где

$$P^{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_r} = \rho mc^r \langle (u^{\alpha_1} - \langle u^{\alpha_1}\rangle)(u^{\alpha_2} - \langle u^{\alpha_2}\rangle)\ldots(u^{\alpha_r} - \langle u^{\alpha_r}\rangle)\rangle$$

$$P = g_{\alpha\beta} P^{\alpha\beta}; \quad \tau^{\alpha}(x) = \langle u^{\alpha}\rangle / \langle u^{\sigma}\rangle \langle u_{\sigma}\rangle.$$

В частности, при $r=1$, $r=2$ имеем

$$M^{\alpha}(x) = \rho(x)\sqrt{1 + \frac{p}{\rho mc^2}}\,\tau^{\alpha}(x), \tag{7}$$

$$M^{\alpha\beta} \equiv \frac{1}{mc^2} T^{\alpha\beta} = \rho\left(1 + \frac{P}{\rho mc^2}\right)\tau^{\alpha}\tau^{\beta} + \frac{1}{mc^2} P^{\alpha\beta}. \tag{8}$$

В феноменологической теории жидкости

$$M_f^{\alpha} = n_0(x)\tau^{\alpha}(x), \tag{9}$$

$$M_f^{\alpha\beta} = (\varepsilon + P_f)\tau^{\alpha}\tau^{\beta} + P_f g^{\alpha\beta}. \tag{10}$$

В частном случае (7) и (8) должны совпадать с (9) и (10). Отсюда для внутренней энергии, отнесенной к одной частице, получаем выражение

$$\frac{\varepsilon}{n_0} = P_f \frac{1}{n_0} + \sqrt{4P_f^2 \frac{1}{n_0^2} + m^2c^4}. \tag{11}$$

При $\frac{P}{n_0 mc^2} \gg 1$ «уравнение состояния» (11) совпадает в пределе с известной формулой для ультрарелятивистского газа.

В заключение следует отметить, что при переходе к семимерной функции распределения моменты теряют тензорные свойства, а уравнения для них не приводят к законам сохранения. Для построения релятивистской теории непрерывной среды можно выбрать любые два уравнения для тензоров ранга r и $r+1$ из счетного бесконечного множества «законов сохранения». Уравнения для потока и тензора частиц вместе с уравнениями поля приводят к системе десяти уравнений второго порядка, которые могут быть взяты в качестве основных для гидродинамического описания взаимодействующих частиц. Тензор частиц и вектор потока совпадают с феноменологическими лишь при вполне определенном уравнении состояния.

Выражаю благодарность проф. А. А. Власову за предоставление темы и ценные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Власов А. А. Статистические функции распределения. М., «Наука», 1966.
2. Pauli W. Ann. d Physik, 18, 305, 1933.
3. Vignon B. Ann. Inst. Poincare, 1, 31, 1969.

Поступила в редакцию
11.11 1970 г.

Кафедра
теоретической физики

УДК 539.293.537.324

В. Л. БОНЧ-БРУЕВИЧ, М. А. ЭЛЬ-ШАРНУБИ

К ТЕОРИИ ПОГЛОЩЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ГОРЯЧИМИ ЭЛЕКТРОНАМИ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Задача о поглощении света горячими носителями заряда рассматривалась рядом авторов (обзор соответствующих работ можно найти в книге [1]). В настоящей статье изучается случай, когда доминирует рассеяние энергии и импульса на неполярных оптических фононах. Причем напряженность постоянного (греющего) поля E_0, с одной стороны, достаточно велика (электрон успевает ускориться до энергии оптического фонона ω_0, не испытав рассеяния ни на примеси, ни на акустических фононах),

а с другой — достаточно мала (достигнув энергии оптического фонона, электрон быстро рассеивается, испуская такой фонон и теряя почти всю свою энергию, при этом число носителей заряда с энергией больше ω_0 будет невелико) [1]. Будем также считать температуру T достаточно малой: $\omega_0 \gg T$ (T — в энергетических единицах).

Как известно, в указанных условиях функция распределения [2, 3] в поле $\vec{E}_0$ имеет «иглообразный» вид

$$f(\vec{p}) = 2\varphi_0(W_p)\,\delta(1-\cos\theta). \tag{1}$$

Здесь θ — угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{E}_0$, W_p — энергия носителя заряда с квазиимпульсом $\vec{p}$, а функция φ_0 в случае квадратичного изотропного закона дисперсии $W_p = p^2/2m$ дается выражением

$$\varphi_0 = \begin{cases} C_0 W^{-1}, & W < \omega_0 \text{ (пассивная область)} \\ C_0 W^{-1} e^{-\alpha(y-1)^{3/2}}, & W > \omega_0 \text{ (активная область)} \end{cases} \tag{2}$$

Здесь C_0 — константа, определяемая из условия нормировки функции (2) на концентрацию электронов n и равная

$$C_0 = \frac{n}{2\sqrt{\omega_0}}\left[1 + \frac{1}{2}\alpha^{-2/3}\,\Gamma(5/3)\right]^{-1}, \tag{3}$$

$$y = W/\omega_0, \quad \alpha = P_0/3F_0\tau_0, \tag{4}$$

$F_0 = eE_0$, $p_0 = \sqrt{m\omega_0}$ — импульс электрона с энергией ω_0; τ_0 — характерная константа размерности времени, определяющая вероятность испускания оптического фонона в единицу времени: $\tau(W) = \tau_0(y-1)^{-1/2}$.

