Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 1 — 1973

УДК 535.14

А. Б. КУКАНОВ, Б. Д. ОРИСА, В. И. БУРЛАКОВ

ИЗЛУЧЕНИЕ ПЕРЕМЕННЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ДИПОЛЕМ В ГИРОТРОПНОЙ СРЕДЕ

Рассмотрена задача об излучении переменным электрическим диполем, помещенным в начале координат в бесконечной гиротропной среде. На основе разработанного метода при определенных условиях, наложенных на элементы тензора диэлектрической проницаемости среды и при учете лишь частотной дисперсии проведено интегрирование выражения для мощности излучения по пространству волновых чисел и найдено аналитическое выражение этой мощности. При переходе к случаю анизотропной (негиротропной) среды полученные для интенсивности излучения формулы совпадают с известными результатами.

В связи с бурным развитием космической техники вопрос об излучении в гиротропной среде переменным электрическим диполем, т. е. простейшей моделью излучающей антенны, в последние годы приобрел особую актуальность. Общее выражение для интенсивности излучения таким диполем в гиротропной среде было найдено в [1], однако интегрирование этого выражения по пространству волновых чисел до конца в аналитическом виде в работе [1], так же как и в последующих работах других авторов [2—6], проведено не было. В работе [7] изучено волновое поле электрического диполя в гиротропной среде. Волновое поле в слоистой гиротропной среде, возбуждаемое передающей антенной спутника, изучено в [8]. Вопрос о сопротивлении излучения антенны (переменного диполя), помещенной в гиротропную среду, рассматривался в [9—12]. Обычный способ вычисления потерь на излучение таким излучателем — численное интегрирование [13, 14]. Мы хотим показать в настоящей работе, что выражение для потерь энергии на излучение в случае гиротропной среды при учете лишь частотной дисперсии может быть проинтегрировано в аналитическом виде на основе метода, предложенного в [15, 16].

Будем считать точечный электрический диполь с моментом $\vec{p}$ помещенный в начале координат. Плотность электрического тока следует записать в виде

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = -i\omega_0 \vec{p} e^{-i\omega_0 t} \delta(\vec{r}). \tag{1}$$

Тензоры электрической и магнитной проницаемости среды $\varepsilon_{ik} = \varepsilon_{ik}(\omega)$, $\mu_{ik} = \mu_{ik}(\omega)$ запишем в виде

$$\varepsilon_{ik}=\begin{pmatrix}\varepsilon_1; & -i\varepsilon_2; & 0\\ i\varepsilon_2; & \varepsilon_1; & 0\\ 0; & 0; & \varepsilon_3\end{pmatrix};\quad \mu_{ik}=\begin{pmatrix}\mu_1; & -i\mu_2; & 0\\ i\mu_2; & \mu_1; & 0\\ 0; & 0; & \mu_3\end{pmatrix}. \tag{2}$$

Выражение для мощности излучения переменным электрическим диполем может быть записано в виде [16]

$$W=-\frac{1}{8\pi}\sum_j \operatorname{Re}\int\frac{\omega_0^4}{c^3}\cdot\frac{M_{\mu\nu}(n_j)\,P_\mu P_\nu}{Aj\,(n_{+1}^2-n_{-1}^2)}\,n_j\sin\theta d\theta d\varphi. \tag{3}$$

Здесь и ниже в формулах для W величины $\varepsilon_{ik}(\omega)$ и $\mu_{ik}(\omega)$ должны быть взяты при $\omega=\omega_0$.

$$n_j^2=n_j^2(\theta)=\frac{-[(\gamma+\delta)\varkappa_3^2-\gamma]+j\sqrt{[(\gamma+\delta)\varkappa_3^2-\gamma]^2-4\psi(\alpha\varkappa_3^4+\beta\varkappa_3^2+\sigma)}}{2(\alpha\varkappa_3^4+\beta\varkappa_3^2+\sigma)} \tag{4}$$

$$j=+1,\,-1$$

корни уравнения Френеля

$$|T_{\mu\nu}|=A(n^2-n_{+1}^2)(n^2-n_{-1}^2)=0, \tag{5}$$

$$\alpha=(\varepsilon_3-\varepsilon_1)(\mu_3-\mu_1);\quad \beta=\varepsilon_1(\mu_3-\mu_1)+\mu_1(\varepsilon_3-\varepsilon_1); \tag{6}$$

