Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 1 — 1973

УДК 530.145

А. Г. КУЛЬКИН, Ю. Г. ПАВЛЕНКО

ИНДУЦИРОВАННОЕ СИНХРОТРОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА, ДВИЖУЩЕГОСЯ В СРЕДЕ

Методами квантовой электродинамики исследуются вынужденное излучение и поглощение электромагнитных волн электроном, движущимся по винтовой линии в среде. Получены выражения для мощности излучения главных компонентов поляризации.

В настоящее время достаточно полно исследовано индуцированное излучение электронов, движущихся в магнитном поле в вакууме [1—4]. Наличие среды радикальным образом изменяет условия возникновения индуцированного излучения и поглощения. Особый интерес представляет излучение при сверхсветовом движении. В этом случае в области аномального эффекта Допплера [5] излучение возникает при переходах из низших по главному квантовому числу состояний в верхние, тогда как при досветовом движении характер переходов тот же, что и в вакууме. При сверхсветовом движении возникает также черенковское излучение, которое приобретает теперь ряд особенностей, обусловленных присутствием магнитного поля.

Индуцированные процессы излучения и поглощения детально изучались в связи с проблемой ускорения частиц, движущихся в среде [6]. В работе [7] показано, что при наличии магнитного поля эффективность взаимодействия излучения с релятивистскими электронами снижается при движении по винтовой линии. По этой причине в основном изучалась возможность ускорения в плоскости, перпендикулярной полю [6, 8].

В данной работе мы рассмотрим противоположный аспект задачи, т. е. выясним, при каких условиях становится возможным усиление внешнего излучения за счет торможения электронов.

Обсудим общий случай взаимодействия с излучением электрона, движущегося по винтовой линии в прозрачной изотропной среде с коэффициентом преломления $n(\omega)$. Предполагается, что среда не обладает пространственной дисперсией.

Состояние электрона определяется значениями главного квантового числа N и проекцией импульса на направление поля p_z. Энергия электрона

$$E = (m^2c^4 + p_z^2 c^2 + p_\perp^2 c^2)^{1/2}, \qquad p_\perp^2 = \frac{2e_0\hbar H}{c} N. \tag{1}$$

Выражение для мощности индуцированного излучения можно получить исходя из наглядных физических соображений [6]. Более корректный вывод может быть получен методами квантовой электродинамики. Вычисляя среднее значение оператора производной от энергии внешнего излучения по состоянию с числом фотонов $N_\lambda(\vec{n}, \omega)$, находим интенсивность индуцированного излучения [9]

$$P = \sum_{i, f, \vec{k}, \lambda} \hbar\omega 2\pi\hbar \{ |T_{fi}^{+}|^2 N_\lambda \delta(\hbar\omega - E_i + E_f) -$$

$$- |T_{fi}|^2 N_\lambda \delta(\hbar\omega - E_f + E_i)\} F_i,$$

$$T_{fi}^{+} = -\frac{i}{\hbar}\sqrt{4\pi c^2\hbar}\int \bar{\psi}_f \hat{\vec{e}}^* \psi_i e^{i\vec{k}\vec{x}} d\vec{x}. \tag{2}$$

Здесь T_{fi}^{+} — матричный элемент для излучения фотона, $F_i(N, p_z)$ — заселенность i-того состояния, $N_\lambda(\vec{n}, \omega)$ — число фотонов внешнего излучения с поляризацией λ, падающих в направлении $\vec{n}$, связано со спектрально-угловой плотностью соотношением

$$N_\lambda(\vec{n}, \omega) = \frac{2(2\pi c)^3}{\hbar n\omega^2\nu}\rho_\lambda(\vec{n}, \omega), \qquad \nu = \frac{\partial}{\partial\omega}(n^2\omega^2). \tag{3}$$

Учитывая, что $T_{fi}^{+} = T_{if}$, из (2) находим

$$P = \sum \hbar\omega 2\pi\hbar |T_{fi}^{+}|^2 N_\lambda \delta(\hbar\omega - E_i + E_f)(F_i - F_f). \tag{4}$$

