Газовый разряд в электростатическом реле после прохождения критического состояния $x_{кр}$ при дальнейшем сближении электродов не возникает. Это обусловлено тем, что за время движения от $x_{кр}$ до замыкания контактов K величина заряда Q остается практически постоянной (Q — адиабатичность), а следовательно, и E остается постоянной и всегда меньше $E_{пор}$.

Величина заряда Q, приходящегося на одно срабатывание электростатическое реле, определяется выражением

$$Q_1 = C(x_{кр})\, V_{ср} = d\sqrt{\frac{2}{3}\alpha C_0}, \qquad (5)$$

где C_0 — начальная электрическая емкость конденсатора при $x=0$, α — коэффициент упругости пружины.

Для изготовления электростатических реле высокой чувствительности желательно применять конденсаторы минимальной емкости и пружины с малым α. При изготовлении электростатических реле необходимо обеспечить высокую чистоту обработки поверхностей обкладок конденсатора для исключения влияния неоднородностей поля (токи с острия), которые могут привести к нежелательному эффекту «засыпания» электростатического реле, т. е. прекращению интегрирования зарядов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Neher H. V. The Rev. Sci. Instr., **24**, 99, 1953.
2. Neher H. V. J. Geoph. Res., **69**, 807, 1964.
3. Шаврин П. И., Тельцов М. В., Сенчуро И. Н., Шумшуров В. И., Кочнов В. Т. «Вестн. Моск. ун-та» физ., астрон., № 5, 106, 1967.
4. Anderson H. R., Despain L. G., Neher H. V. Nucl. Instr. and Methods., **47**, 1, 1967.
5. Антонова И. А., Писаренко Н. Ф., Савенко И. А., Шумшуров В. И. «Геомагнетизм и аэрономия», **4**, 781, 1964.
6. Pawelzik J. Kerntechnik **10**, 567, 1968.
7. Шумшуров В. И. «Измерительная техника», № **10**, 92, 1971.

Поступила в редакцию
29.10 1971 г.

НИИЯФ

УДК 535.14

А. Б. КУКАНОВ, Г. А. ЛАВРОВА

К ТЕОРИИ СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ЗАРЯЖЕННОЙ ТОЧЕЧНОЙ ЧАСТИЦЕЙ, ОБЛАДАЮЩЕЙ ДИПОЛЬНЫМИ МОМЕНТАМИ

После открытия пульсаров резко возрос интерес к проблеме излучения движущимися объектами (точечными и протяженными), характеризуемыми, в частности, магнитным дипольным моментом [1—2].

В настоящей заметке обобщаются результаты [3—4]. Рассмотрим излучение в прозрачной изотропной среде с характеристиками $\varepsilon=\varepsilon(\omega)$ и $\mu=\mu(\omega)$ заряженной точечной частицей, обладающей магнитным и электрическим дипольными моментами и движущейся по винтовой линии, получим

$$x_e = R\cos\tilde{\omega} t;\ y_e = R\sin\tilde{\omega} t;\ z_e = v_{\parallel}\, t. \qquad (1)$$

Здесь $v_{\parallel}$ — постоянная составляющая скорости частицы вдоль оси z, а $\tilde{\omega}$ — постоянная угловая скорость вращения частицы вокруг этой оси.

Выражение для потерь можно записать в виде [5—7]:

$$P = \frac{i}{4\pi^3}\int \omega^{-1} T^{-1}_{\nu\alpha}\, G_{\nu\alpha}\, e^{i\vec{k}(\vec{r}_e - \vec{r}\,'_e) - i\omega(t-t')}\, dt' d^3\vec{k}\, d\omega, \qquad (2)$$

$$G_{\nu\alpha} = \{ev_\nu - ic[\vec{k}\vec{\mu}]_\nu + i\pi_\nu(\vec{k}\vec{v}) + \dot{\pi}_\nu\}\ \{ev'_\alpha + ic[\vec{k}\vec{\mu}']_\alpha - i\pi'_\alpha(\vec{k}\vec{v}') + \dot{\pi}'_\alpha\}. \qquad (3)$$

Здесь $\vec{r}_e = \vec{r}_e(t)$, $\vec{r}_e{}' = \vec{r}_e(t')$, а $T^{-1}_{\nu\alpha}$ определено в [6], e — заряд частицы, $\vec{\mu}$ и $\vec{\pi}$ — ее магнитный и электрический дипольные моменты в лабораторной системе отсчета, причем проекции векторов $\vec{\mu}\,(\mu_\rho,\ \mu_\varphi,\ \mu_z)$ и $\vec{\pi}\,(\pi_\rho,\ \pi_\varphi,\ \pi_z)$ вдоль осей локального трехграника $(\vec{e}_\rho,\ \vec{e}_\varphi,\ \vec{e}_z)$ цилиндрической системы координат остаются постоянными. Имеем

$$\mu_x = \mu_\rho \cos\tilde{\omega}t - \mu_\varphi \sin\tilde{\omega}t, \quad \mu_y = \mu_\rho \sin\tilde{\omega}\,t + \mu_\varphi \cos\tilde{\omega}\,t \tag{4}$$

