

# Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 6 — 1972

УДК 596.21.208

С. Р. АТАЛЛА, С. Н. БАНЧИЛА, Н. П. ДОЗОРОВА, Л. П. ФИЛИППОВ

## ОБ ИЗМЕРЕНИИ КОМПЛЕКСА ТЕПЛОВЫХ СВОЙСТВ МЕТАЛЛОВ ПРИ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ МЕТОДОМ ПЕРИОДИЧЕСКОГО НАГРЕВА Новый способ обработки результатов

Рассматривается новый метод обработки результатов измерения комплекса тепловых свойств металлов (температуропроводность, теплоемкость и теплопроводность) при высоких температурах в экспериментах с использованием периодического нагрева при П-образной модуляции. Приведены результаты измерений температуропроводности жидкого индия в интервале температур  $1100 \div 2100^\circ \text{K}$ .

В последнее время в практике теплофизических исследований получают развитие методы определения тепловых характеристик (теплопроводности, температуропроводности и теплоемкости), основанные на использовании периодического нагрева [1, 2]. К достоинствам таких методов следует отнести непрерывное воспроизведение данных, возможность внутреннего контроля результатов, малость поправки на теплообмен и др. Существует несколько разновидностей методов периодического нагрева, отличающихся конфигурацией поля температуры и формой периодического сигнала. В ряде вариантов применяется, в частности, П-образная модуляция мощности [3, 4]. Такая модуляция, как правило, значительно более проста в осуществлении, чем гармоническая, но требует применения для обработки результатов сравнительно трудоемких методов гармонического анализа.

В данной статье рассматривается новый метод обработки результатов измерений для таких экспериментов, свободный от этого недостатка. Новый метод обеспечивает почти десятикратную экономию во времени по сравнению с использованным ранее способом обработки и дает возможность по-новому подойти к анализу результатов измерений, позволяет посмотреть на получаемые данные с несколько иных позиций.

Новая интерпретация эксперимента с периодическим П-образным нагревом основывается на том, что кривые изменения температуры, являющиеся источником информации о тепловых свойствах среды, в подавляющем большинстве имеют четко выраженный линейный участок. Для примера на рис. 1 приведена кривая измерения температуры на внешней поверхности полого металлического цилиндра, внутренняя поверхность которого нагревается с помощью электронной бомбардировки, управляемой П-образным сигналом (кривая 2).

Наличие участка с линейным нагревом (охлаждением) означает, что в пределах полупериода процесса в образце успевает установиться так называемый регулярный режим второго рода [5]. Для этого режима характерно, что скорость изменения температуры всех точек образца постоянна. Рассмотрение этой стадии процесса может дать полную информацию о тепловых характеристиках изученного материала. В работе [6] было показано, что угол наклона прямолинейных участков кривой изменения температуры, т. е. скорость нагрева, дает возможность определить в этих экспериментах теплоемкость. Ниже мы покажем, что взаимное положение линий нагрева и охлаждения позволит определить и температуропроводность. Величина температуропроводности однозначно определяется отрезком  $\delta t$  на осциллограмме, подобной рис. 1.

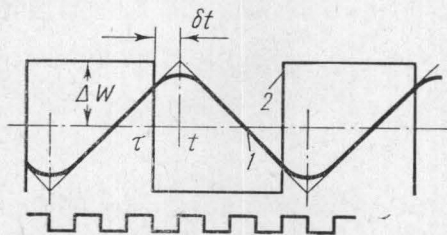


Рис. 1

Рассмотрим теорию метода применительно к эксперименту с радиальными температурными волнами (предельным переходом мы можем получить и случай нагрева плоских образцов). Пусть внутренняя поверхность полого цилиндрического образца нагревается источником, мощность которого за полупериод изменяется от  $+\Delta W$  до  $-\Delta W$  (см. рис. 1).

Рассмотрим малые отклонения от средней температуры, соответствующей средней мощности

$$\theta = T - \bar{T} \ll \bar{T}. \quad (1)$$

Условие на нагреваемой поверхности будет иметь вид

$$\Delta W = -\lambda \left. \frac{\partial \theta}{\partial r} \right|_{r=R_1} 2\pi R_1 L, \quad (2)$$

где  $\lambda$  — теплопроводность,  $L$  — длина образца.