Поскольку при излучении изменения импульса $\Delta p_\perp^2 = \frac{2e\hbar H}{c}s$, $\Delta p_z = \hbar k_z$ малы, то можно положить

$$F_i - F_f = \hbar\left(\frac{seH}{cp_\perp}\frac{\partial F_i}{\partial p_\perp} + k_z\frac{\partial F_i}{\partial p_z}\right) + \ldots$$

Подставляя это разложение в (4) и переходя от заселенности F_i к функции распределения частиц по импульсам $F(p_\perp, p_z)$, найдем

$$P = \int d\vec{p}\, d\omega dO \sum_s \hbar N_\lambda P_s^{(\lambda)}(\vec{n}, \omega, \vec{p})\left(\frac{seH}{cp_\perp}\frac{\partial F}{\partial p_\perp} + k_z\frac{\partial F}{\partial p_z}\right), \tag{5}$$

где $P_s^{(\lambda)}$ — интенсивность спонтанного излучения, вычисленная в классическом пределе $\hbar \to 0$. В этом случае мощность индуцированного излучения не зависит от постоянной Планка.

В дальнейшем мы рассмотрим частный случай моноэнергетического распределения электронов по импульсам, когда

$$F(p_\perp, p_z) = \frac{1}{2\pi p_\perp}\delta(p_\perp - p_{\perp 0})\delta(p_z - p_{z0}).$$

При этом из (5) получим

$$P_{s(\text{инд})}^{(\lambda)} = -\int \frac{2(2\pi c)^3}{n\omega^2\nu}\left\{\frac{seH}{cp_\perp}\frac{\partial}{\partial p_\perp}[\rho_\lambda P_s^{(\lambda)}(\vec{n}, \omega)] + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial}{\partial p_z}[k_z\rho_\lambda P_s^{(\lambda)}(\vec{n}, \omega)]\right\} d\omega dO. \tag{6}$$

Для двух главных компонентов поляризации [10] интенсивности излучения соответственно равны

$$P_s^\pi(\vec{n},\ \omega)=\frac{e^2\omega^2 n}{2\pi c}I_s^2(\eta)\left(\frac{s\beta_\perp\cos\nu}{\eta}-\beta_z\sin\vartheta\right)^2\delta(\omega\Delta-s\Omega),\tag{7}$$

$$P_s^\sigma(\vec{n},\ \omega)=\frac{e^2\omega^2 n}{2\pi c}\beta_\perp^2 I_s'^2(\eta)\,\delta(\omega\Delta-s\Omega),\tag{8}$$

$$\eta=\frac{\omega}{\Omega}n\beta_\perp\sin\vartheta,\qquad \Omega=\frac{eHc}{E},\qquad \Delta=1-n\beta_z\cos\vartheta.$$

Здесь $c\beta_\perp$, $c\beta_z$ — составляющие скорости электрона поперек и вдоль поля, E — энергия электрона. Из (7) и (8) следует, что черенковское излучение ($s=0$) возможно при условии $n\beta_z\cos\vartheta=1$. Нечеренковское излучение ($s\neq0$) возникает на частотах ω, удовлетворяющих условию

$$\omega=\frac{s\Omega}{1-n(\omega)\beta_z\cos\vartheta}.\tag{9}$$

При досветовом движении ($n\beta_z<1$) черенковское излучение отсутствует, а синхротронное излучение имеет тот же характер, что и при движении в вакууме. При сверхсветовом движении ($n\beta_z>1$) излучению отвечают переходы с $s>0$ в области нормального эффекта Допплера $\left(-1\leqslant\cos\vartheta<\frac{1}{n\beta_z}\right)$ и переходы с $s<0$ в области аномального эффекта Допплера $\left(\frac{1}{n\beta_z}<\cos\vartheta\leqslant1\right)$. Излучение, не сопровождающееся изменением главного квантового числа N, распространяется по поверхности черенковского конуса под углом $\vartheta=\arccos\frac{1}{n\beta_z}$.

