

УДК 621.372.4

Д. Г. АФОНИН, В. И. КИТОРОВ

О НАХОЖДЕНИИ АМПЛИТУДЫ ПОЛЯ В ОТКРЫТЫХ РЕЗОНАТОРАХ

Получены простые соотношения, позволяющие находить экспериментальным путем и рассчитывать напряженность поля в открытом резонаторе по амплитуде поля в волноводе при различных размерах отверстий связи и других параметрах резонатора. Проведено сравнение теоретических и экспериментальных результатов.

Для ряда применений открытых резонаторов при возбуждении их внешними источниками (диагностика вещества, использование в качестве систем взаимодействия в электронных приборах) необходимо знать напряженность поля резонансного колебания, условия оптимальной связи с подводящими трактами (когда амплитуда поля в резонаторе максимальна). Непосредственное экспериментальное измерение полей в резонаторах весьма затруднительно [1, 2]. Поэтому представляет интерес найти аналитическое выражение для отношения между амплитудами электрических компонентов высокочастотного поля в открытом резонаторе и подводящем тракте, удобное для расчета и содержащее величины, легко определяемые экспериментальным путем. В настоящей работе эта задача решена в общем виде. Нами рассмотрен случай, когда открытый резонатор состоит из сферического и плоского зеркал, а связь с внешними трактами осуществляется через отверстия круглой формы диаметром много меньше длины волны, расположенные в центре зеркал; произведен также расчет и сравнение с экспериментальными результатами. При этом предполагалось, что резонатор возбуждается через отверстие в сферическом зеркале волной H_{10} , распространяющейся в прямоугольном волноводе.

Согласно [3] максимальное значение амплитуды электромагнитного поля в открытом резонаторе можно представить в следующем виде:

$$|E_p|^2 = \frac{4|C|^2 Q_n}{(\pi q)^2} \quad (1)$$

где q — продольный индекс резонансного колебания, равный числу полуволн, укладывающихся между зеркалами.

Напряженная добротность открытого резонатора равна

$$Q_n = \frac{2\pi q}{\eta_{\text{диф}} + \eta_{\text{ом}} + \eta_{\text{св1}} + \eta_{\text{св2}} + \eta_{\text{рас1}} + \eta_{\text{рас2}}} \quad (2)$$

В знаменателе этого выражения стоят коэффициенты, определяющие как «собственные» потери в открытых резонаторах (дифракционные $\eta_{\text{диф}}$ и омические $\eta_{\text{ом}}$), так и потери из-за наличия связи с трактами $\eta_{\text{св1}}$, $\eta_{\text{св2}}$ и рассеяния поля в свободное пространство элементами связи $\eta_{\text{рас1}}$, $\eta_{\text{рас2}}$. Расчет этих коэффициентов дан в работах [3—7]. Величина $|C|$ при совпадении поляризации колебаний в тракте и резонаторе определяется через мощность в подводящем волноводе $P_{\text{в}}$ следующим образом:

$$|C|^2 = \frac{\eta_{\text{св1}} P_{\text{в}}}{V \frac{\epsilon_0}{\mu_0} \int_S |E_{mn}|^2 dS}, \quad (3)$$

Здесь интегрирование ведется по поперечному сечению резонатора, ϵ_0 , μ_0 — соответственно диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума, E_{mn} — поперечная составляющая распределения электрического поля в резонаторе, m , n — поперечные индексы резонансного колебания, $\eta_{\text{св1}}$ — коэффициент, определяющий связь резонатора с возбуждающим волноводом.

Мощность в подводящем волноводе связана с максимальной амплитудой электрического компонента электромагнитного поля в волноводе обычным образом [8]; для волны H_{10} это:

$$P_{\text{в}} = \frac{ab\beta}{4\omega\mu_0} |E_{\text{в}}|^2, \quad (4)$$

где ω — круговая частота высокочастотного поля; $a \times b$ — поперечное сечение волновода, β — постоянная распространения волны в волноводе. Используя (1), (4) и (3), находим искомое соотношение

$$g = \left| \frac{E_{\text{р}}}{E_{\text{в}}} \right|^2 = \frac{\eta_{\text{св1}} Q_H^2 ab\beta}{k(\pi q)^2 \int_S |E_{mn}|^2 dS}, \quad (5)$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, λ — длина волны в свободном пространстве.

