тельно исходного пространства [2].) Таким образом заряженный гравитирующий центр отталкивает нейтральную частицу.

Это поле интересно еще тем, что в нем можно осуществить колебательное движение (с точки зрения покоящегося наблюдателя). Колебательным будет движение частицы, для которой $a<1$. В случае малых колебаний период не зависит от амплитуды и равен

$$T = 2 \cdot \frac{e^2}{m} \frac{e^2}{\varkappa m^2} \left(\frac{e^2}{\varkappa m^2} - 1 \right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Что касается реальности соотношения $e > \sqrt{\varkappa}\, m$, заметим, что для протона и электрона это соотношение выполняется

$$e_p \approx 10^{18} \sqrt{\varkappa}\, m_p.$$

Поэтому достаточно, чтобы на 10^{18} нуклонов был хотя бы один протон, не скомпенсированный электроном, чтобы $e > \sqrt{\varkappa}\, m$.

В астрофизике такая ситуация ($e > \sqrt{\varkappa}\, m$) могла бы возникнуть, если учесть гравитационный дефект масс (масса полузамкнутого распределения, наблюдаемая внешним наблюдателем, может быть сколь угодно мала [3]).

ЛИТЕРАТУРА

1. Geroch R. J. Math. Phys., 9, 450, 1968.
2. Новиков И. Д. «Астрономический журнал», 43, 911, 1966.
3. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Релятивистская астрофизика. М., «Наука», 1967.

Поступила в редакцию
12.12 1971 г.

Кафедра
теоретической физики

УДК 621.37.83 : 535.353

Э. А. АСМАРЯН

ВЛИЯНИЕ УПРУГИХ СТОЛКНОВЕНИЙ НА ИНТЕНСИВНОСТИ ЕСТЕСТВЕННЫХ ФЛУКТУАЦИЙ В He—Ne ЛАЗЕРЕ

Влияние столкновений на излучение в газовых лазерах исследовалось в ряде работ [1—3]. В работе [1] анализ роли столкновений состоял в решении системы уравнений для матрицы $\hat{\sigma}$, определяющей мощность излучения, и в последующем усреднении полученного решения по параметрам столкновений. В работах [4, 5] определяются интенсивности источников флуктуаций в газовых лазерах на основе системы уравнений для элементов матрицы плотности с диссипативными параметрами γ_a, γ_b, γ_{ab}, зависящими от давления. Тем самым учитывается влияние столкновений на времена жизни атомов в возбужденных состояниях. Влияние же столкновений на форму допплеровского контура не учитывается.

В настоящей работе исследуются интенсивности источников естественных флуктуаций с учетом столкновений, меняющих скорости атомов. В систему уравнений для элементов матрицы плотности, используемую в [4, 5], соответствующим образом вводятся интегралы столкновений, описывающие ту или иную модель упругих столкновений:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \frac{\partial}{\partial \vec{R}} \right) f_a(\vec{R}, \vec{V}, t) = \frac{ie}{\hbar} (\vec{r}_{ab} f_{ba} - \vec{r}_{ba} f_{ab}) \vec{E} - \gamma_a (f_a - f_a^0) + S_a,$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \frac{\partial}{\partial \vec{R}} \right) f_b(\vec{R}, \vec{V}, t) = -\frac{ie}{\hbar} (\vec{r}_{ab} f_{ba} - \vec{r}_{ba} f_{ab}) \vec{E} - \gamma_b (f_b - f_b^0) + S_b,$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\vec{V}\frac{\partial}{\partial \vec{R}}+i\omega_{ab}+i\Delta\right)f_{ab}(\vec{R},\vec{V},t)=\frac{ie}{\hbar}(f_b-f_a)(\vec{r}_{ab}\vec{E})+S_{ab},$$

$$f_{ba}=f^*_{ab}. \tag{1}$$

где S_a, S_b, S_{ab} — интегралы упругих столкновений. В модели сильных столкновений [1] они имеют вид

$$S_k=\nu_k W(\vec{V})\int f_k(\vec{R},\vec{V}',t)\,d\vec{V}',\quad (k=a,\,b,\,ab), \tag{2}$$

где ν_k — соответствующие частоты столкновений, меняющие распределение по скоростям элементов матрицы плотности, $W(V)$ — распределение Максвелла.

