

Г. Я. МЯКИШЕВ, В. Л. КУЗНЕЦОВ

ТЕОРИЯ ДЕПРЕССИИ ДРОБОВОГО ШУМА В МОДИФИЦИРОВАННОМ ДИОДЕ

Рассматривается теория депрессии дробового шума в модифицированном диоде при наличии виртуального катода. Получено выражение для коэффициента депрессии в общем случае и проанализированы условия подавления шумов при незначительной глубине провисания потенциала относительно катода.

Теория депрессии дробового шума в плоском диоде с накаливаемым катодом рассматривалась во многих работах. Наиболее последовательная теория построена Л. А. Вайнштейном [1]. В основе теории лежит нахождение статистической характеристики плоского диода с учетом пространственного заряда.

Механизм депрессии сводится к следующему: увеличение числа электронов, эмитируемых катодом, вызывает увеличение пространственного заряда, а следовательно, и понижение минимума потенциала. Это приводит к тому, что меньшая часть электронов достигает анода и, следовательно, увеличение анодного тока будет меньшим, чем увеличение тока эмиссии. Напротив, уменьшение эмиссии катода уменьшает провисание потенциала, что частично компенсирует убыль анодного тока вследствие падения эмиссии.

В настоящей работе рассматривается аналогичный эффект для модифицированного диода, в котором ускоренный поток электронов попадает в тормозящее поле между сеткой и коллектором. Статистическая характеристика такого диода, полученная в работе [2], выглядит значительно сложнее характеристики диода с накаливаемым катодом. Коэффициент депрессии дробового шума определяется по методу, развитому в работе [1].

§ 1. Изменение тока коллектора в зависимости от малых изменений функции распределения на сетке

На рис. 1 изображено примерное распределение потенциала при наличии виртуального катода в модифицированном диоде. Для простоты будем считать, что в пространстве катод—сетка виртуальный катод отсутствует.

Предположим также, что спектр флуктуаций функции распределения ограничен достаточно низкими частотами, так, что выполняется

неравенство $\omega_m \tau_0 \ll 1$, где τ_0 — время пролета электронов (τ_0 — порядка времени корреляции), а ω_m — наивысшие частоты спектра флуктуаций. В этом случае задача квазистатическая и для ее решения можно использовать статическую характеристику диода, полученную при решении системы интегро-дифференциальных уравнений Власова для самосогласованного поля [2].

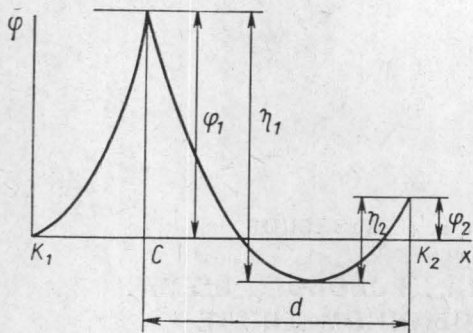


Рис. 1. Примерный вид распределения потенциала в модифицированном диоде. K_1 — катод, C — сетка, K_2 — коллектор

Введем безразмерные величины¹ для координаты x , скорости v , потенциала φ и функции распределения f :

$$x' = x \sqrt{\frac{4\pi e^2 N_0}{kT}},$$

$$v' = v \sqrt{\frac{m}{kT}}, \quad \varphi' = \varphi \frac{e}{kT},$$

$$f' = f \sqrt{\frac{kT}{m}} \frac{1}{N_0},$$

где N_0 — концентрация электронов.

Тогда функция распределения электронов по скоростям в плоскости сетки (опуская

штрихи для простоты обозначения) запишется в виде

$$f(0, v) = \theta(v) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-v^2/2 + \varphi_1}, \quad (1)$$

где $\Theta(v)$ — обрезающий фактор, учитывающий, что скорости электронов в плоскости сетки не могут быть меньше определенных значений:

$$\theta(v) = \begin{cases} 1 & \text{при } v \geq \sqrt{2\varphi_1} \\ 0 & \text{при } v < \sqrt{2\varphi_1}. \end{cases}$$

Здесь φ_1 — потенциал сетки относительно катода.

