6. Oda N., Nishimira F., Tahira S. VII ICPEAC Abstracts of papers (Amsterdam North-Holland), 2, 875, 1971.
7. Bonsen T. F. M. Vriens L. Physica, 47, 307, 1970.
8. Bell K. L., Freeston M. W., Kingston A. E. J. of Phys., B3, 952, 1970.
9. Green L. G., Mulder M. M., Lewis M. N., Woll Z. W. Phys. Rev., 93, 757, 1964.

Поступила в редакцию
16.4 1972 г.

НИИЯФ

УДК 539.12.01

Д. В. ГАЛЬЦОВ, Н. С. НИКИТИНА

О ВЫЧИСЛЕНИИ ТРЕУГОЛЬНОЙ ДИАГРАММЫ В СПИНОРНОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

В последнее время в литературе широко обсуждались аномальные свойства аксиальной вершины в спинорной электродинамике, впервые рассмотренные Адлером [1]. На языке теории возмущений ответственной за аномалии является треугольная диаграмма, приведенная на рисунке. Матричный элемент, соответствующий этой диаграмме, вычислил Розенберг [2], результат которого в дальнейшем был повторен Адлером и рядом других авторов. При этом подчеркивалось, что градиентная инвариантность позволяет выделить расходящиеся интегралы и делает вычисление однозначным. Противоположное суждение было высказано Шпилевским [3], в работе которого результат Розенберга подвергнут сомнению и утверждается, что в вычислении этой диаграммы имеется неоднозначность, связанная с существованием тождества

$$\varepsilon_{abcd}\,\delta_{ef}+\varepsilon_{bcde}\,\delta_{af}+\varepsilon_{cdea}\,\delta_{bf}+\varepsilon_{deab}\,\delta_{cf}+\varepsilon_{eabc}\,\delta_{df}=0$$

$$(\varepsilon_{abcd}\text{ — символ Леви — Чевиты}). \tag{1}$$

В настоящей заметке будет показано, что это утверждение является ошибочным.

Тензор третьего ранга $R_{\mu;\sigma\rho}$, соответствующий рассматриваемой диаграмме, в импульсном пространстве может быть представлен в виде разложения по структурам следующих типов:

$$k_{1\tau}\,\varepsilon_{\tau\sigma\rho\mu};\qquad k_{2\tau}\,\varepsilon_{\tau\sigma\rho\mu}; \tag{2}$$

$$k_{1\rho}\,k_{1\tau}\,k_{2\xi}\,\varepsilon_{\tau\xi\sigma\mu};\qquad k_{2\rho}\,k_{1\tau}\,k_{2\xi}\,\varepsilon_{\tau\xi\sigma\mu}; \tag{2'}$$

$$k_{1\sigma}\,k_{1\tau}\,k_{2\xi}\,\varepsilon_{\tau\xi\rho\mu};\qquad k_{2\sigma}\,k_{1\tau}\,k_{2\xi}\,\varepsilon_{\tau\xi\rho\mu};$$

$$k_{1\mu}\,k_{1\tau}\,k_{2\xi}\,\varepsilon_{\tau\xi\sigma\rho};\qquad k_{2\mu}\,k_{1\tau}\,k_{2\xi}\,\varepsilon_{\tau\xi\sigma\rho}. \tag{2''}$$

Два последних выражения (2″) являются градиентно-инвариантными, в то время как из остальных должна быть составлена комбинация, градиентно-инвариантная в целом. Это условие позволяет выразить расходящиеся коэффициенты при структурах (2) через конечные величины. Выражения (2) и (2″) в силу тождества (1) являются линейно зависимыми, например:

$$k_{1\mu}\,k_{1\tau}\,k_{2\xi}\,\varepsilon_{\tau\xi\sigma\rho}=(k_1k_2)\,k_{1\tau}\,\varepsilon_{\tau\sigma\rho\mu}-k_1^2\,k_{2\tau}\,\varepsilon_{\tau\sigma\rho\mu}-$$

$$-k_{1\sigma}\,k_{1\tau}\,k_{2\xi}\,\varepsilon_{\tau\xi\rho\mu}+k_{1\rho}\,k_{1\tau}\,k_{2\xi}\,\varepsilon_{\tau\xi\sigma\mu}, \tag{3}$$

поэтому тензор $R_{\mu;\sigma\rho}$ может быть представлен в виде

$$R^1_{\mu;\sigma\rho}=A_1k_{1\tau}\,\varepsilon_{\tau\sigma\rho\mu}+A_2k_{2\tau}\,\varepsilon_{\tau\sigma\rho\mu}+$$

$$+A_3\,k_{1\rho}\,k_{1\tau}\,k_{2\xi}\,\varepsilon_{\tau\xi\sigma\mu}+A_4\,k_{2\rho}\,k_{1\tau}\,k_{2\xi}\,\varepsilon_{\tau\xi\sigma\mu}+$$

$$+A_5k_{1\sigma}\,k_{1\tau}\,k_{2\xi}\,\varepsilon_{\tau\xi\rho\mu}+A_6k_{2\sigma}\,k_{1\tau}\,k_{2\xi}\,\varepsilon_{\tau\xi\rho\mu}, \tag{4}$$