$$\gamma=\varepsilon_1\varepsilon_3(\mu_1^2-\mu_2^2)+\mu_1\mu_3(\varepsilon_1^2-\varepsilon_2^2);\quad \delta=-2\varepsilon_3\mu_3(\varepsilon_1\mu_1+\varepsilon_2\mu_2); \tag{7}$$

$$\sigma=\varepsilon_1\mu_1;\quad \psi=\varepsilon_3\mu_3(\varepsilon_1^2-\varepsilon_2^2)(\mu_1^2-\mu_2^2); \tag{8}$$

$$A=\mu_3^{-1}(\mu_1^2-\mu_2^2)^{-1}[\varepsilon_1(\varkappa_1^2+\varkappa_2^2)+\varepsilon_3\varkappa_3^2][\mu_1(\varkappa_1^2+\varkappa_2^2)+\mu_3\varkappa_3^2], \tag{9}$$

$$\vec{\varkappa}(\varkappa_1,\varkappa_2,\varkappa_3)=\{\sin\theta\cos\varphi;\ \sin\theta\sin\varphi;\ \cos\theta\}$$

единичный вектор вдоль волнового вектора $\vec{k}$, c — скорость света в вакууме, $M_{\mu\nu}(n_j)$ — алгебраические дополнения элементов $t_{\mu\nu}$ в определителе $\det T=|T_{\mu\nu}|$,выраженные в функции n_j. Учитывая, что

$$\int_0^{2\pi}(M_{12}+M_{21})\,d\varphi=\int_0^{2\pi}(M_{13}+M_{31})\,d\varphi=\int_0^{2\pi}(M_{23}+M_{32})\,d\varphi=0,$$

формулу (3) запишем в виде

$$W=-\frac{1}{8\pi}\sum_j\operatorname{Re}\int\frac{\omega_0^4}{c^3}\,\frac{M_{11}(n_j)\,p_1^2+M_{22}(n_j)\,p_2^2+M_{33}(n_j)\,p_3^2}{Aj\,(n_{+1}^2-n_{-1}^2)}\,n_j\sin\theta d\theta d\varphi. \tag{10}$$

Если ввести новую переменную $t_j=n_j(\theta)\cos\theta$ [16], то

$$\frac{n_j d\cos\theta}{Aj\,(n_{+1}^2-n_{-1}^2)}=\frac{\mu_3(\mu_1^2-\mu_2^2)\,dt_j}{j\sqrt{(\gamma-\beta t_j^2)^2-4\sigma[\alpha t_j^4+(\gamma+\delta)t_j^2+\psi]}}. \tag{11}$$

Таким образом, формула (10) может быть переписана в виде

$$W=\sum_j(W_j^{\parallel}+W_j^{\perp}), \tag{12}$$

$$W_j^{\parallel} = \frac{p_3^2}{4}\,\frac{\omega_0^4}{c^3}\,\mathrm{Re}\int\limits_{n_j(0)}^{-n_j(\pi)} \frac{M^{\parallel}(t_j)\,\mu_3(\mu_1^2-\mu_2^2)\,dt_j}{j\sqrt{\alpha_1^2t_j^4+2\alpha_2t_j^2+\alpha_3^2}}, \tag{13}$$

$$M^{\parallel}(t_j) = \mu_3^{-1}(\mu_1^2-\mu_2^2)^{-1}\{\mu_3(\varepsilon_1^2-\varepsilon_2^2)(\mu_1^2-\mu_2^2)-\varepsilon_1(\mu_1^2-\mu_2^2)\times$$
$$\times(n_j^2-t_j^2)-2\mu_3(\mu_1\varepsilon_1+\mu_2\varepsilon_2)\,t_j^2+\mu_1t_j^2n_j^2+(\mu_3-\mu_1)\,t_j^4\}, \tag{14}$$