Статическая характеристика диода определяется уравнением

$$\int_{\eta_1 - \varphi_1}^{\eta_1} [\Phi_\gamma(\eta)]^{-1/2} d\eta + \int_0^{\eta_1 - \varphi_1} [\Phi_\alpha(\eta)]^{-1/2} d\eta + \int_0^{\eta_2} [\Phi_\beta(\eta)]^{-1/2} d\eta = l, \quad (2)$$

где $l = d \sqrt{\frac{4\pi e^2 N_0}{kT}}$ — безразмерное расстояние между сеткой и коллектором, а $\Phi_\beta(\eta)$, $\Phi_\alpha(\eta)$ и $\Phi_\gamma(\eta)$ — функции, имеющие вид

$$\Phi_\beta(\eta, \eta_1 - \varphi_1) = 2^{3/2} \int_0^\infty f(y + \eta_1 - \varphi_1) (\sqrt{y + \eta} - \sqrt{y}) dy,$$

$$\Phi_\alpha(\eta, \eta_1 - \varphi_1) = \Phi_\beta(\eta, \eta_1 - \varphi_1) + 2^{5/2} \int_{-\eta}^0 f(y + \eta_1 - \varphi_1) \sqrt{y + \eta} dy.$$

¹ В работе используется гауссова система единиц.

$$\Phi_{\gamma}(\eta, \eta_1 - \varphi_1) = \Phi_{\beta}(\eta, \eta_1 - \varphi_1) + 2^{3/2} \int_{-(\eta_1 - \varphi_1)}^0 f(y + \eta_1 - \varphi_1) \sqrt{y + \eta} dy.$$

Здесь η_1 — глубина провисания потенциала относительно сетки, а η_2 — относительно коллектора.

Пусть $\delta f(v, t)$ — флуктуация функции распределения электронов по скоростям в плоскости сетки в некоторый момент времени. Соответствующее изменение плотности тока коллектора равно

$$\begin{aligned} \delta j(t) &= j(t) - J = \int_{\sqrt{2(\eta_1 - \varphi_1)}}^{\infty} \delta f(v, t) v dv - f(\eta_1 - \varphi_1) \delta \eta_1 = \\ &= \int_{\eta_1 - \varphi_1}^{\infty} \delta f(\alpha, t) d\alpha - f(\eta_1 - \varphi_1) \delta \eta_1, \end{aligned}$$

где $\delta \eta_1$ — изменение глубины провисания потенциала, обусловленное флуктуацией тока эмиссии.

Первый интеграл дает изменение плотности тока только за счет вариации функции распределения, тогда как член $f(\eta_1 - \varphi_1) \delta \eta_1$ описывает подавляющее действие виртуального катода.

Выражение для $\delta \eta_1$ через $\delta f(\alpha)$ можно получить, варьируя уравнение статической характеристики диода (2).

Выражение для флуктуаций плотности тока коллектора можно записать в виде

$$\delta j = \int_{-(\eta_1 - \varphi_1)}^{\infty} \gamma(y) \delta f(y + \eta_1 - \varphi_1) dy = \int_0^{\infty} \gamma(y - \eta_1 + \varphi_1) \delta f(y) dy, \quad (3)$$

где

$$\gamma(y) = \begin{cases} 1 - f(\eta_1 - \varphi_1) \frac{2^{1/2} \left[\int_{\eta_1 - \varphi_1}^{\eta_1} \Phi_{\gamma}^{-3/2}(\eta) (\sqrt{y + \eta} - \sqrt{y}) d\eta + \int_0^{\eta_1 - \varphi_1} \Phi_{\alpha}^{-3/2}(\eta) (\sqrt{y + \eta} - \sqrt{y}) d\eta + \int_0^{\eta_2} \Phi_{\beta}^{-3/2}(\eta) (\sqrt{y + \eta} - \sqrt{y}) d\eta \right]}{D} & \text{при } y > 0, \\ -f(\eta_1 - \varphi_1) \frac{2^{3/2} \left[\int_{\eta_1 - \varphi_1}^{\eta_1} \Phi_{\gamma}^{-3/2}(\eta) \sqrt{y + \eta} d\eta + \int_{-y}^{\eta_1 - \varphi_1} \Phi_{\alpha}^{-3/2}(\eta) \sqrt{y + \eta} d\eta \right]}{D} & \text{при } y < 0, \end{cases} \quad (4)$$

