$$-\frac{gcV_0\gamma\,\mathrm{sign}\chi}{\omega\alpha\Delta}\,l^{-\gamma|\chi|}\,\frac{(\gamma\,\mathrm{sign}\chi\sin\chi+\cos\chi)}{(1+\gamma^2)},$$

$$z=-\frac{c\beta}{\omega\alpha}\frac{gV_0 l^{-\gamma|\chi|}}{\Delta^2}\left\{\left[\gamma^2-\left(1-g\frac{\widetilde{\omega}_0}{\omega}\right)^2\right]\sin\left(1-g\frac{\widetilde{\omega}_0}{\omega}\right)\chi+\right.$$

$$+2\gamma\left(1-g\frac{\widetilde{\omega}_0}{\omega}\right)\mathrm{sign}\,\chi\cos\left(1-g\frac{\widetilde{\omega}_0}{\omega}\right)\chi+\frac{cV_0^2}{4\omega\alpha^2\gamma}\frac{(1-l^{-2\gamma|\chi|})}{\Delta\,\mathrm{sign}\chi}.$$

$$\mathrm{sign}\,\chi=\begin{cases}1\ \chi\geqslant 0\\ -1\ \chi<0\end{cases}$$

Здесь

$$\widetilde{\omega}_0=\frac{\omega_0}{\alpha}=\frac{e_0H}{\alpha mc},\quad \chi=\omega\xi,\quad g=\pm 1,\quad \Delta=\left(1-g\frac{\widetilde{\omega}_0}{\omega}\right)+\gamma^2.$$

Так как момент включения волны фиксирован в полученных решениях, при вычислении интенсивности излучения электрона можно перейти к пределу $\gamma\to 0$.

Спектр излучения электрона в выбранном нами поле состоит из гармоник $n\widetilde{\omega}_0$ и $l\omega$ ($\widetilde{\omega}_0$ — синхротронная частота, ω — частота волны) и дается формулой

$$\omega'=(n\widetilde{\omega}_0+l\omega)\left[1+\frac{V_0^2(1-\cos\theta)}{2\alpha^2\left(1-g\frac{\widetilde{\omega}_0}{\omega}\right)}\right]^{-1}.$$

В квантовой теории момент включения и выключения электромагнитной волны также фиксируется при интегрировании по времени, т. е. возможна аналогичная интерпретация.

Таким образом, сдвиг частоты может стать значительным благодаря наличию резонансного множителя $\left(1-g\frac{\widetilde{\omega}_0}{\omega}\right)^{-1}$. Заметим, однако, что этот множитель не может быть равен нулю, так как решения уравнений движения в этом случае будут принципиально другими.

Вторым существенным моментом рассматриваемой нами задачи является то, что частотный сдвиг может наблюдаться даже на гармониках с $l=0$, что должно увеличить вероятность его обнаружения, так как при $V_0\ll 1$ основной вклад в излучение, в нашем случае, дают синхротронные гармоники, интенсивность излучения которых значительно больше, чем интенсивность излучения электрона в поле электромагнитной волны (последний случай рассмотрен в [1, 2, 3]).

ЛИТЕРАТУРА

1. Brown L. S., Kibble T. W. Phys. Rev., **27**, 218, 1963.
2. Никишов А. И., Ритус В. И. ЖЭТФ, **46**, 776, 1964.
3. Гольдман И. И. ЖЭТФ, **46**, 7, 1964.
4. Kibble T. W. Phys. Rev., **138**. No. 3B, 1965.

Поступила в редакцию
10.10 1971 г.