Граничные условия на второй поверхности ( $r=R_2$ ) запишем в виде

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial r} \right|_{r=R_2} = 0. \quad (3)$$

Тем самым мы пренебрегаем малыми изменениями теплообмена в пределах полупериода изменения мощности. (Наличие линейного режима нагрева и охлаждения подтверждает возможность такого пренебрежения.) Уравнение теплопроводности в регулярной стадии для  $\theta = \theta - Kt$  будет иметь вид

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{d\theta}{dr} \right) = \frac{K}{a}, \quad (4)$$

где  $K$  — скорость нагрева. В общем решении этого уравнения фигурируют две постоянных  $C_1$  и  $C_2$ :

$$\theta = \frac{Kr^2}{4a} + C_1 \ln r + C_2. \quad (5)$$

Условия (2) и (3) позволяют расшифровать одну из этих констант и выразить  $K$  через  $\Delta W$ :

$$K = \frac{2a\Delta WR_1}{\lambda(R_2^2 - R_1^2)}. \quad (6)$$

Существование в (5) постоянного члена, не определенного условиями (2) и (3), является следствием «наследства» нерегулярной фазы, ролью процесса начальных условий. Для нахождения константы необходимо учесть в какой-то форме начальные условия. Это можно сделать, воспользовавшись уравнением интегрального баланса, приравняв введенное в образец количество тепла  $Q = \int_0^t W dt$  изменению энтальпии:

$$\int_V C_p (\theta - \theta_0) dV \quad (7)$$

(интегрирование по объему образца), где  $\theta_0$  — распределение температуры, которое было в начальной стадии процесса (для  $t=0$ ).

В результате получаем

$$\bar{\theta} = \bar{\theta}(r), \quad (8)$$

откуда

$$C_2 = \frac{K}{8a} (R_2^2 - R_1^2) - \frac{K}{2a} \frac{R_2^4}{R_2^2 - R_1^2} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{K}{4a} R_2^2. \quad (9)$$

Таким образом, уравнение асимптоты периодической кривой в фазе нагрева имеет вид

$$\vartheta(R_2, t) = \theta_0 + Kt - \frac{K}{8a} (R_2^2 + R_1^2) + \frac{K}{2a} \frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \ln R_2/R_1. \quad (10)$$

Для кривой охлаждения можно получить аналогичное выражение:

$$\vartheta = \theta_0 + 2K\tau - Kt + \frac{K}{8a} (R_1^2 + R_2^2) - \frac{K}{2a} \frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \ln \frac{R_2}{R_1}, \quad (11)$$

где  $\tau$  — момент времени, соответствующий перемене полярности сигнала мощности. При выводе (11) учтено, что начальным распределением температуры для кривой охлаждения  $\vartheta_0$  является  $\theta(r, \tau)$ , определяемое выражением (10).

Формулы асимптот (10) и (11) определяют точку их пересечения. Для времени от  $t=\tau$  до точки пересечения получается формула

$$\delta t = \frac{R_2^2}{8a} \left[ 1 + S^2 + \frac{4S^2}{1-S^2} \ln S \right], \quad (12)$$

где  $S = R_1/R_2$ . Отсюда может быть определена температуропроводность. При  $S \rightarrow 1$  эти формулы переходят в формулу для плоского слоя:

$$\delta t = \frac{L^2}{6a} (L — толщина слоя). \quad (13)$$

Как сами формулы, так и способ их получения оказываются значительно более простыми, чем в случае, когда производится рассмотрение того же процесса с точки зрения регулярного режима третьего рода [2].

Оценку времени установления линейного режима удобно сделать, руководствуясь известным общим решением для плоского слоя [7]. Из имеющихся графиков можно видеть, что практически выход на линейный режим происходит за  $F_0=0,2$ , т. е. кривые рис. 1 со своими асимптотами сближаются через 2—3 значения  $\delta t$ . Аналогичный порядок должны иметь эти величины и для цилиндрической задачи, что подтверждается результатами эксперимента.