а

$$\begin{aligned} D &= \Phi_{\gamma}^{-1/2}(\eta_1, \eta_1 - \varphi_1) - \frac{1}{2} \int_{\eta_1 - \varphi_1}^{\eta_1} \Phi_{\gamma}^{-3/2}(\eta) \left\{ 2^{3/2} \int_0^{\infty} f'(y + \eta_1 - \varphi_1) \times \right. \\ &\quad \left. \times (\sqrt{y + \eta} - \sqrt{y}) dy + 2^{5/2} \int_{-(\eta_1 - \varphi_1)}^0 f'(y + \eta_1 - \varphi_1) \sqrt{y + \eta} dy + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2^{5/2} f(0) \sqrt{\varphi_1 - \eta_1 + \eta} \} d\eta - \sqrt{2} \int_0^{\eta_1 - \varphi_1} \Phi_{\alpha}^{-3/2}(\eta) \left\{ \int_0^{\infty} f'(y + \eta_1 - \varphi_1) \times \right. \\
& \quad \times (\sqrt{y + \eta} - \sqrt{y}) dy + 2 \int_{-\eta}^0 f'(y + \eta_1 - \varphi_1) \sqrt{y + \eta} dy \} d\eta + \\
& + \Phi_{\beta}^{-1/2}(\eta_2, \eta_1 - \varphi_1) - \sqrt{2} \int_0^{\eta_2} \Phi_{\beta}^{-3/2}(\eta) \int_0^{\infty} f'(y + \eta_1 - \varphi_1) (\sqrt{y + \eta} - \sqrt{y}) dy d\eta.
\end{aligned} \tag{5}$$

В формуле (5) наличие штриха у функции f означает производную по η_1 .

§ 2. Определение коэффициента депрессии дробового шума

Формула (3) дает зависимость между δj и $\delta f(\alpha)$. С другой стороны, вследствие малости δj и $\delta f(\alpha)$ связь их Фурье-компонентов можно считать линейной:

$$\delta j(\omega) = \int_0^{\infty} \Gamma(\alpha, \omega) \delta f(\alpha, \omega) d\alpha.$$

Коэффициент $\Gamma(\alpha, \omega)$ носит название дифференциального коэффициента депрессии дробового шума.

Предполагая далее, что электроны вылетают из катода независимо, можно показать (см. [1]), что при малых частотах спектральная интенсивность шума, являющаяся главной характеристикой дробового эффекта, в обычных единицах имеет вид

$$[\delta I'(\omega)]^2 = 2 \sqrt{2\pi} e I_s \int_0^{\infty} |\Gamma(\alpha)|^2 f(\alpha) d\alpha,$$

где I_s — средняя плотность тока эмиссии. В рассматриваемом случае

$$[\delta I'(\omega)]^2 = 2 \sqrt{2\pi} e I_s \int_{\varphi_1}^{\infty} |\Gamma(\alpha)|^2 f(\alpha) d\alpha,$$

так как функция распределения электронов по скорости на сетке определяется выражением (1).

С другой стороны, отклонение тока от среднего значения выражается через $\Gamma(\alpha)$ следующим образом:

$$\delta j = \int_{\varphi_1}^{\infty} \Gamma(\alpha) \delta f(\alpha - \varphi_1) d\alpha = \int_0^{\infty} \Gamma(y + \varphi_1) \delta f(y) dy. \tag{6}$$

Сравнивая (3) и (6), находим: $\gamma(y + \varphi_1 - \eta_1) = \Gamma(y + \varphi_1)$. Следовательно:

$$[\delta I'(\omega)]^2 = 2 \sqrt{2\pi} e I_s \int_0^{\infty} \gamma^2(y - \eta_1 + \varphi_1) f(y) dy.$$

Учитывая, что $f(y)$ определяется формулой (1), получим

$$[\delta I'(\omega)]^2 = 2eIF^2, \quad (7)$$

где

$$F^2 = \int_{-(\eta_1 - \varphi_1)}^{\infty} \gamma^2(y) e^{-y} dy, \quad (8)$$

$$(I = I_s e^{-\eta_1 + \varphi_1} \text{ — ток коллектора}),$$

F^2 можно назвать коэффициентом депрессии дробового шума. При $F^2=1$ мы имеем полный дробовой эффект, и формула (7) переходит в известную формулу Шоттки:

$$[\delta I'(\omega)]^2 = 2eI.$$

Формула (8) вместе с выражением (4), определяющим $\gamma(y)$, представляет собой полное решение поставленной задачи. Статическая характеристика диода (2) дает возможность найти η_1 , что необходимо для вычисления $\gamma(y)$.