Кафедра
теоретической физики

УДК 539.125.4

П. И. ШАВРИН, Ю. А. САМОНЕНКО, Ю. А. РАЗУМОВ

О СПОСОБЕ ОЦЕНКИ СПЕКТРА ПРОТОНОВ С ЭНЕРГИЕЙ ДО 1 БЭВ СЦИНТИЛЛЯЦИОННЫМ ДЕТЕКТОРОМ

При исследовании нейтронного и гамма-излучения в космическом пространстве находят широкое применение сцинтилляционные методы, использующие фосфич-эффект (например, [1, 2]). Детектор, регистрирующий нейтральное излучение, окружается слоем пластического сцинтиллятора, который служит для отделения импульсов, воз-

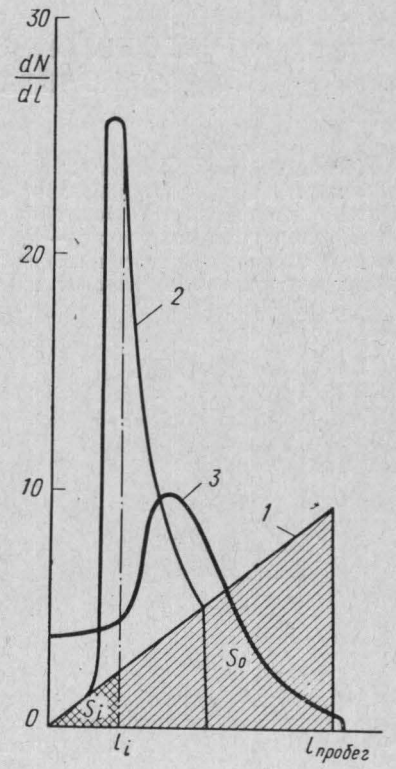
никших в детекторе при взаимодействии с нейтральной частицей от импульсов, вызванных заряженными частицами.

Однако, помимо решения этой сложной задачи, пластический сцинтиллятор можно использовать также для оценки спектрального состава регистрируемых протонов. Способ определения характеристик спектра основывается на зависимости удельной ионизации dE/dx от энергии частицы. Рассмотрим действие метода на примере идеально прозрачного шарового сцинтиллятора радиуса R. Пусть на сцинтиллятор падает монохроматический поток протонов с энергией E_i. Амплитуда импульса на выходе фотоумножителя в этом случае будет пропорциональна энерговыделению $dE/dx(E_i)l$, где l — длина пробега частицы в сцинтилляторе. Установим в канале регистрации импульсов некоторый уровень дискриминации, соответствующий энерговыделению в пластике ΔE. Импульс на выходе фотоумножителя превысит порог срабатывания дискриминатора, если пробег частицы будет не меньше величины $l_i = \dfrac{\Delta E}{\dfrac{dE}{dx}(E_i)}$.

Таким образом, лишь некоторая доля μ_i частиц, пересекающих объем сцинтиллятора, будет регистрироваться установленным порогом. Величина μ_i может быть определена с помощью кривой распределения пробегов в сцинтилляторе. На рисунке приведено это распределение для случая шарового сцинтиллятора (кривая *1* [3]). Значение μ_i будет равно отношению площади Si, ограниченной кривой распределения, осью абсцисс и вертикальной прямой, проходящей через l_i, к общей площади S_0 под кривой распределения, равной для случая шарового сцинтиллятора его диаметральному сечению πR^2. Кроме того, для любого энергетического спектра может быть определена доля регистрируемых протонов μ, поскольку известен вклад в эту величину каждой энергетической группы, т. е. $\mu = \sum_i \omega_i \mu_c$, где ω_i — доля частиц с энергией E_i.

Если, например, представить дифференциальный спектр спектрального распределения протонов в виде $-e^{-R/R_0}$ или $\sim E^{-\gamma}$, то между величиной μ и характеристической жесткостью R_0 (или γ) можно установить однозначное соответствие. Общее количество частиц, пересекающих объем сцинтиллятора, может быть определено с помощью отдельного канала регистрации с минимально возможным уровнем дискриминации.

Вид спектра протонов	$\mu = N_2/N_1$
Вспышка солнечных космических лучей $\Phi(E) - e^{-R/R_0} = 290$ *мв*	0,82
Внутренний пояс $L = 2{,}2$, $B = 0{,}035$	0,75
Галактические космические лучи	0,40



Эффективность этого метода значительно возрастает, если использовать сцинтилляторы такой формы и размеров, для которых кривая распределения пробегов будет более крутой, чем для шарового сцинтиллятора. В этом случае величина Si (соответственно μ) будет сильнее зависеть от изменения пробега l-частицы, в результате чего увеличится разрешение значения R_0 или γ. На рис. 1 представлены распределения пробегов для шарового сцинтиллятора радиуса $R = 3$ *см* со сферической полостью радиуса $r = 2{,}5$ *см* (кривая *2*) и для цилиндрического сцинтиллятора, описанного в [2].