и аналогичные соотношения между компонентами $\vec{\pi}$. Для дальнейших вычислений в (2) мы должны воспользоваться суммой

$$\exp[-ix\sin\alpha] = \sum_{p=-\infty}^{\infty} J_p(x)\exp[-ip\alpha]$$

и суммами, получающимися отсюда дифференцированием по x и α. Интегрирование по азимутальному углу Ψ, по k и t' аналогично [5]. Окончательно получаем следующее выражение для количества энергии, излучаемой в единицу времени:

$$P = \frac{1}{c^2}\int_0^\infty \int_0^\pi \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{\mu\omega^2}{c'}\langle\ldots\rangle\, \delta(\omega\beta_\parallel n\cos\theta + \tilde{\omega}p - \omega)\sin\theta\, d\theta\, d\omega \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
\langle\ldots\rangle = \Bigl\langle e^2 \Bigl\{\Bigl[v_\parallel^2 + \frac{p^2R^2\tilde{\omega}^2}{x^2} - \Bigl(\frac{pR\tilde{\omega}\sin\theta}{x} + v_\parallel\cos\theta\Bigr)^2\Bigr] J_p^2 + R^2\tilde{\omega}^2 J_p'^2\Bigr\} + \\
+ \tilde{\omega}^2\Bigl[\pi_\rho^2\Bigl(J_p'^2 + \frac{p^2}{x^2}J_p^2\cos^2\theta\Bigr) + \pi_\varphi^2\Bigl(J_p'^2\cos^2\theta + \frac{p^2}{x^2}J_p^2\Bigr)\Bigr] + \\
+ \frac{n^2\omega^2}{c^2}\Bigl\{\pi_z^2\sin^2\theta\Bigl(\frac{pR\tilde{\omega}\sin\theta}{x} + v_\parallel\cos\theta\Bigr)^2 J_p^2 + (\pi_\varphi^2\cos^2\theta + \pi_\rho^2)\times \\
\times\Bigl[R\tilde{\omega}\sin\theta\,(J_p + J_p'') + \frac{pv_\parallel\cos\theta}{x}J_p\Bigr]^2 + (\pi_\varphi^2 + \pi_\rho^2\cos^2\theta)\times \\
\times\Bigl[R\tilde{\omega}\sin\theta\Bigl(\frac{p}{x}J_p' - \frac{p}{x^2}J_p\Bigr) + v_\parallel\cos\theta\, J_p'\Bigr]^2 - \pi_z\pi_\varphi\sin 2\theta\times \\
\times\Bigl(\frac{pR\tilde{\omega}\sin\theta}{x} + v_\parallel\cos\theta\Bigr)J_p\Bigl[R\tilde{\omega}\sin\theta\,(J_p + J_p'') + \frac{pv_\parallel\cos\theta}{x}J_p\Bigr]\Bigr\} + \\
+ n^2\omega^2\Bigl\{\mu_z^2\sin^2\theta\, J_p^2 + (\mu_\rho^2 + \mu_\varphi^2\cos^2\theta)\frac{p^2}{x^2}J_p^2 + (\mu_\varphi^2 + \mu_\rho^2\cos^2\theta)J_p'^2 - \\
- \mu_\varphi\mu_z\sin 2\theta\,\frac{p}{x}J_p^2\Bigr\} + 2\frac{n^2\omega^2}{c}\Bigl\{\pi_z\mu_\rho\sin\theta\Bigl(\frac{pR\tilde{\omega}\sin\theta}{x} + v_\parallel\cos\theta\Bigr)\times \\
\times\frac{p}{x}J_p^2 - \mu_z\pi_\rho\sin\theta\Bigl[R\tilde{\omega}\sin\theta\,(J_p + J_p'') + \frac{pv_\parallel\cos\theta}{x}J_p\Bigr]J_p - \\
- \cos\theta\,(\mu_\rho\pi_\varphi - \mu_\varphi\pi_\rho)R\tilde{\omega}\sin\theta\Bigl[(J_p + J_p'')\frac{p}{x}J_p + \Bigl(\frac{p}{x}J_p' - \frac{p}{x^2}J_p\Bigr)J_p'\Bigr] - \\
- v_\parallel\cos^2\theta\,(\mu_\rho\pi_\varphi - \mu_\varphi\pi_\rho)\Bigl(J_p'^2 + \frac{p^2}{x^2}J_p^2\Bigr)\Bigr\} + e\pi_\rho\tilde{\omega}\Bigl[2R\tilde{\omega}\,(J_p'^2 + \\
+ \frac{p^2}{x^2}J_p^2\cos^2\theta) - v_\parallel\sin 2\theta\,\frac{p}{x}J_p^2\Bigr] + 2e\omega n J_p\Bigl[-\mu_z R\tilde{\omega}\sin\theta\, J_p' + \\
+ \mu_\varphi J_p'\Bigl(\frac{2p}{x}R\tilde{\omega}\cos\theta - v_\parallel\sin\theta\Bigr)\Bigr] + 2n\omega J_p J_p'\tilde{\omega}\Bigl[-\mu_z\pi_\rho\sin\theta -
\end{aligned}$$

