

Анализ устойчивости решений уравнения (1) показывает, что устойчивы те решения, которым на рис. 2, 3 соответствуют участки кривых с положительной крутизной. Участки кривых с отрицательным наклоном неустойчивы. Вследствие этого при тех значениях параметров, которые соответствуют кривым на рис. 2, 3 система имеет соответственно два и три устойчивых состояния. Третье устойчивое состояние (на рис. 3 $\epsilon_0/\epsilon_{0\text{пор}}=1,06$; $\xi_0=0,015$) является состоянием отсутствия возбуждения.

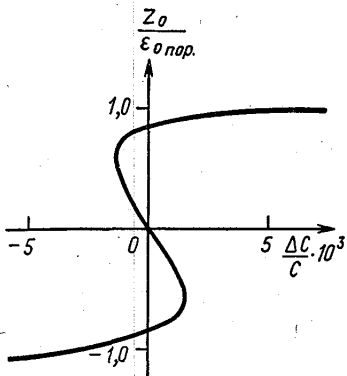


Рис. 2

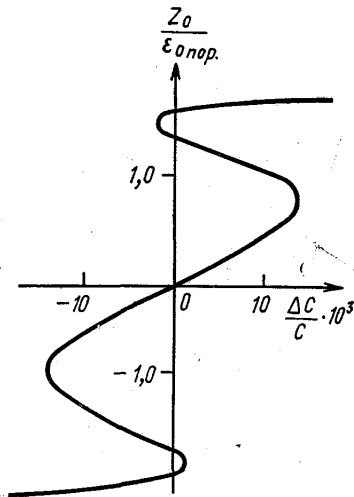


Рис. 3

Для экспериментального исследования процессов в схеме, показанной на рис. 1, напряжение с выхода параметрона подводилось на фазовый детектор, с выхода которого сигнал поступал на осциллограф. Управление работой параметрона и развертка осциллографа осуществлялись переменным напряжением с частотой 50 гц. На экране осциллографа наблюдались кривые, которые в зависимости от величины расстройки и амплитуды напряжения накачки соответствовали работе параметрона с двумя или тремя устойчивыми состояниями. Вид кривых полностью соответствовал рисункам 2, 3.

Поступила в редакцию
15.9. 1971 г.

Кафедра
физики колебаний

УДК 621.391.822.3:539.293.011

В. В. ПОТЕМКИН, К. И. РОЗЕНТУР СПЕКТР ФЛУКТУАЦИЙ ПРОВОДИМОСТИ В ГЕРМАНИИ И КРЕМНИИ

Известно [1], что у полупроводников типа Ge и Si энергетический спектр зоны проводимости содержит ряд эквивалентных эллипсоидов, симметрично расположенных в зоне Бриллюэна. В работе [2] было показано, что временная функция корреляции для флуктуаций числа носителей в эллипсоиде, связанных с межэллипсоидными переходами, удовлетворяет интегродифференциальному уравнению немарковского типа [3]:

$$\frac{df(t)}{dt} = - \int_0^t K(t-t') f(t') dt', \quad (1)$$

где $f(t)$ — временная функция корреляции, $K(t-t')$ — положительно определенное ядро.

В дебаевском приближении при не слишком малых температурах:

$$K(t-t') = \sum_{\vec{k}, \vec{k}'} \frac{2g^2 k_0 T}{\hbar^3 V c^2} \{ \cos(\omega_{\vec{k}\vec{k}'} - \omega_q)(t-t') + \cos(\omega_{\vec{k}\vec{k}'} + \omega_q)(t-t') \} (\varphi_{\vec{k}} + \varphi_{\vec{k}'}). \quad (2)$$

Здесь $\Phi_{\vec{k}}$, $\Phi_{\vec{k}'}$ — не зависящие от времени равновесные функции распределения по состояниям соответственно в i -м и j -м эллипсоидах: $-\omega_{kk'} = \frac{E_{\vec{k}} - E_{\vec{k}'}}{\hbar}$ ($E_{\vec{k}}$ — собственное значение энергии электрона в состоянии с волновым вектором \vec{K}), $-\omega_q = C|\vec{q}|$ — частота акустического фонона с волновым вектором \vec{q} (C — скорость звука), $-V$ — нормировочный объем, $-g = E_c \left(\frac{\hbar V_0}{2M} \right)^{1/2}$, E_c — постоянная потенциала деформации, а M и V_0 — масса и объем элементарной кристаллической ячейки.