Подставляя (7) и (8) в (6), найдем интенсивность индуцированного излучения двух главных компонентов поляризации

$$\begin{aligned}\frac{dP_\pi}{d\omega}=&-\frac{2(2\pi)^3e^2c^2}{n^2\nu E}\frac{\cos\vartheta-n\beta_z}{\sin^2\vartheta}\left\{2I_s^2(\eta)\frac{1}{n\beta_z\sin^2\vartheta}\times\right.\\&\times\left[\cos\vartheta\sin^2\vartheta(\beta_z-n\cos\vartheta)+\frac{s\Omega}{n\omega}(1-n^2\cos^2\vartheta)\right]\rho_\pi+\\&+I_s^2(\eta)\frac{(\cos\vartheta-n\beta_z)(1-n^2\cos^2\vartheta)}{n^2\beta_z^2}\frac{\partial\rho_\pi}{\partial\cos\vartheta}+2I_s(\eta)I_s'(\eta)\frac{\omega}{\Omega}\times\\&\left.\times\frac{\cos\vartheta-n\beta_z}{\beta_z\beta_\perp}\left[\frac{s\Omega}{\omega}\sin\vartheta-\frac{\beta_\perp^2}{n\beta_z}\operatorname{ctg}\vartheta(1-n^2\cos^2\vartheta)\right]\rho_\pi\right\},\end{aligned}\tag{10}$$

$$\begin{aligned}\frac{dP_\sigma}{d\omega}=&-\frac{2(2\pi)^3e^2c^2}{\nu E}\left\{2I_s'^2(\eta)\frac{(1-n^2)\beta_\perp^2}{n^2\beta_z^2}\frac{\cos\vartheta}{\sin^2\vartheta}\rho_\sigma-\right.\\&-2I_s(\eta)I_s'(\eta)\frac{\omega}{\Omega}\frac{\beta_\perp}{\beta_z}\left(1-\frac{s^2}{\eta^2}\right)\left[\frac{s\Omega}{\omega}\sin\vartheta-\frac{\beta_\perp^2}{n\beta_z}\operatorname{ctg}\vartheta(1-n^2\cos^2\vartheta)\right]\rho_\sigma+\\&\left.+I_s'^2(\eta)\frac{\bar\beta_\perp^2}{n^2\beta_z^2}(1-n^2\cos^2\vartheta)\frac{\partial\rho_\sigma}{\partial\cos\vartheta}\right\},\end{aligned}$$

$$\cos\vartheta=\frac{1}{n\beta_z}\left(1-\frac{s\Omega}{\omega}\right).\tag{11}$$

Случай движения поперек поля ($\beta_z = 0$) подробно исследован [6]. Мы обсудим далее особенности излучения при движении электрона с произвольной составляющей скорости β_z и нерелятивистской поперечной составляющей $\beta_\perp$. В том случае, когда $\eta = \frac{\omega}{\Omega} n\beta_\perp \sin\vartheta \ll 1$, основной вклад в излучение дают гармоники с $s = 0, \pm 1$. Из (10), (11) найдем с точностью до $\beta_\perp^4$ интенсивность черенковского излучения $\left(\cos\vartheta_0 = \frac{1}{n\beta_z}\right)$:

$$\frac{dP_\pi^{\text{чер}}}{d\omega} = -\frac{2(2\pi)^3 e^2 c^2}{\nu n^2 \beta_z^2 \gamma_z^2 E}\left[2\cos\vartheta_0 \rho_\pi - \sin^2\vartheta_0 \rho_\pi' - \right.$$

$$\left. - \frac{\omega^2}{\Omega^2} n^2 \beta_\perp^2 \sin^2\vartheta_0 \left(2\cos\vartheta_0 \rho_\pi - \frac{1}{2}\sin^2\vartheta_0 \rho_\pi'\right)\right], \qquad \frac{dP_\sigma^{\text{чер}}}{d\omega} = 0. \tag{12}$$