$$-2\cos\theta\,(\pi_\varphi\,\mu_\rho-\pi_\rho\,\mu_\varphi)\,\frac{p}{x}\Big]+2e\pi_\rho\,\frac{n\omega}{c}\Big[\sin\theta\cos\theta\,\tilde{\omega}R\times$$

$$\times J_p\left(\frac{p}{x}J_p'-\frac{p}{x^2}J_p\right)\left(\frac{p}{x}R\tilde{\omega}\cos\theta-\sin\theta\,v_\parallel\right)+$$

$$+J_pJ_p'v_\parallel\cos\theta\left(2\frac{p}{x}R\tilde{\omega}-v_\parallel\cos\theta\sin\theta-\frac{p}{x}R\tilde{\omega}\sin^2\theta\right)+$$

$$+\sin\theta R^2\tilde{\omega}^2J_p'(J_p+J_p'')\Big]+2\frac{n\omega}{c}\tilde{\omega}\sin\theta\Big\{(\pi_\rho^2+\pi_\varphi^2)\times$$

$$\times\Big[R\tilde{\omega}\frac{p}{x}J_p\left(\frac{p}{x}J_p'-\frac{p}{x^2}J_p\right)+R\tilde{\omega}J_p'(J_p+J_p'')+2v_\parallel\operatorname{ctg}\theta\times$$

$$\times\frac{p}{x}J_pJ_p'\Big]-\pi_\rho^2\sin\theta\,\frac{p}{x}J_p\Big[v_\parallel\cos\theta J_p'+R\tilde{\omega}\sin\theta\Big(\frac{p}{x}J_p'-$$

$$-\frac{p}{x^2}J_p\Big)\Big]-\pi_\varphi^2\sin\theta J_p'\Big[v_\parallel\cos\theta\frac{p}{x}J_p+R\tilde{\omega}\sin\theta(J_p+J_p'')\Big]-$$

$$-\pi_\varphi\pi_z\cos\theta J_p'J_p\left(v_\parallel\cos\theta+R\tilde{\omega}\sin\theta\frac{p}{x}\right)\Big\}\Big\rangle. \tag{6}$$

Здесь J_p, J_p', J_p'' зависят от аргумента

$$x=\frac{\omega n}{c}R\sin\theta,\quad c'=\frac{c}{n},\quad n=n(\omega)=\sqrt{\varepsilon\mu},\quad \beta_\parallel=\frac{v_\parallel}{c}.$$

Положим, в (5), (6) $\tilde{\omega}=0$. Используя значения сумм

$$\sum_{p=-\infty}^{\infty}J_p^2(x)=1;\quad \sum_{p=-\infty}^{\infty}J_p'^2(x)=\frac{1}{2};\quad \sum_{p=-\infty}^{\infty}\frac{p^2}{x^2}J_p^2(x)=\frac{1}{2}; \tag{7}$$

$$\sum_{p=-\infty}^{\infty}J_pJ_p'=0;\quad \sum_{p=-\infty}^{\infty}pJ_pJ_p'=0;\quad \sum_{p=-\infty}^{\infty}pJ_p^2=0 \tag{8}$$

и интегрируя в (5), (6) по θ, при $n\beta_\parallel>1$ находим

$$P=\frac{e^2v_\parallel}{c^2}\int\mu\omega\left(1-\frac{1}{n^2\beta_\parallel^2}\right)d\omega+\frac{2v_\parallel(\mu_\varphi\pi_\rho-\mu_\rho\pi_\varphi)}{v_\parallel^3c}\int\mu\omega^3d\omega+$$

$$+\frac{v_\parallel}{v_\parallel^2c^2}\int\mu\omega^3\left[\pi_z^2\left(1-\frac{1}{n^2\beta_\parallel^2}\right)+\frac{(\pi_\rho^2+\pi_\varphi^2)}{2}\left(1+\frac{1}{n^2\beta_\parallel^2}\right)\right]d\omega+$$

$$+\frac{v_\parallel}{v_\parallel^2c^2}\int\mu n^2\omega^3\left[\mu_z^2\left(1-\frac{1}{n^2\beta_\parallel^2}\right)+\frac{(\mu_\rho^2+\mu_\varphi^2)}{2}\left(1+\frac{1}{n^2\beta_\parallel^2}\right)\right]d\omega. \tag{9}$$

При $n\beta_\parallel<1$ получаем $P=0$. Если в формуле (9) сделать преобразования (17) [7] к значениям $\vec{\mu}$ и $\vec{\pi}$ в системе покоя, то получим известные результаты [8—10, 7] для интенсивности излучения Вавилова — Черенкова зарядом и дипольными моментами.