$$W_j^{\perp} = \frac{(p_1^2+p_2^2)}{4}\cdot\frac{\omega_0^4}{c^3}\,\mathrm{Re}\int\limits_{n_j(0)}^{-n_j(\pi)} \frac{M^{\perp}(t_j)\,\mu_3(\mu_1^2-\mu_2^2)\,dt_j}{j\sqrt{\alpha_1^2t_j^4+2\alpha_2t_j^2+\alpha_3^2}}, \tag{15}$$

$$M^{\perp}(t_j) = \mu_3^{-1}(\mu_1^2-\mu_2^2)^{-1}\Big\{\varepsilon_1\varepsilon_3\mu_3(\mu_1^2-\mu_2^2)-\mu_1\mu_3[\varepsilon_1n_j^2+(\varepsilon_3-\varepsilon_1)\,t_j^2]-$$
$$-\frac{1}{2}(\mu_1^2-\mu_2^2)\,\varepsilon_3(n_j^2-t_j^2)+\frac{1}{2}(n_j^2-t_j^2)\,[\mu_1n_j^2+(\mu_3-\mu_1)\,t_j^2]\Big\}. \tag{16}$$

В (13) и (15) введены обозначения

$$\alpha_1 = \varepsilon_1\mu_3-\mu_1\varepsilon_3,\quad \alpha_2 = 2\varepsilon_3\mu_3(\varepsilon_1\mu_2+\mu_1\varepsilon_2)^2-\alpha_1\alpha_3;$$
$$\alpha_3 = \mu_1\mu_3(\varepsilon_1^2-\varepsilon_2^2)-\varepsilon_1\varepsilon_3(\mu_1^2-\mu_2^2);$$

а в (14) и (16) вместо n_j^2 мы должны подставить

$$n_j^2 = \frac{(\gamma-\beta t_j^2)+j\sqrt{\alpha_1^2t_j^4+2\alpha_2t_j^2+\alpha_3^2}}{2\sigma}. \tag{17}$$

Введем теперь новую замену переменных

$$j\sqrt{\alpha_1^2t_j^4+2\alpha_2t_j^2+\alpha_3^2} = |\alpha_1|\,t_j^2+u_j \tag{18}$$

и ограничимся в дальнейшем случаем гиротропного диэлектрика, т. е. положим $\mu_1=\mu_3=1$, $\mu_2=0$. Из формулы (18) следует, что

$$t_j^2 = \frac{u_j^2-\alpha_3^2}{2(\alpha_2-|\alpha_1|\,u_j)}. \tag{19}$$

Дальнейшие преобразования и интегрирование по переменной u_j проведем для случая

$$\alpha_1 = \varepsilon_1-\varepsilon_3 > 0;\quad \alpha_3 = \varepsilon_1\alpha_1-\varepsilon_2^2 > 0. \tag{20}$$

При этом

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = -\alpha_3+\frac{2\varepsilon_3|\varepsilon_2|^2}{\alpha_1}. \tag{21}$$

Записывая t_j^2 в виде

$$t_j^2 = -\frac{\alpha_3^2-\alpha_2^2/\alpha_1^2}{2\alpha_1(\alpha_2/\alpha_1-u_j)}-\frac{\alpha_2/\alpha_1+u_j}{2\alpha_1}, \tag{22}$$

получим

$$n_j^2 = \varepsilon_3+\frac{\alpha_3-\alpha_2/\alpha_1}{2\varepsilon_1}-\frac{\alpha_3^2-\alpha_2^2/\alpha_1^2}{2\varepsilon_1(\alpha_2/\alpha_1-u_j)}. \tag{23}$$

В переменной u_j формулы (13) — (16) могут быть переписаны в виде

$$W_j^{\parallel} = -\frac{p_3^2}{2}\,\frac{\omega_0^4}{c^3}\,\mathrm{Re}\int\limits_{j|\alpha_3|}^{\bar{u}_j} \frac{M^{\parallel}(u_j)\,du_j}{\pm\sqrt{2\alpha_1(\alpha_2/\alpha_1 - u_j)(u_j^2-\alpha_3^2)}}, \tag{24}$$

$$M^{\parallel}(u_j) = \frac{1}{2}\Bigg\{[2(\alpha_2/\alpha_1+\alpha_3)-\alpha_3]\frac{\varepsilon_2^2}{\alpha_1^2} + \frac{\varepsilon_2^2}{\alpha_1^2}u_j + $$

