424, 1971.
6. Капица П. Л. ЖЭТФ, **21**, 588, 1951; «Успехи физических наук», **44**, 7, 1951.
7. Boot H. A. H., S. Harvie R. B. R. Nature, **180**, 1187, 1957.
8. Гапонов А. В., Миллер М. А. ЖЭТФ, **34**, 242, 1958.
9. Аскарьян Г. А. ЖЭТФ, **42**, 1567, 1962.
10. Павленко Ю. Г., Гальцов Д. В. «Изв. вузов», радиофизика, **9**, 1232, 1966.
11. Яновский Б. М. Земной магнетизм, т. 1. Изд-во ЛГУ, 1964.
12. Терлецкий Я. П. ЖЭТФ, **16**, 403, 1946; «Успехи физических наук», **44**, 46, 1951.

Поступила в редакцию
7.5 1971 г.

Кафедра
теоретической физики

УДК 539.172.13

АМАЗУ Б. ТЕКУ

СЕЧЕНИЯ ПОГЛОЩЕНИЯ АНТИДЕЙТРОНОВ ЯДРАМИ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

Недавно были непосредственно измерены [1] сечения поглощения антидейтронов с импульсом $P_L = 13{,}3$ *Гэв/с* ядрами Li, C^{12}, Al^{27}, Cu^{64}, Pb^{208}. В этой же работе представлены и результаты измерения сечения поглощения антидейтронов с импульсом $P_L = 25$ *Гэв/с* этими же ядрами. Согласно этой работы результаты измерения в первом случае при импульсе (13,3 *Гэв/с*) гораздо точнее, чем во втором (при импульсе 25 *Гэв/с*), так как в последнем случае постановка опыта не позволила отличить антипротоны, освободившиеся в результате реакции стриппинга, от упруго рассеянных или непровзаимодействовавших антидейтронов [2]. Поэтому для того, чтобы получить при импульсе $P_L = 25$ *Гэв/с* значение сечения поглощения

$$\sigma_{abs} = \sigma_T - \sigma_{el} \tag{1}$$

(σ_T — полное сечение, σ_{el} — сечение упругого рассеяния), к полученному на эксперименте значению σ_a' сечения поглощения было прибавлено значение сечения антипротонного стриппинга $\sigma_{str\bar{p}}$, оцененного экспериментальным путем.

Расчет сечений поглощения антидейтронов указанными ядрами производится при помощи метода приближенного расчета сечения столкновения ядер с ядрами в рамках теории Глаубера. Результаты сопоставляются с экспериментальными данными.

Пусть многочастичное распределение плотности ядра массового числа A представляется в виде произведения одночастичных плотностей:

$$|\Psi_0(x_1, \ldots, x_A)|^2 = \prod_{j=1}^{A} \rho(x_j), \tag{2}$$

где $\Psi_0(x_1, \ldots, x_A)$ — волновая функция основного состояния ядра A. Если пренебречь процессами виртуальных возбуждений антидейтрона, сопровождающих его многократное столкновение как целого с разными нуклонами ядра A [4], то при $A \gg 2$ формулу (1) можно записать так:

$$\sigma_{abs} = \int d^2b \left\{1 - e^{-2Re\gamma(b)}\right\}, \tag{3}$$

где

$$\gamma(b) = \frac{1}{2\pi ik} \int e^{-i\delta b} S_A(\delta) F_{\bar{d}}(\delta)\, d^2\delta, \tag{4}$$

$S_A(\delta)$ — формфактор ядра A, $F_{\bar{d}}(\delta)$ представляет амплитуду упругого столкновения антидейтрона с нуклоном ядра, k — волновой вектор падающего антидейтрона.