Для определенности рассмотрим кольцевой лазер в режиме одной бегущей волны. Тогда поле в резонаторе запишется в виде

$$\vec{E}=\vec{E}_0\exp\left[-i\left(\Omega_0 t-\vec{k}_0\vec{R}+\varphi\right)\right]. \tag{3}$$

Уравнения для амплитуды и фазы поля [6] имеют вид

$$\frac{dE}{dt}=-\frac{\Omega_0}{2}\left(4\pi\varkappa''+\frac{1}{Q}\right)E+\Omega_0\xi_0(t), \tag{4}$$

$$\frac{d\varphi}{dt}=-\frac{\Omega_0}{2}4\pi\varkappa'+\frac{\Omega_0}{E}\xi_\varphi(t), \tag{5}$$

где $\varkappa'$ и $\varkappa''$ — действительная и мнимая части поляризуемости среды, Q — добротность резонатора. Величины ξ_a и ξ_φ являются источниками флуктуаций амплитуды и фазы.

Уравнения (4) и (5) справедливы при условии, когда $\frac{Q}{\Omega_0}\gg\frac{L}{c}$, где L — размер резонатора.

Нашей задачей является определение спектральных функций флуктуаций амплитуды и фазы, определяемых флуктуациями поляризации среды. Тепловые флуктуации рассматривать не будем. Тогда ξ_a и ξ_φ будут иметь вид [6]:

$$\begin{aligned}\xi_a&=-\frac{4\pi}{V}\int\vec{e}\,\delta\vec{P}\sin\left(\Omega_0 t-\vec{k}_0\vec{R}+\varphi\right)dV,\\ \xi_\varphi&=-\frac{4\pi}{V}\int\vec{e}\,\delta\vec{P}\cos\left(\Omega_0 t-\vec{k}_0\vec{R}+\varphi\right)dV,\end{aligned} \tag{6}$$

$\vec{e}$ — единичный вектор в направлении $\vec{E}$. Флуктуации поляризации определяются так:

$$\delta\vec{P}_{ab}=eN\int\left(\vec{r}_{ba}\delta f_{ab}+\vec{r}_{ab}\delta f_{ba}\right)\frac{d\vec{P}}{(2\pi\hbar)^3}. \tag{7}$$

Из уравнения (5) можно получить выражение для спектральной плотности флуктуаций частоты. Оно имеет вид (если пренебречь влиянием амплитудных флуктуаций на флуктуации фазы и частоты) [6]:

$$(\delta\dot{\varphi})^2_\omega=\frac{\Omega_0^2}{E^2}\left(\xi_\varphi^2\right)_\omega. \tag{8}$$

С другой стороны, флуктуации частоты определяют изменение набега фазы, или коэффициент диффузии фазы (см. [6]), который для режима одной бегущей волны совпадает с шириной линии излучения лазера:

$$\Delta\omega=D=\frac{\Omega_0^2}{E^2}\left(\xi_\varphi^2\right)_{\omega=0}. \tag{9}$$

Из (6) и (7) видно, что $(\xi_a^2)_\omega$ и $(\xi_\varphi^2)_\omega$ выражаются через спектральные функции $(\delta f_{ab}\delta f^*_{ab})_\omega$, $(\delta f_{ba}\delta f_{ab})_\omega$. Систему уравнений для последних получим из системы (1) способом, использованным в [5]. Решая эту систему и подставляя решение в выражения для $(\xi_a^2)_0$ и $(\xi_\varphi^2)_0$, получим

$$(\xi_a^2)_0 = \frac{8\pi^2 e^2 n |\vec{r}_{ab}|^2 R^0}{V} \frac{1}{G} [(\gamma_{ab} + \nu_{ab}) I_1 + \nu_{ab} (\gamma_{ab} + \nu_{ab})^2 (1 + aE_0^2) I_1^2 + \nu_{ab} I_2^2], \tag{10}$$

$$\Delta\omega = \frac{8\pi^2 e^2 n |\vec{r}_{ab}|^2 R^0 \Omega_0^2}{VE_0^2} \cdot \frac{1}{G} \Big\{ (\gamma_{ab} + \nu_{ab}) (1 + aE_0^2) I_1 -$$

$$- (\gamma_{ab} + \nu_{ab})^2 (1 + aE_0^2) \left[\nu_{ab} + (\gamma_{ab} + \nu_{ab}) \frac{\nu_a}{\gamma} aE_0^2 \right] I_1^2 -$$