$$+\frac{\varepsilon_2^2/\alpha_1^2(\alpha_2^2/\alpha_1^2-\alpha_3^2)\left(\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1}+2\right)}{u_j-\alpha_2/\alpha_1} + \frac{(\alpha_2^2/\alpha_1^2-\alpha_3^2)^2}{2\varepsilon_1\alpha_1(u_j-\alpha_2/\alpha_1)^2}\Bigg\}, \tag{25}$$

$$W_j^{\perp} = -\frac{(p_1^2+p_2^2)}{2}\cdot\frac{\omega_0^4}{c^3}\,\mathrm{Re}\int\limits_{j|\alpha_3|}^{\bar{u}_j} \frac{M^{\perp}(u_j)\,du_j}{\pm\sqrt{2\alpha_1(\alpha_2/\alpha_1-u_j)(u_j^2-\alpha_3^2)}}, \tag{26}$$

$$M^{\perp}(u_j) = \frac{1}{2}\Bigg[-\alpha_3 + \frac{\alpha_3-\alpha_2/\alpha_1}{2\varepsilon_1}\Bigg(\varepsilon_3 + \frac{\alpha_3-\alpha_2/\alpha_1}{2\varepsilon_1} + \frac{\alpha_2/\alpha_1}{2\alpha_1} + $$

$$+\frac{\alpha_3+\alpha_2/\alpha_1}{2\alpha_1}\Bigg) + \left(\frac{\alpha_3-\alpha_2/\alpha_1}{4\alpha_1\varepsilon_1} - 1\right)u_j + $$

$$+\left(\varepsilon_3 + \frac{\alpha_3-\alpha_2/\alpha_1}{2\varepsilon_1} + \frac{\alpha_2/\alpha_1}{\alpha_1} - \frac{\varepsilon_3(\alpha_3-\alpha_2/\alpha_1)}{2\alpha_1\varepsilon_1}\right)\frac{(\alpha_3^2-\alpha_2^2/\alpha_1^2)}{2\varepsilon_1(u_j-\alpha_2/\alpha_1)} - $$

$$-\frac{\varepsilon_3}{4\varepsilon_1^2\alpha_1}\cdot\frac{(\alpha_3^2-\alpha_2^2/\alpha_1^2)^2}{(u_j-\alpha_2/\alpha_1)^2}\Bigg]. \tag{27}$$

Здесь

$$\bar{u}_j = j|\varepsilon_2|\left\{\left|(\varepsilon_1+\varepsilon_3)\frac{|\varepsilon_3|}{\varepsilon_3} + j|\varepsilon_2|\right| - \frac{|\varepsilon_3|}{\varepsilon_3}|\varepsilon_1-\varepsilon_3|\right\} - \varepsilon_1|\varepsilon_1-\varepsilon_3|.$$

$$(j = \pm 1) \tag{28}$$

Знак плюс перед радикалом следует взять в случае, если

$$u_j^2 - \alpha_3^2 > 0, \quad \alpha_2/\alpha_1 - u_j > 0, \tag{29}$$

знак минус — если

$$u_j^2 - \alpha_3^2 < 0; \quad \alpha_2/\alpha_1 - u_j < 0. \tag{30}$$

Пусть $-\alpha_3 < \alpha_2/\alpha_1 < \alpha_3$, т. е.

$$\varepsilon_3 > 0, \quad |\varepsilon_2| < \alpha_1. \tag{31}$$

Тогда при $j = +1$, учитывая (28) и (3), имеем

$$c = -\alpha_3 < b = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} < \bar{u}_{+1} \leqslant u \leqslant a = \alpha_3. \tag{32}$$