§ 3. Депрессия дробового шума при малой величине потенциала коллектора

Рассмотрим случай депрессии, когда потенциал виртуального катода мал, т. е. когда $\eta_1 - \varphi_1 \ll 1$. Так как кинетическая энергия, приобретаемая электронами под действием поля, при обычных условиях работы диода много больше энергии теплового движения, то естественно считать $\eta_1 \gg 1$. Кроме этого, допустим, что $\eta_2 \ll 1$. Тогда для $\gamma(y)$ можно получить простое аналитическое выражение и найти значение коэффициента F^2 .

Воспользовавшись асимптотическими формулами для функций $\Phi_\alpha(\eta)$, $\Phi_\beta(\eta)$ и $\Phi_\gamma(\eta)$ (см. [3]) и учитывая, что при условиях, наложенных на потенциал виртуального катода, шумами, порожденными отраженными электронами, можно пренебречь, получим:

$$\gamma(y) = \frac{1 - \frac{2^{3/2}\pi^{1/4}}{3} \eta_1^{3/4} \eta_2^{1/2} \left[1 - \frac{3}{2} \left(\sqrt{y} - \frac{3}{4} \sqrt{\pi} \right) \eta_1^{-1/2} \right]}{1 - \frac{2^{1/2}\pi^{1/4}}{3} \eta_1^{3/4} \eta_2^{1/2}},$$

введем обозначение

$$a = \frac{2^{1/2}\pi^{1/4}}{3} \eta_1^{3/4} \eta_2^{1/2}.$$

Тогда для F^2 получим

$$F^2 = \frac{\left(1 - 2a - 3a \frac{\sqrt{\pi}}{4} \eta_1^{-1/2} \right)^2}{(1-a)^2} + \frac{(3a)^2 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)}{(1-a)^2} \eta_1^{-1}.$$

При $\eta_2=0$, $a=0$ и $F^2=1$, т. е. депрессия дробового шума отсутствует. Очевидно, a не может превосходить единицы, так как $D \geq 0$. Депрессия дробового шума максимальна при

$$a \simeq \frac{1}{2}. \quad (9)$$

Условие (9) позволяет выбрать режим работы (потенциалы сеток при заданной температуре катода) модифицированного диода и аналогичных устройств с электронным пучком, движущимся в тормозящем поле, при котором подавление шумов будет оптимальным.

§ 4. Депрессия дробового шума при больших потенциалах коллектора

Рассмотрим другой случай работы модифицированного диода, при котором потенциал коллектора $\varphi_2 \gg 1$, а потенциал сетки по-прежнему велик.

При описании режима малого ограничения тока пространственным зарядом, т. е. режима с малым потенциалом виртуального катода, выражение (4) для дифференциального коэффициента депрессии дробового шума, определяющего F^2 в соответствии с (8), можно аппроксимировать так:

$$\gamma = \frac{-\frac{2^{3/2}\pi^{1/4}}{3}\varphi_1^{3/4} + \frac{72}{\pi}x}{\frac{2^{1/2}\pi^{1/4}}{3}\left[\sqrt{\frac{I_s}{k_1}}\left(1 - \frac{x^2}{2}\right) - 2\varphi_1^{3/4}\right] + \frac{72}{\pi}x}, \quad (10)$$

где

$$x = (\eta_1 - \varphi_1)^{1/2} k_1 = \frac{\sqrt{2\frac{e}{m}}}{9\pi d^2} \left(\frac{e}{kT}\right)^{-3/2}.$$

Зависимость от φ_2 исключена здесь при помощи соотношения

$$\varphi_2^{3/4} - \varphi_1^{3/4} = \left(\frac{e}{kT}\right)^{3/4} \sqrt{\frac{I_s d^2 9 \pi}{2\frac{e}{m}}} \left[1 - \frac{\eta_1 - \varphi_1}{2}\right],$$

которое может быть получено из системы уравнений, описывающих модифицированный диод [4].

Зависимость γ от величины потенциала виртуального катода приведена на рис. 2.

Кривая 1 соответствует случаю, когда

$$2\varphi_1^{3/4} < \sqrt{\frac{I_0}{k_1}}, \quad (11)$$

а неравенство

$$2\varphi_1^{3/4} > \sqrt{\frac{I_0}{k_1}} \quad (12)$$

есть условие реализации кривой 3. Кривая 2 — промежуточный случай.