$$- \left[\nu_{ab} - (\gamma_{ab} + \nu_{ab}) \frac{\nu_a}{\gamma} aE_0^2 \right] I_2^2 \Big\}. \tag{11}$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$G = 1 - \left[\nu_{ab} (\gamma_{ab} + \nu_{ab}) (2 + aE_0^2) + (\gamma_{ab} + \nu_{ab})^2 \frac{\nu_a}{\gamma} aE_0^2 \right] I_1 +$$

$$+ \left[(\gamma_{ab} + \nu_{ab})^2 (1 + aE_0^2) \nu_{ab}^2 + \nu_{ab} (\gamma_{ab} + \nu_{ab})^3 (1 + aE_0^2) \frac{\nu_a}{\gamma} aE_0^2 \right] I_1^2 -$$

$$- \left[\nu_{ab}^2 - \nu_{ab} (\gamma_{ab} + \nu_{ab}) \frac{\nu_a}{\gamma} aE_0^2 \right] I_2^2;$$

$$I_1 = \int \frac{W(\vec{V})\, d\vec{V}}{(\mu - \vec{k}_0\vec{V} - \Delta)^2 + (\gamma_{ab} + \nu_{ab})^2 (1 + aE_0^2)},$$

$$I_2 = \int \frac{(\mu - \vec{k}_0\vec{V} - \Delta)\, W(\vec{V})\, d\vec{V}}{(\mu - \vec{k}_0\vec{V})^2 + (\gamma_{ab} + \nu_{ab})^2 (1 + aE_0^2)},$$

$$a = \frac{2e^2 |\vec{r}_{ab}|^2}{3(\gamma + \nu_a)(\gamma_{ab} + \nu_{ab})\hbar^2}, \quad \mu = \Omega_0 - \omega_{ab}; \quad \gamma_a = \gamma_b = \gamma,$$

$$\nu_a = \nu_b, \; R^0 = \rho_a^0 + \rho_b^0, \; \rho_a^0 = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \int f_a^0 d\vec{P}.$$

Обычно в He—Ne лазерах выполняются условия:

$$\gamma, \gamma_{ab} \ll k_0 u; \quad \gamma^2 aE_0^2 \ll (k_0 u)^2, \tag{12}$$

где u — средняя тепловая скорость атомов. Учитывая (12), а также принимая ν_a, $\nu_{ab} \ll k_0 u$, в предельных случаях получим.

1. В случае слабых полей $aE_0^2 \ll 1$.

$$(\xi_a^{\text{п}})_0^2 = \frac{4\pi^{5/2} e^2 n |\vec{r}_{ab}|^2 R^0}{3Vk_0 u} \left\{ 1 + \sqrt{\pi} \frac{\nu_{ab}}{k_0 u} - \left[\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{\pi}(\gamma_{ab} + \nu_{ab})\nu_a}{\gamma k_0 u} \right] aE_0^2 \right\}, \tag{13}$$

$$\Delta\omega = \frac{4\pi^{5/2} e^2 n |\vec{r}_{ab}|^2 R^0 \Omega_0^2}{3Vk_0 u E_0^2} \left\{ 1 + \sqrt{\pi} \frac{\nu_{ab}}{k_0 u} + \left[\frac{1}{2} + 2\sqrt{\pi} \frac{\nu_{ab}}{k_0 u} \right] aE_0^2 \right\}. \tag{14}$$

При $\nu_a = \nu_{ab} = 0$ эти выражения совпадают с результатами работы [5]. Наличие столкновений в этом случае не приводит к изменению зависимости ширины линии от поля, оно приводит лишь к изменению коэффициентов в линейной зависимости от E_0^2. Эти поправки можно оценить, используя численные данные для ν_{ab}, ν_a, γ_{ab}, $k_0 u$ (они взяты из работы [2]):

$$\nu_{ab} \sim \nu_a \approx 34 \textit{ Мгц}, \; \gamma_{ab} \approx 90 \div 100 \textit{ Мгц}, \; k_0 u \approx 900 \textit{ Мгц}.$$

При таких параметрах поправки, даваемые членами $\sim \nu_{ab}/k_0 u$, $\gamma_{ab}/k_0 u$, порядка 3%.

2. В случае сильных полей $aE_0^2 \gg 1$.