Для вычислений мы должны воспользоваться формулами (236) и (313) книги [17]:

$$\int\limits_{\alpha_3}^{\bar{u}_{+1}} \frac{du}{\sqrt{(\alpha_3-u)(u-\alpha_2/\alpha_1)(u+\alpha_3)}} = -gF, \tag{33}$$

$$\int_{\alpha_3}^{\bar{u}_{+1}} \frac{u\,du}{\sqrt{(\alpha_3 - u)(u - \alpha_2/\alpha_1)(u + \alpha_3)}} = g\alpha_3 (F - 2E), \qquad (34)$$

$$\int_{\alpha_3}^{\bar{u}_{+1}} \frac{du}{(u - \alpha_2/\alpha_1)\sqrt{(\alpha_3 - u)(u - \alpha_2/\alpha_1)(u + \alpha_3)}} =$$

$$= -\frac{g}{(\alpha_3 - \alpha_2/\alpha_1)} \cdot \frac{k'^2 F - E + dnv tnv}{k'^2}, \qquad (35)$$

$$\int_{\alpha_3}^{\bar{u}_{+1}} \frac{du}{(u - \alpha_2/\alpha_1)^2 \sqrt{(\alpha_3 - u)(u - \alpha_2/\alpha_1)(u + \alpha_3)}} = \frac{-g}{(\alpha_3 - \alpha_2/\alpha_1)^2} \times$$

$$\times \frac{k'^2 (2k'^2 - k^2) F + 2(2k^2 - 1) E + (2 - 4k^2 + k'^2 nc^2 v)\, dnv\, tnv}{3k'^4}. \qquad (36)$$

Здесь

$$k^2 = \frac{a - b}{a - c} = \frac{\alpha_3 - \alpha_2/\alpha_1}{2\alpha_3}; \quad g = \frac{2}{\sqrt{a - c}} = \sqrt{\frac{2}{\alpha_3}} \quad k'^2 = 1 - k^2;$$

$$F = F(\varphi_1, k); \; E = E(\varphi_1, k) \quad \varphi_1 = amv = \arcsin \sqrt{\frac{a - \bar{u}_{+1}}{a - b}} =$$

$$= \arcsin \sqrt{\frac{\alpha_3 - \bar{u}_{+1}}{\alpha_3 - \alpha_2/\alpha_1}}; \; snv = \sin \varphi_1;$$

$$dnv = \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi_1}\,; \; tnv = \frac{snv}{cnv}. \qquad (37)$$

Используя эти интегралы, проводим интегрирование формул (24) и (26) по u при условиях (20) и (31):

$$W^{\parallel}_{j=+1} = \frac{p_3^2}{2} \cdot \frac{\omega_0^4}{c^3} \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1}\right)^{1/2} \left\{\left(1 + \frac{\varepsilon_3}{3\varepsilon_1}\right) \frac{\varepsilon_2^2}{\alpha_1^2} F + \right.$$

$$+ \left[-\frac{12}{3} - \frac{1}{3}\left(7 + \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1}\right) \frac{\varepsilon_2^2}{\alpha_1^2}\right] E + dnv\, tnv \times$$

$$\left. \times \left[\frac{2}{3} + \left(1 + \frac{\varepsilon_3}{3\varepsilon_1}\right) \frac{\varepsilon_2^2}{\alpha_1^2} - \frac{|\varepsilon_2|}{3\alpha_1}\right]\right\}; \qquad (38)$$

$$W^{\perp}_{j=+1} = \frac{p_1^2 + p_2^2}{4} \cdot \frac{\omega_0^4}{c^3} \cdot \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1}\right)^{1/2} \left\{-2\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1} \cdot \frac{\varepsilon_2^2}{\alpha_1^2}\left(1 - \frac{\varepsilon_3}{3\varepsilon_1}\right) F + \right.$$

$$+ \left[1 - \frac{\varepsilon_3}{3\varepsilon_1} + \frac{\varepsilon_2^2}{\alpha_1^2}\left(1 + \frac{7}{3}\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1} - \frac{2}{3} \cdot \frac{\varepsilon_3^2}{\varepsilon_1^2}\right)\right] E + dnv\, tnv \times$$

$$\left. \times \left[\frac{\varepsilon_3}{3\varepsilon_1} - 2\frac{\varepsilon_2^2}{\alpha_1^2} \cdot \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1}\left(1 - \frac{\varepsilon_3}{3\varepsilon_1}\right) + \frac{1}{3}\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1} \cdot \frac{|\varepsilon_2|}{\alpha_1}\right]\right\}. \qquad (39)$$