Нетрудно получить формулы (28) и (29) работы [3], а также подтвердить замечания относительно интенсивности излучения вращающимися диполями в среде, сделанные на стр. 406 в [1].

Положим в (5), (6) $\varepsilon=\mu=1$, $e=0$, $\vec{\pi}=0$, $\mu_\varphi=0$ и после вычислений устремим $R\to0$ (частица равномерно движется вдоль оси z, ее момент $\vec{\mu}$ равномерно вращается около этой оси). Мы получим

$$P=\frac{\mu_\rho^2\widetilde{\omega}^4}{4c^3}\int\limits_0^\pi\frac{(1+\cos^2\theta)\sin\theta\,d\theta}{(1-\beta_\parallel\cos\theta)^5}=\frac{2}{3}\,\frac{\mu_\rho^2\widetilde{\omega}^4}{c^3}\,\frac{1+2\beta_\parallel^2}{(1-\beta_\parallel^2)^4}. \tag{10}$$

При $\beta_\parallel=0$ получаем результат [11].

Авторы благодарят профессора А. А. Соколова за обсуждение настоящей работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В. Л. «Успехи физических наук», 103, 393, 1971.
2. Сб. «Явления нестационарности и звездная эволюция», под ред. А. А. Боярчука, гл. 3. М., «Наука», 1972.
3. Докучаев В. П. «Изв. вузов», радиофизика, 14, 60, 1971.
4. Соколов А. А., Жуковский В. Ч. и др. «Изв. вузов», радиофизика, № 2, 107, 1971.
5. Куканов А. Б. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астр., 11, № 5, 132, 1971.
6. Куканов А. Б. «Изв. вузов», физика, № 1, 47, 1970.
7. Куканов А. Б. «Изв. вузов», физика, № 2, 28, 1961.
8. Тамм И. Е., Франк И. М. ДАН СССР, 14, 107, 1937.
9. Гинзбург В. Л. ЖЭТФ. 10, 589, 1940.
10. Франк И. М. «Изв. АН СССР», сер. физика, 6, 3, 1942.
11. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. «Классическая теория поля». М., «Наука», 1967, стр. 247.

Поступила в редакцию
15.11 1971 г.

Кафедра
теоретической физики

УДК 525.11 : 525.223

Л. А. САВРОВ

СВЯЗЬ КОЭФФИЦИЕНТОВ СФЕРИЧЕСКОГО И ЭЛЛИПСОИДАЛЬНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ В СЛУЧАЕ ЗЕМНОГО ДВУХОСНОГО ЭЛЛИПСОИДА

Используя выражения разложения потенциала в ряд по сферическим функциям в случае симметрии по отношению к оси вращения Земли [1], можно написать для силы тяжести на поверхности земного двухосного эллипсоида вращения формулу

$$g=\sum_{n=0}^{\infty}(n+1)\frac{\rho_0^n}{\rho^{n+2}}\,I_nP_n(\varphi)\,\frac{\partial\rho}{\partial r}, \tag{1}$$

где I_n — зональные сферические коэффициенты, зависящие от распределения плотности внутри Земли, $P_n(\varphi)$ — полиномы Лежандра, ρ_0 — радиус выбранной сферы, ρ — расстояние от центра Земли (начала системы координат) до земной поверхности; r — нормаль к земной поверхности в точке с координатами λ, μ, ν, φ — широта. В системе эллипсоидальных координат λ, μ, ν на поверхности эллипсоида Земли ($\lambda=0$) для осесимметричного случая ($\nu=\text{const}$, $E_n^m(\nu)=\text{const}$) формула разложения силы тяжести по произведениям эллипсоидальных функций $E(\mu)E(\nu)$ [2] примет вид

$$g=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=1}^{2n+1}C_n^m\,E_n^m(\mu), \tag{2}$$

где $C_n^m=B_n^mE_n^m(\nu=\text{const})$ — коэффициенты эллипсоидального разложения, $E_n^m(\mu)$ — эллипсоидальные функции n-го порядка, m — индекс, показывающий число функций соответствующего из четырех типов.