В этом случае получим:

$$(\xi_a^{\text{п}})_0^2 = \frac{4\pi^{5/2} e^2 n\, |\vec{r}_{ab}|^2 R^0}{3Vk_0 u} \left\{ \left[1 - \frac{\nu_{ab}^2}{k_0^2 u^2} \right] \frac{1}{\sqrt{aE_0^2}} - \right.$$

$$\left. - \left[\frac{\pi \nu_{ab}^2}{k_0^2 u^2} + \frac{3\nu_{ab}(\gamma_{ab} + \nu_{ab})}{\gamma k_0^2 u^2} \right] \sqrt{aE_0^2} + \frac{\sqrt{\pi}(\gamma_{ab} + \nu_{ab})\nu_a}{\gamma k_0 u} \right\}; \qquad (15)$$

$$\Delta\omega = \frac{4\pi^{5/2} e^2 n\, |\vec{r}_{ab}|^2 R^0 \Omega_0^2}{3Vk_0 u E_0^2} \left[\sqrt{aE_0^2} + \sqrt{\pi} \frac{\nu_{ab}}{k_0 u} aE_0^2 - \sqrt{\pi} \frac{\nu_{ab}}{k_0 u} \right]. \qquad (16)$$

Сравнение с результатами (5) показывает, что в этом случае столкновения приводят к изменению зависимости интенсивности фазовых флуктуаций от поля (в амплитудных флуктуациях этот эффект также существует, но он слабее, так как пропорционален величине второго порядка по малому параметру $\nu_{ab}/k_0 u$, $\gamma_{ab}/k_0 u$). Именно, в этом случае в выражении для ширины линии (16) появляется, во-первых, член, не зависящий от поля, а во-вторых, член, пропорциональный W^{-1}, где $W = VE_0^2/8\pi$ — энергия поля в резонаторе, причем этот член входит со знаком минус, т. е. уменьшает ширину линии. Однако эта вторая поправка меньше первой вследствие того, что $aE_0^2 \gg 1$.

Выражаю глубокую благодарность проф. Ю. Л. Климонтовичу за внимание к работе и ценные указания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Раутиан С. Г. Труды ФИАН, **43**, 1970; Нелинейная оптика. М., 1968.
2. Gyorffy B. L., Borenstein M., Lamb. W. E. Phys. Rev. **169**, 340, 1968.
3. Stenholm S. JEEE — Quant. Electronics, 1969.
4. Климонтович Ю. Л., Ланда П. С. ЖЭТФ, **58**, 1367, 1970.
5. Климонтович Ю. Л. «Успехи физических наук», **101**, № 4, 1970.
6. Климонтович Ю. Л., Ковалев А. С., Ланда П. С. «Успехи физических наук», **106**, вып. 2, 1972.

Поступила в редакцию
8.7 1971 г.

Кафедра
теоретической физики

УДК 621.8.0343

В. П. ВОРОНИН, Л. К. ЗАРЕМБО

ОПТИЧЕСКИЙ МЕТОД ПРИЕМА КАПИЛЛЯРНЫХ ВОЛН

В первых экспериментальных работах [1, 2, 3] по исследованию нелинейных и параметрических эффектов в поверхностных волнах использовались контактные электрические приемники, действие которых основано на изменении импеданса тонкой иглы при погружении ее в жидкость. Высокая чувствительность этих приемников (14 *в/см* [4]) может быть получена только для сред с конечной проводимостью, что исключает возможность проведения измерений на многих чистых жидкостях. Минимальные амплитуды смещений, фиксируемые таким приемником, ограничиваются шумами и составляют $\sim 5 \cdot 10^{-4}$ *см*. Использование таких датчиков в области чисто капиллярных волн затрудняется также из-за возмущения поля мениском, размеры которого сравнимы с длиной исследуемой волны.

Оптические методы индикации поля капиллярных волн применялись и ранее [5]. В этой заметке сообщается о чувствительном оптическом методе приема капиллярных волн (метод принципиально пригоден и для работы в области гравитационных волн), позволяющем в отличие от ранее существовавших методов получить форму профиля волны, а также измерить абсолютные величины амплитуд.

Из закона преломления света следует, что для волны $y(x, t)$, распространяющейся по поверхности П (рис. 1), смещение $x(t)$ луча в плоскости D, отстоящей на d от П, связано с ее мгновенной крутизной $\partial y/\partial x$ в точке поверхности x_0 линейным соотношением

$$\left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{x=x_0} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{n}{n-1} \cdot \frac{x(t)}{d} \qquad (1)$$