При $j=-1$, учитывая (28) и (29), имеем

$$\bar{u}_{-1} \leqslant u < c = -\alpha_3 < b = \alpha_2/\alpha_1 < a = \alpha_3 \tag{40}$$

Для вычислений мы должны воспользоваться формулами (232) и (312) книги [17]:

$$\int_{-\alpha_3}^{\bar{u}_{-1}} \frac{du}{\sqrt{(\alpha_3 - u)(\alpha_2/\alpha_1 - u)(-\alpha_3 - u)}} = -gF, \tag{41}$$

$$\int_{-\alpha_3}^{\bar{u}_{-1}} \frac{u\,du}{\sqrt{(\alpha_3 - u)(\alpha_2/\alpha_1 - u)(-\alpha_3 - u)}} = g\alpha_3 (F - 2E + 2dnv\, tnv), \tag{42}$$

$$\int_{-\alpha_3}^{\bar{u}_{-1}} \frac{du}{(\alpha_3/\alpha_1 - u)\sqrt{(\alpha_3 - u)(\alpha_2/\alpha_1 - u)(-\alpha_3 - u)}} = \frac{-g}{\alpha_2/\alpha_1 + \alpha_3} \cdot \frac{E - k'^2 F}{k^2}, \tag{43}$$

$$\int_{-\alpha_3}^{\bar{u}_{-1}} \frac{du}{(\alpha_2/\alpha_1 - u)^2\sqrt{(\alpha_3 - u)(\alpha_2/\alpha_1 - u)(-\alpha_3 - u)}} =$$

$$= -\frac{g}{(\alpha_2/\alpha_1 + \alpha_3)^2} \cdot \frac{(2 - 3k^2)\, k'^2 F + 2(2k^2 - 1) E + k^2 snv\, cnv\, dnv}{3k^4}. \tag{44}$$

Здесь k^2, k'^2, g даются формулами (37), а $F = F(\varphi_{-1}, k)$;

$$E = E(\varphi_{-1}, k);\ \ \varphi_{-1} = \operatorname{am} v = \arcsin\sqrt{\frac{c - \bar{u}_{-1}}{b - \bar{u}_{-1}}} =$$

$$= \arcsin\sqrt{\frac{-\alpha_3 - \bar{u}_{-1}}{\alpha_2/\alpha_1 - \bar{u}_{-1}}};\ \ \operatorname{sn} v = \sin\varphi_{-1};\ \ dn\, v = \sqrt{1 - k^2 \sin^2\varphi_{-1}}.$$

Выписанные интегралы решают задачу интегрирования формул (24) и (26) по u при условиях (20) и (31):

$$W^{\parallel}_{j=-1} = \frac{p_3^2}{2} \cdot \frac{\omega_0^4}{c^3}\left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1}\right)^{1/2}\left\{-\left(1 + \frac{\varepsilon_3}{3\varepsilon_1}\right)\frac{\varepsilon_2^2}{\alpha_1^2} F + \right.$$

$$\left. + \left[\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\left(7 + \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1}\right)\frac{\varepsilon_2^2}{\alpha_1^2}\right] E - dnv\, tnv\left(\frac{4}{3}\,\frac{\varepsilon_2^2}{\alpha_1^2} - \frac{|\varepsilon_2|}{3\alpha_1}\right)\right\}; \tag{45}$$

$$W^{\perp}_{j=-1} = \frac{p_1^2 + p_2^2}{4} \cdot \frac{\omega_0^4}{c^3}\left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1}\right)^{1/2}\left\{2\,\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1}\,\frac{\varepsilon_2^2}{\alpha_1^2}\left(1 - \frac{\varepsilon_3}{3\varepsilon_1}\right) F + \right.$$

$$+ \left[-1 + \frac{\varepsilon_3}{3\varepsilon_1} - \frac{\varepsilon_2^2}{\alpha_1^2}\left(1 + \frac{7}{3}\,\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1} - \frac{2}{3}\,\frac{\varepsilon_3^2}{\varepsilon_1^2}\right)\right] E +$$

$$\left. + dnv\, tnv\left[1 + \frac{\varepsilon_2^2}{\alpha_1^2} + \frac{1}{3}\,\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1}\left(\frac{\varepsilon_2^2}{\alpha_1^2} - \frac{|\varepsilon_2|}{\alpha_1}\right)\right]\right\}. \tag{46}$$