Согласно [1], в рамках принятой модели

$$\tau_0^{-1} = \frac{D^2 m^{3/2}}{\pi\sqrt{2}\,\hbar\rho\sqrt{\omega_0}}, \tag{5}$$

где ρ — плотность кристалла, D — константа оптического потенциала деформации (*эрг/см*).

Отмеченное выше условие «достаточной малости» поля E_0 сводится к неравенству $\alpha \gg 1$. Согласно (1) и (2) функция распределения в активной области действительно очень мала.

Функция распределения в сильном статическом и слабом переменном поле. Пусть параллельно статическому полю приложено слабое переменное $\vec{E}_1 e^{-i\omega t}$. Полагая

$$f(p) = 2\left[\varphi_0(W) + \varphi_1(W)\,e^{-i\omega t}\right]\delta(1-\cos\theta) \tag{6}$$

и линеаризируя кинетическое уравнение по E_1, φ_1, находим

$$\varphi_1 = C_1 \exp\left[+i\,\frac{\omega p(W)}{F_0}\right] W^{-1} \begin{cases} 1, & W < \omega_0 \\ 1 + \alpha\,\dfrac{F_1\alpha}{F_0}\,(y-1)^{3/2}\exp\left[-it_0 - \alpha(y-1)^{3/2}\right], & W > \omega_0. \end{cases} \tag{7}$$

Здесь

$$F_1 = eF_1, \quad p(W) = \sqrt{2mW}, \quad t_0 = \frac{\omega p_0}{F_0} \tag{8}$$

C_1 — комплексная постоянная, определяемая из условия

$$\int_0^\infty W^{-1/2}\varphi_1(W)\,dW = 0$$

и равная

$$C_1 = -\frac{2C_0F_1}{3F_0}\,\frac{\cos t_0 + \beta t_0^{-1}\sin t_0 - i\left[\sin t_0 + \beta t_0^{-1}(1-\cos t_0)\right]}{1 + 2\beta^2 t_0^{-2}(1-\cos t_0) + 2\beta t_0^{-1}\sin t_0}, \tag{9}$$

---

[1] Соответствующие малые параметры будут указаны ниже.

где

$$\beta = \frac{2\alpha^{2/3}}{\Gamma(5/3)} \equiv \frac{2}{\Gamma(5/3)} \left(\frac{2\omega_0 m}{3F_0 p_0 \tau_0} \right)^{2/3}. \tag{10}$$

Вычисляя с помощью функции (7) плотность тока на частоте ω, находим высокочастотную электропроводность, $\sigma(\omega, E_0)$ через которую стандартным образом выражается и коэффициент поглощения, $\alpha(\omega, E_0)$. Для вещественной части σ получается:

$$\mathrm{Re}\,\sigma(\omega, E_0) \equiv \frac{2ne^2p}{3mF_0} \frac{(\beta-1)(1-\cos t_0)+t_0 \sin t_0}{t_0^2+2\beta^2(1-\cos t_0)+2\beta t_0 \sin t_0}. \tag{11}$$

Зависимость $\mathrm{Re}\sigma$ и тем самым α от напряженности греющего поля E_0 видна из (8)—(11). При определенных значениях t_0 правая часть (11) меняет знак. В интервалах

$$2\pi(2l+1)\left(1-\frac{2}{\beta}\right) < t_0 < 2\pi(2l+1), \quad l=0,\ 1,\ 2 \tag{12}$$

величина $\mathrm{Re}\sigma$ оказывается отрицательной. Согласно (12) и (10) ширина указанного интервала составляет

$$\Delta\omega = \frac{2F_0^{5/3}\Gamma(2/3)}{3p_0^{1/3}(2/3)^{2/3}} \left(\frac{m\tau_0}{\omega_0} \right)^{2/3}. \tag{13}$$

В точках $t_0 \cong 2\pi(2l+1)(1-1/\beta)$ $|\mathrm{Re}\,\sigma|$ достигает максимумов, причем значение $|\mathrm{Re}\sigma|$ в этих точках равно

$$\frac{ne^2p_0\beta}{3mF_0\pi^2(2l+1)^2}.$$

Обсуждение результатов. Причину изменения знака α можно понять, принимая во внимание, что в рассматриваемом случае скорость носителя заряда почти параллельна E_0. Отсюда явствует, что при $\vec{E}_1 \| E_0$ энергия электромагнитной волны поглощается электронами, а при антипараллельных векторах $\vec{E}_0$ и $\vec{E}_1$ переменное поле, наоборот, получает энергию от носителей заряда.

Критерии применимости наших результатов состоят в следующем.