Формулы (2), (5) могут быть использованы для расчета амплитуды поля $|E_{\text{р}}|$ в резонаторе при различных параметрах резонатора и получения необходимых значений коэффициента g .

Дальнейшее рассмотрение проведем для случая, когда открытый резонатор состоит из сферического и плоского зеркал, связь с внешними трактами осуществляется через отверстия круглой формы диаметром, много меньшим длины волны, расположенные в центре зеркал, и возбуждение резонатора происходит через сферическое зеркало.

Расчет поверхностного интеграла в выражении (18) проведем, воспользовавшись результатами, полученными Л. А. Вайнштейном [7]. Искомый интеграл для основного колебания ($m=0$, $n=0$) представляется в следующем виде (§ 23 работы [7]):

$$\int_S |E_{mn}|^2 dS = \frac{d^2}{2} \int_0^{\bar{\rho}} \int_0^{2\pi} e^{-\gamma \rho^2} \sin 2\rho d\rho d\varphi, \quad (6)$$

где $d = \sqrt{L(R-L)}$, $\gamma = kd$, R — радиус кривизны сферического зеркала, L — расстояние между центрами зеркал.

Здесь используются, как и в [7], сфероидальные координаты ρ, φ, ζ , которые связаны с цилиндрическими координатами r, φ, z соотношениями

$$r = d \operatorname{ch} \zeta \sin \rho, \quad z = d \operatorname{sh} \zeta \cos \rho. \quad (7)$$

Отражающие поверхности зеркал при этом задаются формулами

$$\begin{aligned} 0 \leq \rho \leq \bar{\rho} \\ 0 \leq \varphi \leq 2\pi \end{aligned} \quad \zeta = \begin{cases} 0 & \text{— на плоском зеркале,} \\ \bar{\zeta} & \text{— на сферическом зеркале.} \end{cases} \quad (8)$$

После ряда преобразований интеграл принимает простой вид

$$\int_S |E_{mn}|^2 dS = \frac{\pi d^2 \alpha^2 (1 + e^{-\alpha^2})}{2} \left[1 - e^{-\left(\frac{\bar{\rho}}{\alpha}\right)^2} \frac{\sin 2\bar{\rho}}{2\bar{\rho}} \right], \quad (9)$$

где

$$\alpha^2 = \frac{1}{\gamma}.$$

При условии

$$e^{-\left(\frac{\bar{\rho}}{\alpha}\right)^2} \ll 1, \quad (10)$$

которое можно записать в более удобном виде

$$\sqrt{\frac{L}{R}} \gg \frac{1}{2\pi N} \quad (11)$$

(где $N = \frac{D^2}{L\lambda}$ — параметр Френеля, $2D$ — диаметр апертуры зеркал), выражение (9) принимает простой вид

$$\int_S |E_{mn}|^2 dS = \frac{\pi d^2 \alpha^2 (1 + e^{-\alpha^2})}{2}. \quad (12)$$

Это соотношение использовалось при расчетах коэффициента g .

В соответствии с результатами работы [9] можно получить выражение для g в другой форме:

$$g = \frac{\eta_{св1} Q_H^2 ab\beta}{2k^2 \pi q \int_V |E_{mnq}|^2 dV}. \quad (13)$$

Интегрирование производится по объему резонатора [7]. Для оценки верности допущений, принятых при упрощении поверхностного интеграла, и сравнения результатов работ [3, 9] соотношение (13) рассчитывалось на ЭВМ. Сравнение численных результатов, полученных при помощи соотношений (5) и (13), показало, что они совпадают с точностью до 3%. При этом очевидно, что по формулам (2), (5) и (12) расчет более прост и может осуществляться без использования ЭВМ.

Некоторые параметры, входящие в выражение (5), могут быть определены экспериментальными методами. Так, нагруженная добротность измеряется непосредственно, а коэффициент связи $\eta_{св1}$ может быть выражен через коэффициент передачи $\eta_{пер}$, также измеряемый экспериментально. В соответствии с работой [3]:

$$\eta_{\text{пер}} = \frac{\eta_{\text{св1}} \eta_{\text{св2}} Q_H^2}{(\pi q)^2}, \quad (14)$$

где $\eta_{\text{св2}}$ — коэффициент связи резонатора с выходным волноводным трактом.