В работе [2] рассматривался случай упругого взаимодействия электрона с акустическим фононом ($E_{\vec{k}} = E_{\vec{k}'}$). При этом характерное время изменения ядра $K(\tau)$:

$$t_0 \sim \frac{1}{\omega_q} \sim 10^{-13} \text{ сек}$$

и для $t \gg t_0$ получался спектр флуктуации типа

$$S(\omega) \sim \frac{2f(0)}{\pi} \frac{\beta}{\beta^2 + \omega^2}. \quad (3)$$

Однако при $E_{\vec{k}} \neq E_{\vec{k}'}$ (учитываются неупругие взаимодействия) время t_0 может существенно превышать 10^{-13} сек. Поэтому следует ожидать, что по крайней мере на частотах наблюдения $\omega \ll \omega_{kk'} \pm \omega_q$, спектральная плотность флуктуаций будет отличаться от (3).

Действительно, вводя преобразования Лапласа:

$$f(p) = \int_0^{\infty} t^{-pt} f(t) dt; \quad K(p) = \int_0^{\infty} t^{-pt} K(t) dt, \quad (4)$$

из уравнения (1) получим

$$f(p) = \frac{f(0)}{p + K(p)}, \quad (5)$$

где $p = \sigma + i\omega$ — обычный лапласов параметр, $\sigma, \omega > 0$,

$$K(p) = \sum_{\vec{k}, \vec{k}'} \frac{2g^2 k_0 T}{\hbar^3 V c^2} p \left\{ \frac{1}{(\omega_{kk'} - \omega_q)^2 + p^2} + \frac{1}{(\omega_{kk'} + \omega_q)^2 + p^2} \right\} (\Phi_{\vec{k}} + \Phi_{\vec{k}'}) = \\ = \sum_{\vec{k}, \vec{k}'} \gamma p I(p) = \gamma p [I_1(\sigma, \omega) - iI_2(\sigma, \omega)]; \quad \gamma = \frac{2g^2 k_0 T}{\hbar^3 V c^2}. \quad (6)$$

Используя теорему Винера-Хинчина с учетом (5) и (6), для спектральной плотности легко получим [4]

$$S(\omega) = \lim_{\sigma \rightarrow +0} \left\{ \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} f(\sigma + i\omega) + \frac{1}{\pi^2} \oint_{-\infty}^{\infty} \frac{y dy}{\omega^2 - y^2} \operatorname{Im} f(\sigma + iy) \right\}. \quad (7)$$

Раскрывая выражение в фигурных скобках (7) и вычисляя предел, находим

$$S(\omega) = \frac{f(0) \gamma A(\omega)}{\omega \{ \gamma^2 A^2(\omega) + [1 + \gamma B(\omega)]^2 \}} - \\ - \frac{f(0)}{\pi^2} \oint_{-\infty}^{\infty} \frac{dy}{\omega^2 - y^2} \frac{1 + \gamma B(y)}{\{ \gamma^2 A^2(y) + [1 + \gamma B(y)]^2 \}^{\frac{1}{2}}}. \quad (8)$$

