$$B(\omega) = -\frac{1}{\omega^2} + \sum_{\vec{k}\,\vec{k'}} (\varphi_{\vec{k}} + \varphi_{\vec{k'}}) \left\{ \frac{1}{(\omega_{kk'} - \omega_q)^2 - \omega^2} + \frac{1}{(\omega_{kk'} + \omega_q)^2 - \omega^2} \right\}. \quad (9)$$

Суммирование в (9) ведется по всем состояниям $\vec{k}$ и $\vec{k'}$ соответственно в i-м и j-м эллипсоидах. Для частот наблюдения, удовлетворяющих условию: $\omega \ll \omega_{kk'} \pm \omega_q$, выражение (8) упрощается и для спектральной плотности флуктуаций получаем

$$S(\omega) \sim \frac{f_0}{\pi} \cdot \frac{1}{\omega} \frac{\gamma \sum\limits_{\vec{k}\,\vec{k'}} (\varphi_{\vec{k}} + \varphi_{\vec{k'}}) \times [\delta(\alpha^2) + \delta(\beta^2)]}{\left\{\gamma \sum\limits_{\vec{k}\,\vec{k'}} (\varphi_{\vec{k}} + \varphi_{\vec{k'}}) [\delta(\alpha^2) + \delta(\beta^2)]\right\}^2 + \left\{1 - \frac{\gamma}{\omega^2} + \gamma \sum\limits_{\vec{k},\vec{k'}} (\varphi_{\vec{k}} + \varphi_{\vec{k'}}) \left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2}\right)\right\}^2}, \quad (10)$$

$$\alpha = \omega_{kk'} - \omega_q; \quad \beta = \omega_{kk'} + \omega_q$$

Множители, включающие суммирование по $\vec{k}$ и $\vec{k'}$, как и следовало ожидать, определяются положением и взаимной ориентацией эллипсоидов в пространстве волновых векторов.

Таким образом, флуктуации числа носителей в произвольном эллипсоиде за счет межэллипсоидных переходов с учетом неупругих взаимодействий с акустическими фононами дают спектр типа $\frac{1}{\omega}$ наблюдающийся на опыте. Легко видеть, что этот спектр флуктуаций, как это следует из формулы (10), при частоте наблюдения ω, стремящейся к нулю, обращается в нуль. Причем низкочастотная граница зависимости $\frac{1}{\omega}$, определяется условием

$$\omega^2 \geqslant \frac{1}{1 + \gamma \sum\limits_{\vec{k},\vec{k'}} (\varphi_{\vec{k}} + \varphi_{\vec{k'}}) \left[\frac{1}{(\omega_{kk'} - \omega_q)^2} + \frac{1}{(\omega_{kk'} + \omega_q)^2}\right]}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Киттель Ч. Квантовая теория твердых тел. М., «Наука», 1967, стр. 310.
2. Потемкин В. В., Розентур К. И. «Физика твердого тела», 13, 989, 1971.
3. Бонч-Бруевич В. Л. «Физика твердого тела», 7, 2147, 1965.
4. Свешников А. Г., Тихонов А. Н. Теория функций комплексной переменной. М., «Наука», 1967.

Поступила в редакцию
9.10 1971 г.

Кафедра
физики колебаний

УДК 530.12

И. П. БАЗАРОВ, Э. В. ГЕВОРКЯН

О РЕЛЯТИВИСТСКОМ ПРЕОБРАЗОВАНИИ ТЕПЛОТЫ И ТЕМПЕРАТУРЫ

Как известно, термодинамические величины и уравнения классической термодинамики установлены для тел в «собственной» системе отсчетов, в которой они покоятся. Релятивистское обобщение термодинамики было впервые проведено Планком [1] в 1907 г. При этом он исходил из предположения, что уравнения первого и второго начал сохраняют свой вид во всех инерциальных системах отсчета и установив инварииантность энтропии, получил из этих уравнений один и тот же релятивистский закон преобразования для количества теплоты Q и абсолютной температуры T:

$$Q=Q_0\sqrt{1-\beta^2},\quad T=T_0\sqrt{1-\beta^2},\tag{1}$$

т. е. по Планку в движущейся относительно тела системе отсчета температура тела T всегда меньше, чем в собственной системе отсчета T_0 $\left(\beta=\frac{v}{c}\right.$, v — скорость движения тела$\left.\right)$.

Вслед за Планком те же результаты были получены Эйнштейном [2] и Хазенорлем [3].

Более полувека эти преобразования не вызывали возражений ни у кого из физиков и повторялись во всех монографиях и учебниках. Начало дискуссии по поводу вывода Планка положила статья Г. Отта [4], опубликованная в 1963 г. В этой статье Отт, исходя из инвариантности вида уравнений первого и второго начал термодинамики и принимая другое, чем у Планка, выражение работы, установил преобразования для Q и T вида:

$$Q=\frac{Q_0}{\sqrt{1-\beta^2}},\quad T=\frac{T_0}{\sqrt{1-\beta^2}},\tag{2}$$

т. е. по Отту в движущейся системе отсчета температуры тела всегда больше, чем в покоящейся системе отсчета.

После статьи Отта появилось множество работ, например [5], в которых обосновались или преобразования Планка (1), или, наоборот, преобразования Отта (2) и утверждалась ошибочность результатов Планка.

В настоящей статье мы хотим показать, что постановка вопроса о правильности или ошибочности тех или иных релятивистских преобразований для Q и T не является правомерной и что в действительности преобразования (1) столь же верны как и (2).