Соотношение между коэффициентами связи может быть записано в следующем виде [3]:

$$\eta_{\text{св2}} = \eta_{\text{св1}} \frac{R}{R-L}, \quad (15)$$

а коэффициент связи с входным трактом:

$$\eta_{\text{св1}} = \frac{128}{9} \frac{k^2 \beta_0^6}{\pi a b R} \left(\frac{R}{L} - 1 \right)^{1/2}, \quad (16)$$

где r_0 — радиус отверстия связи.

Выражение (14) с учетом (15) трансформируется следующим образом:

$$\eta_{\text{св1}} = \sqrt{\eta_{\text{пер}}} \frac{\pi q}{Q_H} \sqrt{\frac{R-L}{R}}. \quad (17)$$

Формулу для расчета амплитуды поля в резонаторе (5) с учетом (17) можно переписать в виде

$$g = \left| \frac{E_p}{E_b} \right|^2 = \frac{V \eta_{\text{пер}} Q_H a b \beta}{k \pi q \int_S |E_{mn}|^2 dS} \sqrt{\frac{R-L}{R}}, \quad (18)$$

где поверхностный интеграл для основного колебания выражается в форме (12).

Выражения (18) и (12) использовались для экспериментального нахождения величины g при различных отверстиях связи и различных расстояниях между зеркалами, для чего измерялись величины Q_H и $\eta_{\text{пер}}$. По соотношениям (2), (5), (12) и (16) вычислялись теоретические значения g . Формулы (14) и (17) применялись также для экспериментального определения коэффициента связи.

Напряженная добротность Q_H измерялась по методике, описанной ранее [10, 11]. Коэффициент передачи через резонатор $\eta_{\text{пер}}$ измерялся в режиме непрерывных колебаний генератора путем замены резонатора калиброванным аттенуатором и измерения величины затухания вносимого резонатором, настроенным в резонанс. Изменение связи резонатора с подводными трактами осуществлялось путем помещения в центре зеркал диафрагм с круглыми отверстиями связи различных диаметров.

На рисунке представлены результаты экспериментального измерения коэффициента g при различных диаметрах отверстия связи в сферическом зеркале. При этом расстояние между зеркалами и диаметр отверстия связи в плоском зеркале были неизменными. При $\frac{2r_0}{\lambda} = 0,35$ коэффициент g достигает максимального значения и $|E_p| \approx 0,95 |E_b|$.

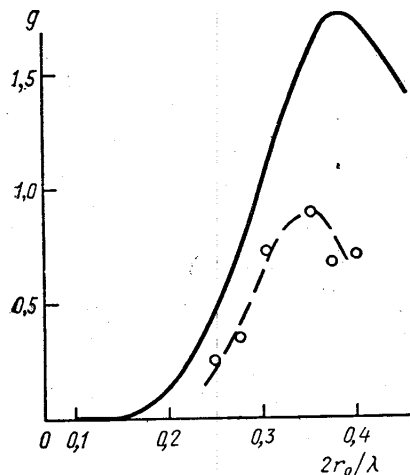
Исследование соотношения (5) на экстремум как функции отверстия связи на входном зеркале показало, что с ростом r_0 (от нулевого значения) при фиксированной выходной связи напряженность поля в резонаторе увеличивается и достигает максимума при такой связи, когда добротность уменьшается вдвое. Таким образом, соотношение

(5) можно использовать для определения условий оптимальной связи открытого резонатора с внешними трактами и нахождения максимальной возможной величины амплитуды поля $|E_B|$.

При других типах связи, когда коэффициенты потерь $\eta_{св1}$ и $\eta_{рас1}$ будут иметь различную функциональную зависимость от размеров отверстий связи, соотношение между добротностями для оптимальной связи будет иным.

Сплошной линией на рисунке показана теоретическая кривая, рассчитанная для собственной добротности $Q_0 = 7,2 \cdot 10^3$. Это значение Q_0 получено из результатов эксперимента. Невысокое значение собственной добротности связано со значительным увеличением омических и дифракционных потерь из-за несовпадения поверхностей сменных диафрагм с поверхностями зеркал и нарушения электрического контакта в месте соединения.