Интенсивность излучения, обусловленная переходами с изменением главного квантового числа N, определяется выражениями ($s = \pm 1$)

$$\frac{dP_\pi}{d\omega} = -\frac{(2\pi)^3 e^2 c^2}{\nu n^2 \beta_z^2 E}(n\beta_z - \cos\vartheta)\frac{\omega}{\Omega}\left\{s\eta\beta_z(n\beta_z - \cos\vartheta)\rho_\pi - \right.$$

$$- \beta_\perp^2\left[\frac{1 - n^2\cos^2\vartheta}{\sin^2\vartheta}\left(\frac{s}{n\beta_z}\cos\vartheta + \frac{\omega}{\Omega}\frac{n\beta_z - \cos\vartheta}{n\beta_z}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\omega}{\Omega} n\cos\vartheta(\beta_z - n\cos\vartheta) - s\frac{n^3\beta_z}{2}\frac{\omega^2}{\Omega^2}\sin^2\vartheta\right]\rho_\pi +$$

$$\left. + \beta_\perp^2 \frac{(\cos\vartheta - n\beta_z)(1 - n^2\cos^2\vartheta)}{2}\rho_\pi'\right\}, \tag{13}$$

$$\frac{dP_\sigma}{d\omega} = -\frac{(2\pi)^3 e^2 c^2}{\nu E}\left\{\frac{s\Omega}{n\beta_z\omega}\rho_\sigma - \frac{\beta_\perp^2}{\beta_z^2}\left[\left(\cos\vartheta + \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. + \frac{\omega}{\Omega} n\beta_z \sin^2\vartheta\left(1 + \frac{s}{2}\right)\right)\rho_\sigma - \frac{1 - n^2\cos^2\vartheta}{2n^2}\rho_\sigma'\right]\right\}. \tag{14}$$

В формуле (12)—(14) штрих обозначает дифференцирование по $\cos\vartheta$. В предельном частном случае движения вдоль поля из (13)—(14) следует, что в области аномального доплер-эффекта ($s = -1$) возникает индуцированное излучение при произвольном законе распределения плотности внешнего излучения. Частота излучения в этом случае определяется условием $\omega[n(\omega)\beta_z\cos\vartheta - 1] = \Omega$. В области нормального доплер-эффекта имеет место поглощение. На частотах, соответствующих условию $n(\omega)\beta_z\cos\theta = 1$, должно наблюдаться вынужденное черенковское поглощение. При этом должно наблюдаться ослабление π-компонента.

Суммируя интенсивность излучения двух компонент (13) и (14), нетрудно получить выражение для полной интенсивности индуцированного излучения, найденное в работе [11].

В заключение авторы благодарят участников семинара проф. А. А. Соколова за обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Schneider J. Phys. Rev. Lett., **2**, 504, 1959.
2. Соколов А. А., Тернов И. М. ДАН СССР, **166**, 1332, 1968.

3. Гальцов Д. В., Павленко Ю. Г. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 3, 114, 1968.
4. Гальцов Д. В., Жуковский В. Ч. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 4, **11**, 1968; «Изв. вузов», радиофизика, **11**, № 6, 941, 1968.
5. Гинзбург В. Л. «Успехи физических наук», **69**, 537, 1959.
6. Цытович В. Н. «Успехи физических наук», **89**, 89, 1966.
7. Цытович В. Н. «Изв. вузов», радиофизика, **6**, 918, 1963.
8. Гайлитис А., Цытович В. Н. «Радиофизика», **6**, 1103, 1963.
9. Файн В. М., Ханин Я. И. Квантовая радиофизика, § 30. М., «Советское радио», 1965.
10. Синхротронное излучение. Сб. под ред. А. А. Соколова, И. М. Тернова. М., «Наука», 1966.
11. Гальцов Д. В. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 4, 3, 1968.

Поступила в редакцию
3.9 1971 г.

Кафедра
теоретической физики