Достаточно сильное поле $p_0/eE_0 \ll \tau_{ак}, \tau_{прим}$. Здесь $\tau_{ак}$ и $\tau_{прим}$ — характерные времена релаксации импульса при рассеянии на акустических фононах и на примеси, вычисленные с функцией распределения (1). Средняя энергия носителей заряда, характеризуемых этой функцией распределения, близка к $\omega_0/3$. Пользуясь известными [4] выражениями для $\tau_{ак}$ и $\tau_{прим}$, находим следующее условие:

$$eE_0 \gg \mathrm{Max}\left\{ \frac{2E_a^2 T\omega_0 m^2}{\pi\sqrt{3}\hbar^4\rho s^2}, \quad 24\pi\sqrt{3}n_t' a_B^3 \frac{W_B}{a_B\omega_0}, \quad 40 n_t'' a_B^2 \sqrt{\omega_0 W_B}. \right. \tag{14а}$$

Здесь E_0 — константа акустического потенциала деформации, s — скорость звука, n_t' и n_t'' — концентрации, соответственно заряженной (с зарядом Ze) и нейтральной примеси,

$$a_B = \frac{\varepsilon\hbar^2}{Zme^2}, \qquad W_B = \frac{Ze^2}{2\varepsilon a_B}.$$

Достаточно слабое поле $\alpha \gg 1$, т. е.

$$eE_0 \ll \frac{D^2m^2}{3\pi\hbar^2\rho}. \tag{14б}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Конуэлл Э. Кинетические свойства полупроводников в сильных электрических полях. М., «Мир», 1970.

2. Baraff G. A. Phys. Rev., 133, A26, 1964.
3. Восилюс И. И., Левинсон И. Б. ЖЭТФ, 50, 1660, 1966.
4. Ансельм А. И. Ведение в теорию полупроводников. М., Физматгиз, 1962.

Поступила в редакцию
20.10.1971 г.

Кафедра
полупроводников

УДК 538.69.539

Р. М. УМАРХОДЖАЕВ, А. Л. КОТКИН

О СТАБИЛИЗАЦИИ РЕЗОНАНСНЫХ УСЛОВИЙ ПО ФАЗОВОЙ ХАРАКТЕРИСТИКЕ СИГНАЛА ЯМР

В технике ЯМР приборостроения широкое распространение получили следящие спиновые стабилизаторы (СС), сигнал ошибки которых пропорционален сигналу дисперсии U [1, 2, 3] (обозначим такие устройства ССД). В настоящем сообщении рассматриваются СС, напряжение ошибки которых пропорционально либо фазовому углу φ, определяемому выражением

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{U}{V} \tag{1}$$

(где V — блоховский сигнал поглощения), либо отношениям сигналов дисперсии и поглощения U/V. (Обозначим такие стабилизаторы ССФ и ССО соответственно.)

Рассмотрим характеристики СС при условиях:

1. Устройства работают без применения модуляционной методики.
2. Поляризующее поле однородно.
3. Радиотракт частотнонезависим, т. е. $W_2=k$ (рис. 1).

При сделанных предположениях уравнения, описывающие ССФ, во внешней системе координат имеют вид

$$\dot{V} + \delta_2 V - U\left(\Delta\omega_0 - k \operatorname{arctg} \frac{U}{V}\right) = -\gamma H_1 M_z, \tag{2}$$

$$\dot{U} + \delta_2 U + V\left(\Delta\omega_0 - k \operatorname{arctg} \frac{U}{V}\right) = 0, \tag{3}$$

$$\dot{M}_z + \delta_1 M_z - \gamma H_1 V = \delta_1 M_0. \tag{4}$$

В случае частотнозависимого радиотракта удобнее исследовать характеристики СС во внутренней системе координат методами теории автоматического регулирования [4, 5].

Структурная схема СС представлена на рис. 1, где, $\Delta\omega$ — расстройка в лабораторной (внешней) системе координат, Ω — (ошибка стабилизатора) — расстройка во внутренней системе координат, W_1 — передаточная функция спинового дискриминатора, W_2 — передаточная функция радиотракта.

Передаточная функция W_1 для случая ССФ имеет вид

$$W_1^{\Phi} = \frac{s^2(\delta^2+\Omega^2) + s\,2\,\delta(s^2+\Omega^2) + \delta^2(\delta^2+\gamma^2 H_1^2+\Omega^2)}{(\delta^2+\Omega^2)\,[s^3 + 3s^2\delta + s\,(3\delta^2+\gamma^2 H_1^2+\Omega^2) + \delta\,(\delta^2+\gamma^2 H_1^2+\Omega^2)]}, \tag{5}$$

где s — оператор Лапласа; $\delta=\delta_1=\delta_2$.

В случае $W_2=k\gg 1$ характеристическое уравнение ССФ можно представить так:

$$s^3 + k\left(s^2 + 2\delta s + \delta^2 \frac{\delta^2+\gamma^2 H_1^2+\Omega^2}{\delta^2+\Omega^2}\right) = 0. \tag{6}$$