Способ определения температуропроводности по пересечению асимптот прямолинейных участков кривых оказывается намного более удобным по сравнению с методом, основанным на применении гармонического анализа, и позволяет значительно экономить время.

Помимо этого следует отметить и еще одно положительное качество нового способа. Из (12) следует, что величина  $\delta t$  на осциллограмме не зависит от величины периода колебаний температуры, т. е. рассматриваемый способ определения температуропроводности мало пригоден для выбора периода колебаний. Определение  $a$  оказывается возможным для таких медленных колебаний, при которых применение обычного фазового способа обработки данных практически исключено. Это выгодно в тех случаях, когда амплитуда колебаний недостаточна и ее желательно увеличить (например, при низких температурах). В принципе рассматриваемая схема может быть применена и к сколь угодно медленному процессу, ограничением является лишь увеличение роли теплообмена и связанного с этим искривления прямолинейных участков.

Эффективность и качество нового способа обработки данных были проведены в работе [7] в сопоставлении с методом гармонического анализа.

В таблице сопоставлены значения  $a$  для  $Mo$ , получаемые по формуле (13) в верхних и нижних участках периодических кривых, и значения, полученные фазовым способом. Воспроизводимость значений температуропроводности для нового способа обработки данных не только не уступает воспроизводимости для использованного ранее метода, но и, как правило, превосходит ее.

Частным вопросом, имеющим отношение к рассматриваемому здесь способу обработки экспериментальных данных при измерении комплекса тепловых свойств жидких металлов, является вопрос об учете роли стенок измерительного тигля, о виде поправок к температуропроводности и теплоемкости на внутреннюю и внешнюю стенки. Рассмотрим сначала роль внутренней стенки (рис. 2,а).

Запишем уравнение температуропроводности в стенке в виде

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} = K/a_c.$$

Стенка рассматривается как плоский слой, так как  $h/R_1 \ll 1$ , где  $h$  — толщина стенки,  $a_c$  — температуропроводность материала стенки. Решение этого уравнения должно проводиться совместно с уравнением теплопроводности в жидком металле (4) со следующими граничными условиями:

$$1. \quad -\lambda_m \frac{\partial \theta}{\partial r} = 0 \Big|_{r=R_2} \text{ (малость роли излучения на внешней поверхности).}$$

Температуропроводность молибдена

Температура °K	Фазовый метод	Новый метод	
		$\tau=3,4$ сек	$\tau=6,7$ сек
1705	0,31	0,32	0,30
1709	0,31	0,33	0,32
1727	0,29	0,30	0,29

2.  $-\lambda_c \frac{d\theta}{dx} \Big|_{x=-h} = q$  (нагрев на внутренней стороне поверхности).
3.  $\theta_c = \theta_m$  при  $r = R_1, x = 0$  (равенство температуры стенки и металла на поверхности раздела).
4.  $\lambda_m \frac{d\theta}{dr} = \lambda_c \frac{d\theta}{dx}, r = R_1, x = 0$  (равенство тепловых потоков).

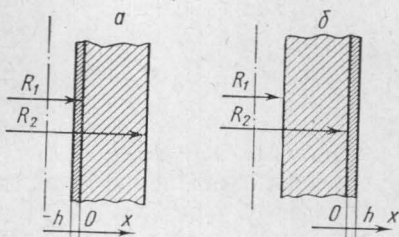


Рис. 2

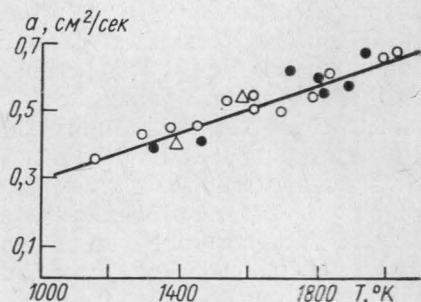


Рис. 3

Уравнение теплового баланса запишется в виде

$$qt = M_m C_m \frac{2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} r \theta_m dr + M_c C_c \int_0^h \theta_c dx + M_c (Kt - \theta_c).$$

Все постоянные интегрирования находятся из граничных условий и уравнения теплового баланса.