В работах [5, 6] рассматривалась сложная система, в которой электронный пучок проходил в трубке дрейфа с продольным магнитным полем. Описание такой системы можно свести к описанию плоского модифицированного диода. Качественно, кривые, изображенные на рис. 2, совпадают с экспериментальными кривыми, приведенными в работе [5].

В отличие от рассмотренного в § 3, в данном случае всегда имеет место эффект перекомпенсации, т. е. реакция виртуального катода столь велика, что увеличение тока эмиссии вызывает уменьшение тока коллектора (см. [3]). Вследствие этого дифференциальный коэффициент

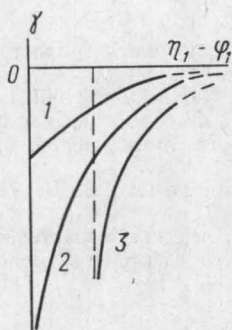


Рис. 2. Примерный вид зависимости дифференциального коэффициента депрессии дробового шума от величины потенциала виртуального катода

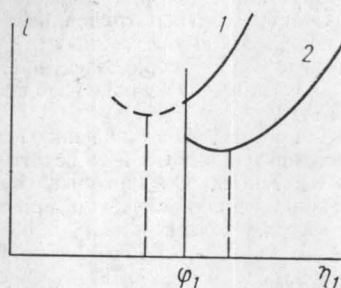


Рис. 3. Вид статической характеристики модифицированного диода: 1 — характеризующегося условием (13), 2 — характеризующегося условием (14)

депрессии γ может принимать большие отрицательные значения. Формально, как это следует из (4), $\gamma \rightarrow \infty$ при обращении D в нуль. (D — наклон статической характеристики).

Выражение (10) позволяет выявить соотношения между величинами входящего тока I_s , потенциала сетки ϕ_1 и потенциала виртуального катода ($\eta_1 - \phi_1$) (или между I_s , ϕ_1 и ϕ_2), при которых дробовой шум коллекторного тока будет велик.

Определенный интерес представляет выяснение особенностей вольтамперных характеристик модифицированных диодов, удовлетворяющих условиям (11) и (12).

Если D обращается в нуль при $\eta_1 > \phi_1$ (см. рис. 3), то модифицированный диод скачком переходит из режима существования виртуального катода в режим температурного ограничения тока. При этом ток коллектора возрастает от величины $I'_{кол}$ до I_s — тока насыщения (рис. 4). Величина скачка определяется так:

$$\Delta I_{кол} = I_s - I_s \exp\{-(\eta_1 - \phi_1)_{\min}\} \simeq I_s(\eta_1 - \phi_1)_{\min}, \quad (13)$$

а $(\eta_1 - \phi_1)_{\min}$ можно найти из уравнения

$$D[(\eta_1 - \phi_1)_{\min}] = 0. \quad (14)$$

Таким образом, вольтамперная характеристика модифицированного диода, для которого справедливо условие (12), будет иметь скачок.

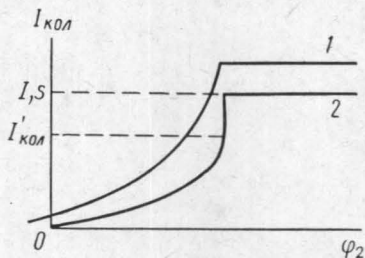


Рис. 4. Вольтамперные характеристики модифицированного диода: 1 — плавная характеристика, 2 — характеристика со скачком

То, что D не обращается в нуль при $\eta_1 > \varphi_1$ (кривая 1 рис. 3 и 4), означает, что вольтамперная характеристика диода, соответствующего условию (11), будет плавно достигать насыщения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вайнштейн Л. А. Теория дробового эффекта при наличии пространственного заряда. Сборник научных трудов, вып. 11. М., 1948.
2. Мякишев Г. Я. «Радиотехника и электроника», 4, вып. 2, 1961.
3. Гвоздовер С. Д. Теория электронных приборов сверхвысоких частот. М., 1956.
4. Девятков М. Н., Овчинникова Г. И. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., II, № 1, 1970.
5. Девятков М. Н., Овчинникова Г. И., Якименко В. Д. «Электронная техника», электроника СВЧ, (в печати).
6. Девятков М. Н., Овчинникова Г. И. Статическая характеристика модифицированного диода с учетом тепловых скоростей электронов. Депонирована в фондах Института электроники, ДЭ-378.

Поступила в редакцию
6.8 1971 г.

Кафедра
общей физики для мехмата