Ошибка в определении нагруженной добротности Q_H , коэффициента передачи $\eta_{пер}$ и в расчете коэффициента g по данным эксперимента в соответствии с формулами (12) и (18) связана как с неточностями при измерении этих величин, так и с трудно учитываемыми погрешностями, зависящими от точности совпадения поверхностей диафрагм и зеркал и от точности сохранения условий согласования с трактами при замене открытого резонатора калиброванным аттенуатором.



Зависимость коэффициента g от отверстия связи в сферическом зеркале; отверстие связи в плоском зеркале $2r_0/\lambda = 0,25$

Как видно из рисунка, экспериментальная и теоретическая зависимости имеют качественное соответствие. Совпадение экспериментальных данных с теорией ухудшается с ростом диаметра отверстия связи, когда перестают выполняться допущения, принятые в теории о малости отверстий связи по сравнению с длиной волны, и коэффициент связи фактически растет (произведение $\sqrt{\eta_{пер}} \cdot Q_H$ уменьшается) быстрее, чем это предсказывает теория. Полученное совпадение является вполне удовлетворительным.

Формулы (2), (5), (12), (16), (18) использовались нами также для получения зависимостей g и от других параметров резонаторов.

Расчеты показали, что зависимость g от длины резонатора L является монотонно убывающей и аналогична поведению прошедшей через резонатор мощности (см., например, [2]), а амплитуда поля в открытом резонаторе с одинаковыми отверстиями связи на зеркалах при собственных добротностях $Q_0 = 10^5$ и $Q_0 = 10^6$ и максимальных значениях g превосходит амплитуду поля в волноводе в 3,6 и в 15 раз соответственно. При достижении максимальной возможной амплитуды поля в резонаторе сам резонатор оказывается несогласованным с подводящим волноводом и часть мощности от него отражается. Зависимость КПД возбуждения [9] от размеров волновода дает возможность увеличения напряженности поля в резонаторе за счет изменения размеров волновода, но при фиксированной напряженности поля $|E_B|$ это

увеличение $|E_p|$ объясняется фостом подводимой к резонатору мощности. Поэтому с практической точки зрения для исследования возможности достижения максимально допустимой амплитуды поля в резонаторе имеет смысл рассматривать изменение отношения $\frac{|E_p|^2}{P_B}$ при фиксированном значении P_B .

Для рассматриваемого конкретного случая связи это отношение достигает максимума, когда широкая стенка волновода $a = \frac{\lambda}{\sqrt{2}}$ и монотонно увеличивается при уменьшении размера узкой стенки волновода.

В заключение авторы выражают благодарность Ю. А. Пирогову, М. Н. Девяткову и Ю. В. Горохову за ценные советы и замечания, сделанные в ходе работы и при просмотре рукописи, а также С. И. Рышкову и А. Н. Сацдалову за помощь в проведении эксперимента и расчетов на ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Капица С. П., Ципенюк Ю. М. Сб. «Электроника больших мощностей», №2, стр. 133, 1963.
2. Богомолов Г. Д. Сб. «Электроника больших мощностей», № 3, стр. 154, 1964.
3. Казанцев Ю. Н. «Изв. вузов», радиофизика, 10, № 4, 518, 1967.
4. Fox A. G., Li T. J. Bell System Techn., 40, No. 2, 453, 1961.
5. Boyd G. D., Gordon T. P. J. Bell System Techn., 40, No. 2, 489, 1961.
6. Li T. J. Bell System Techn., 44, No. 5, 917, 1967.
7. Вайнштейн Л. А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. М., «Советское радио», 1966.
8. Ширман Я. Д. Радиоволноводы и объемные резонаторы. М., Связьиздат, 1959.
9. Косарев Е. Л., Ципенюк Ю. М. Сб. «Электроника больших мощностей», № 5, стр. 105, 1967.
10. Афонин Д. Г., Девятков М. Н., Пирогов Ю. А. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 1, 40, 1968.
11. Афонин Д. Г. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 5, 127, 1969.

Поступила в редакцию
22.6 1971 г.

Кафедра
радиотехники