Поправка к теплоемкости находится из следующего уравнения:

$$\frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta K}{K} = \frac{M_c C_c}{M_c C_c + M_m C_m}, \quad (14)$$

где  $M_c C_c, M_m C_m$  — теплоемкость стенки и металла соответственно.

Для температуропроводности поправка определяется по следующей формуле:

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{M_c C_c}{M_c C_c + M_m C_m} \frac{\left[ \frac{(R_2^2 - R_1^2)}{2R_1} \frac{\lambda_m}{\lambda_c} \frac{h}{2} \right]}{\left[ \frac{1}{8} (R_2^2 - R_1^2) - \frac{1}{2} \frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \ln \frac{R_2}{R_1} \right]}. \quad (15)$$

Поправка на внешнюю стенку (рис. 2, б). Постановка задачи аналогична задаче о внутренней стенке. Граничные условия записываются в следующем виде:

1.  $q = -\lambda_m \frac{d\theta}{dr} \Big|_{r=R_1}$ ;
2.  $\lambda_c \frac{d\theta}{dx} \Big|_{x=h} = 0$ ;
3.  $\theta_m = \theta_c$   $x=0$   $r=R_2$ ;
4.  $\lambda_m \frac{d\theta}{dr} = \lambda_c \frac{d\theta}{dx} \Big|_{x=0, r=R_2}$ .

Для поправки к теплоемкости получается формула, тождественная формуле (15). Поправка к температуропроводности определяется следующей формулой:

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{R_2 h \lambda_c \left[ \frac{R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \ln \frac{R_2}{R_1} - \frac{1}{2} \right]}{\left( \frac{R_1^2}{8a_m} + \frac{R_1^2 R_2^2}{4a_m (R_2^2 - R_1^2)} \ln \frac{R_2}{R_1} \right)}. \quad (16)$$

Вывод приведенных формул оказывается более простым, чем расчет соответствующих поправок в теории метода регулярного режима третьего рода.

В заключение приведем результаты измерения температуропроводности  $\ln$  (три серии измерений), полученные с помощью рассмотренного метода (рис. 3,  $\circ$  и  $\bullet$  — экспериментальные точки). Состав индия следующий:  $\text{Cu} \sim 6 \cdot 10^{-6}$ ,  $\text{Ni} < 2 \cdot 10^{-5}$ ,  $\text{Pb} \sim 3 \cdot 10^{-5}$ ,  $\text{Cd} < 3 \cdot 10^{-6}$ ,  $\text{Sn} \sim 10^{-4}$ ,  $\text{Tl} < 5 \cdot 10^{-4}$ ,  $\text{Zn} < 2 \cdot 10^{-5}$ ,  $\text{Fe} < 5 \cdot 10^{-5}$ ,  $\text{Al} < 3 \cdot 10^{-5}$ ,  $\text{Mg} \sim 4 \cdot 10^{-5}$ ,  $\text{Mn} < 10^{-6}$ ,  $\text{Ga} \sim 10^{-4}$ ,  $\text{Ag} \sim 10^{-6}$ ,  $\text{Bi} \sim 3 \cdot 10^{-5}$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Филиппов Л. П. Исследования теплопроводности жидкостей. Изд-во МГУ, 1970.
2. Филиппов Л. П. Измерение тепловых свойств твердых и жидких металлов при высоких температурах. Изд-во МГУ, 1967.
3. Юрчак Р. П., Филиппов Л. П. «Инженерно-физический журнал», 7, № 4, 84, 1964.
4. Макаренко И. Н., Арутюнов А. В., Филиппов Л. П. «Заводская лаборатория», № 9, 1969.
5. Кондратьев Г. М. Тепловые измерения. М.—Л., Машгиз, 1957.
6. Юрчак Р. П., Филиппов Л. П. «Измерительная техника», 3, 42, 1970.
7. Дозорова Н. П. Дипломная работа. МГУ, 1970.

Поступила в редакцию  
21.5 1971 г.

Кафедра  
молекулярной физики