При установлении связи между величиной μ и характеристиками спектра необходимо сделать ряд поправок. Во-первых, учитывать искажение спектра экранировкой детектора, во-вторых, — статистические флуктуации амплитуд импульсов фото-

умножителей и флуктуации потерь энергии заряженных частиц в веществе сцинтиллятора (по методике, изложенной в [4]). Рассматриваемый способ может быть применен для оценки спектра протонов до энергий ~ 1 *Бэв*, при которой зависимость dE/dx от энергии становится слабой.

Эффективность метода иллюстрирует таблица, где представлены отношения счетов μ двух каналов регистрации, соответствующих энерговыделению в сцинтилляторе $\Delta E_1 > 0{,}3$ *Мэв* и $\Delta E_2 > 4{,}2$ *Мэв* для различных спектров протонов, полученные с помощью пластического сцинтиллятора, описанного в [2]. Из таблицы следует, что для протонов галактических космических лучей, имеющих в основном, энергию несколько *Бэв*, и для внутреннего пояса, где счет в каналах обусловлен протонами с энергией в несколько сотен *Мэв*, соотношения счетов двух каналов регистрации существенно отличаются.

ЛИТЕРАТУРА

1. Константинов Б. П., Голенецкий С. В., Мазец Е. П. и др. «Космические исследования», 8, 923, 1970.
2. Шаврин П. И., Самоненко Ю. А., Разумов Ю. А. и др. «Геомагнетизм и аэрономия», № 2, 1972.
3. Сенчуро И. Я., Яковлев Б. М. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астр., № 1, 1964.
4. Акимов Ю. К. Сцинтилляционные методы регистрации частиц больших энергий. Изд-во МГУ, 1963.

Поступила в редакцию
12.10.1971 г.

НИИЯФ

УДК 534.121.014.2

В. П. КАНДИДОВ, С. С. ЧЕСНОКОВ

ТРЕУГОЛЬНЫЙ ЭЛЕМЕНТ ДЛЯ РАСЧЕТА КОЛЕБАНИЙ ПЛАСТИН

Метод конечных элементов в настоящее время широко применяется для расчета динамики и статики разнообразных конструкций. Для многих практических задач возникает необходимость в конечных элементах треугольной формы.

В литературе, например [1—4], известны треугольные элементы различного типа, имеющие от 9 до 21 степени свободы. При использовании этих элементов результаты расчета существенно зависят от их ориентации в разбиении. Указанный недостаток

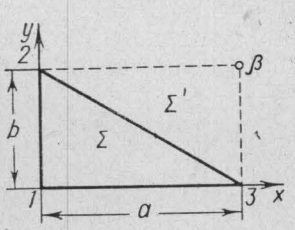


Рис. 1

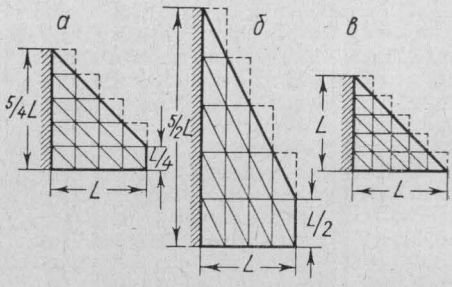


Рис. 2

можно считать частично устраненным, для элементов, описанных в [4], так как они допускают применение совместно с прямоугольными элементами [5]. Вместе с тем из соображений единообразия оказывается удобным использовать элементы одной конфигурации.

В настоящей работе предлагается элемент в виде прямоугольного треугольника, имеющий четыре степени свободы. Его ориентация не влияет на результаты расчета, поскольку два таких элемента, повернутые на 180°, при совмещении образуют известный прямоугольный элемент.