Известно, что температура определяется по значению какого-либо экстенсивного параметра того или иного термометрического вещества: по длине l столбика жидкости в термометре, по величине намагничивания M магнетика и т. д.

По теории относительности длина преобразуется при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой по закону:

$$l=l_0\sqrt{1-\beta^2}\ \text{при}\ l\parallel v,\quad l=l_0\ \text{при}\ l\perp v.$$

Поэтому если определять температуру T двигающегося тела по находящемуся в тепловом контакте с ним, например, ртутному термометру T_0, то при расположении такого термометра в направлении движения $(l\parallel v)$ температура тела T в движущейся системе будет равна (1), а при расположении термометра перпендикулярно движению $(l\perp v)$: $T=T_0$.

Если же определять температуру тела по значению магнитного момента термометрического вещества M, который релятивистски преобразуется по закону

$$M=M_0\ \text{при}\ M\parallel v\quad\text{и}\quad M=\frac{M_0}{\sqrt{1-\beta^2}}\ \text{при}\ M\perp v,$$

то мы соответственно найдем или $T=T_0$, или $T=\frac{T_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$, что совпадает с (2).

Отсюда видно, что теория относительности не приводит к однозначному определению температуры, отнесенной к движущейся системе отсчета. Для установления однозначности определения этой физической величины необходим определенный выбор экстенсивного параметра произвольного термометрического вещества.

Неоднозначность релятивистской абсолютной температуры аналогична неоднозначности эмпирической температуры в классической термодинамике. Действительно, эмпирическая температура t определяется по изменению, например, по расширению, какого-либо термометрического вещества ртути, спирта и т. д. При этом термометры со шкалой Цельсия, но с различными термометрическими веществами, кроме двух точек 0 и 100°C, будут показывать во всех других условиях разную температуру. Для установления однозначности эмпирической температуры необходим определенный выбор термометрического вещества при данном выборе термометрического параметра, что аналогично выбору определенного термометрического параметра независимо от природы термометрического вещества для устранения неоднозначности релятивистской абсолютной температуры. И подобно тому, как нельзя говорить, что показания, например, ртутного термометра температуры тела являются правильными, а эмпирическая температура, определяемая по спиртовому термометру ошибочной, подобно этому нельзя утверждать, что ошибочны преобразования Планка (1), а верны преобразования Отта (2) или наоборот.

Таким образом, понятие релятивистской абсолютной температуры требует специального определения, которое соответствует выбору экстенсивного параметра термометрического вещества. И поскольку этот выбор условен, то преобразования Планка — Эйнштейна (1) столь же верны, как и преобразования Отта (2). Поэтому речь должна идти не о правильности или ошибочности тех или других преобразований, а о том, какое из этих преобразований более целесообразно принять за исходное. Можно указать, что в этом отношении преобразования Отта предпочтительнее.

В самом деле, выше уже отмечалось, что Отт получил другие, чем Планк, преобразования для Q и T потому, что использовал иное выражение для работы. А это в свою очередь связано с выбором уравнения движения тела с переменной собственной массой.

Планк использовал справедливое для $m_0=\text{const}$ уравнение движения

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)=\vec{F}, \tag{3}$$

распространяя его на случай изменения собственной массы при теплопередаче. Отт же принимал уравнение движения в виде

$$m_0\cdot\frac{d}{dt}\,\frac{\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}=\vec{F}. \tag{4}$$

Вопрос о выборе уравнения движения не тривиален. Еще в 1909 г. вокруг этого вопроса шла дискуссия [6]. Абрагам предлагал усовершенствовать уравнение движения на случай выделения теплоты, внося массу покоя под знак производной, т. е. беря уравнение движения в виде (3). Эту точку зрения позже защищал Паули [7]. Однако Минковский и Нордстрем обосновывали уравнение движения в виде (4). В 1910 г. этот вопрос был решен в пользу уравнения, предложенного Абрагамом, и тем самым были подтверждены релятивистские преобразования Планка.

При использовании уравнения движения (3) в расчетах появляется «планковая сила»

$$\vec{K}=\dot{m}_0\cdot\frac{\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tag{5}$$

необходимая для поддержания постоянной скорости тела при передаче тепла. Эта сила обладает рядом необычных свойств (преобразуется не по правилу преобразования силы и др.), что трудно воспринимаемо. Работа «планковской силы» компенсирует различие между количеством теплоты по Отту и количеством теплоты по Планку.

В формализме Отта подобная сила отсутствует и это делает его преобразования более последовательными и предпочтительными.

ЛИТЕРАТУРА

1. Planck M. Berl. Ber., **542**, 1907; Ann. d. Phys., **76**, 1, 1908.
2. Эйнштейн А. Собр. соч., т. 1, стр. 65.
3. Hasenöhrl F. Wien Ber., **116**, 1391, 1907.
4. Ott H. Zt. f. Phys., **175**, 70, 1963.
5. «Эйнштейновский сборник 1969—1970». М., «Наука», 1970.
6. Abraham M. Phys. Zt., **10**, 737, 1909; **11**, 527, 1910; Nordstrom G. Phys. Zt., **10**, 681, 1909; **11**, 440, 1910.
7. Паули В. Теория относительности. М., Гостехиздат, 1947.

Поступила в редакцию
15.10 1971 г.

Кафедра квантовой
статистики