Здесь

$$A(\omega) = \sum_{\vec{k}, \vec{k}'} (\Phi_{\vec{k}} + \Phi_{\vec{k}'}) \{ \delta [(\omega_{kk'} - \omega_q)^2 - \omega^2] + \delta [(\omega_{kk'} + \omega_q)^2 - \omega^2] \},$$

$$B(\omega) = -\frac{1}{\omega^2} + \sum_{\vec{k}, \vec{k}'} (\varphi_{\vec{k}} + \varphi_{\vec{k}'}) \left\{ \frac{1}{(\omega_{kk'} - \omega_q)^2 - \omega^2} + \frac{1}{(\omega_{kk'} + \omega_q)^2 - \omega^2} \right\}. \quad (9)$$

Суммирование в (9) ведется по всем состояниям \vec{k} и \vec{k}' соответственно в i -м и j -м эллипсоидах. Для частот наблюдения, удовлетворяющих условию: $\omega \ll \omega_{kk'} \pm \omega_q$, выражение (8) упрощается и для спектральной плотности флуктуаций получаем

$$S(\omega) \sim \frac{f_0}{\pi} \cdot \frac{1}{\omega} \frac{\gamma \sum_{\vec{k}, \vec{k}'} (\varphi_{\vec{k}} + \varphi_{\vec{k}'}) \times}{\left\{ \gamma \sum_{\vec{k}, \vec{k}'} (\varphi_{\vec{k}} + \varphi_{\vec{k}'}) [\delta(\alpha^2) + \delta(\beta^2)] \right\}^2 + \times [\delta(\alpha^2) + \delta(\beta^2)]} + \left\{ 1 - \frac{\gamma}{\omega^2} + \gamma \sum_{\vec{k}, \vec{k}'} (\varphi_{\vec{k}} + \varphi_{\vec{k}'}) \left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} \right) \right\}^2, \quad (10)$$

$$\alpha = \omega_{kk'} - \omega_q; \quad \beta = \omega_{kk'} + \omega_q$$

Множители, включающие суммирование по \vec{k} и \vec{k}' , как и следовало ожидать, определяются положением и взаимной ориентацией эллипсоидов в пространстве волновых векторов.

Таким образом, флуктуации числа носителей в произвольном эллипсоиде за счет межэллипсоидных переходов с учетом неупругих взаимодействий с акустическими фонами дают спектр типа $\frac{1}{\omega}$ наблюдающийся на опыте. Легко видеть, что этот спектр флуктуаций, как это следует из формулы (10), при частоте наблюдения ω , стремящейся к нулю, обращается в нуль. Причем низкочастотная граница зависимости $\frac{1}{\omega}$, определяется условием

$$\omega^2 \geq \frac{1}{1 + \gamma \sum_{\vec{k}, \vec{k}'} (\varphi_{\vec{k}} + \varphi_{\vec{k}'}) \left[\frac{1}{(\omega_{kk'} - \omega_q)^2} + \frac{1}{(\omega_{kk'} + \omega_q)^2} \right]}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Киттель Ч. Квантовая теория твердых тел. М., «Наука», 1967, стр. 310.
2. Потемкин В. В., Розентур К. И. «Физика твердого тела», 13, 989, 1971.
3. Бонч-Бруевич В. Л. «Физика твердого тела», 7, 2147, 1965.
4. Свешников А. Г., Тихонов А. Н. Теория функций комплексной переменной. М., «Наука», 1967.

Поступила в редакцию
9.10 1971 г.

Кафедра
физики колебаний

УДК 530.12:

И. П. БАЗАРОВ, Э. В. ГЕВОРКЯН О РЕЛЯТИВИСТСКОМ ПРЕОБРАЗОВАНИИ ТЕПЛОТЫ И ТЕМПЕРАТУРЫ

Как известно, термодинамические величины и уравнения классической термодинамики установлены для тел в «собственной» системе отсчетов, в которой они покоятся. Релятивистское обобщение термодинамики было впервые проведено Планком [1] в 1907 г. При этом он исходил из предположения, что уравнения первого и второго начал сохраняют свой вид во всех инерциальных системах отсчета и установив инва-