Как известно, для электронной плазмы при условии пренебрежения пространственной дисперсией и без учета диссипативных процессов

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{X}{1-Y^2}, \quad \varepsilon_3 = 1 - X, \quad \varepsilon_2 = \frac{XY}{1-Y^2}; \tag{47}$$

где $X = \omega_e^2/\omega^2$, $Y = \omega_B/\omega$ [14]. Учитывая, что

$$\alpha_1 = \varepsilon_1 - \varepsilon_3 = -\frac{XY^2}{1-Y^2}; \quad \alpha_3 = -\frac{XY^2}{1-Y^2}, \tag{48}$$

видим, что рассмотренные выше условия (20), (31) в случае электронной плазмы в магнитном поле выполнены в области $X<1$, $Y>1$. Устремляя в формулах (38), (39), (45), (46) $|\varepsilon_2| \to 0$ мы получим формулы

$$W^{\parallel}_{j=+1} = 0; \quad W^{\parallel}_{j=-1} = \frac{1}{3}\sqrt{\varepsilon_1}\,\frac{\omega_0^4}{c^3}\,p_3^2; \tag{49}$$

$$W^{\perp}_{j=+1} = \frac{1}{4}\sqrt{\varepsilon_1}\,\frac{\omega_0^4}{c^3}\,(p_1^2 + p_2^2);$$

$$W^{\perp}_{j=-1} = \frac{1}{12}\sqrt{\varepsilon_1}\,\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1}\,\frac{\omega_0^4}{c^3}\,(p_1^2 + p_2^2). \tag{50}$$

Для суммарной мощности излучения вдоль и перпендикулярно оптической оси мы получаем известные результаты [14].

Аналогично изложенному можно рассмотреть случай $\alpha_1<0$, $\alpha_3<0$. Данная методика позволяет, как мы видим, провести полное исследование задачи об излучении электрическим диполем в рассматриваемой гиротропной среде.

В заключение авторы благодарят проф. А. А. Соколова за интерес к данной работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kogelnik H. J. of Res., NBS, **64**D, No. 5, 515, 1960.
2. Meecham W. C. Phys. of Fluids, **4**, 1517, 1961.
3. Kuehl H. H. Phys. of Fluids, **5**, 1095, 1962.
4. Kogelnik H., Motz H. Proc. Symp. on Electrom. Theory and Antennas, p. 477, Pergamon Press. Oxford and N. Y., 1963.
5. Mittra R., Deshamps G. A. Electromagnetic waves. Pergamon Press. Ozford, 1963.
6. Wait J. R. Radio Sci. J. Res. NB5, **68**D, 119, 1964.
7. Бункин Ф. В. ЖЭТФ, **32**, 338, 1957.
8. Einaudi F., Wait J. R. Canad. J. Phys., **49**, 447, 1971.
9. Lee K. S. H. Papas C. H. Radio Science J. Res. NBS, **69**D, No. 10, 1313, 1965.
10. Staras H. Radio Science, **1** (New Ser.), No. 9, 1013, 1966.
11. Walsh Weil H. Radio Science, **1**, (New Ser.), No. 9, 1925, 1966.
12. Lafon J. P. Rev. Phys. appliquee, **3**, 216, 1968.
13. Weil H., Walch D. IEEE Trans. Ant. Prop., AP-**12**, No. 3, 297, 1964; AP-13, No. 1, 1965.
14. Левин М. Л., Рытов С. М. Теория равновесных тепловых флуктуаций в электродинамике. М., «Наука», 1967.
15. Куканов А. Б. «Оптика и спектроскопия», **14**, 121, 1963.
16. Куканов А. Б. «Изв. вузов», физика, № 1, 47, 1970.
17. Byrd P. F., Friedman M. D. Handbook of elliptic integrals for engineers and physicists, Berlin — Gottingen — HHeidelberg, 1954.

Поступила в редакцию
28.6 1971 г.

Кафедра
теоретической физики