Из условия градиентной инвариантности $k_{1\sigma}\,R_{\mu;\sigma\rho}=k_{2\rho}\,R_{\mu;\sigma\rho}=0$, получим

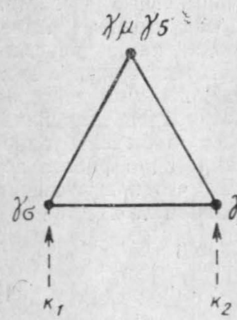
$$A_2 - k_1^2 A_5 - (k_1k_2) A_6 = A_1 - k_2^2 A_4 - (k_1k_2) A_3 = 0, \tag{5}$$

откуда расходящиеся коэффициенты A_1 и A_2 могут быть выражены через сходящиеся A_3, A_4, A_5, A_6 [1, 2]. Полученный таким образом конечный тензор $R_{\mu;\sigma\rho}$ с помощью тождества (1) может быть затем представлен в различных, но эквивалентных формах.

В работе [3] вычислялась свертка тензора $R_{\mu;\sigma\rho}$ с векторами $e_{1\sigma}$ и $e_{2\rho}$, ортогональными соответствующим импульсам. При этом члены, пропорциональные A_4 и A_5, обращаются в нуль:

$$R_\mu = e_{1\sigma} e_{2\rho} R_{\mu;\sigma\rho} = A_1 \,|\, k_1e_1e_2\,\mu \,|\, + A_2 \,|\, k_2e_1e_2\,\mu \,|\, +$$
$$+ A_3 (e_2k_1) \,|\, k_1k_2e_1\mu \,|\, + A_6 (e_1k_2) \,|\, k_1k_2e_2\mu \,|\,;$$
$$|\, k_1e_1e_2\mu \,| \equiv k_{1\tau}\, e_{1\sigma}\, e_{2\rho}\, \varepsilon_{\tau\sigma\rho\mu}. \tag{6}$$

Результат вычисления зависит от того, наложить ли условие градиентной инвариантности непосредственно на (6), либо предварительно выделить из последних двух слагаемых в (6) градиентно-инвариантные комбинации (2″) с помощью тождеств типа (3), а затем потребовать выполнения условия градиентной инвариантности для R_μ в целом. Для конкретного процесса $\gamma + Z \to Z + \nu + \tilde{\nu}$ в первом случае матричный элемент отличен от нуля, во втором — равен нулю.



В этих рассуждениях, однако, имеется ошибка, состоящая в том, что условие градиентной инвариантности применяется не к полному тензору $R_{\mu;\,\sigma\rho}$, а к свертке (6), в которой учтено условие ортогональности векторов e_i и k_i ($i=1, 2$). В первом случае уравнение, получаемое для коэффициентов, совпадает с (5), если в нем опустить члены $k_2^2 A_4$ и $k_1^2 A_5$. Если же ко вторым двум слагаемым в (6) применить тождество (1), то относительный вес слагаемых, исчезающих в силу ортогональности e_i и k_i, изменяется. Действительно, применим тождество (1) к членам, пропорциональным A_3 и A_6, но не в свертке (6), как в [3], а в полном разложении (4):

$$R_{\mu;\sigma\rho} = \varepsilon_{\tau\sigma\rho\mu} \{k_{1\tau} [A_1 + k_2^2 A_6 - (k_1k_2) A_3] + k_{2\tau} [A_2 + k_1^2 A_3 - (k_1k_2) A_6]\} +$$
$$+ k_{1\tau}\, k_{2\xi} [k_{2\rho} (A_4 + A_6)\, \varepsilon_{\tau\xi\sigma\mu} + k_{1\sigma} (A_3 + A_5)\, \varepsilon_{\tau\xi\rho\mu}] +$$
$$+ k_{1\tau}\, k_{2\xi} (k_{1\mu} A_3 - k_{2\mu} A_6)\, \varepsilon_{\tau\xi\sigma\rho}, \tag{7}$$

а затем образуем свертку тензора (7) с векторами поляризации:

$$R'_\mu = |\, k_1e_1e_2\mu \,|\, [A_1 + k_2^2 A_6 - (k_1k_2) A_3] +$$
$$+ |\, k_2e_1e_2\mu \,|\, [A_2 + k_1^2 A_3 - (k_1k_2) A_6] + |\, k_1k_2e_1e_2 \,|\, (k_{1\mu} A_3 - k_{2\mu} A_6). \tag{8}$$

Налагая на (8) формально требование градиентной инвариантности, придем к неправильным уравнениям:

$$A_1 + k_2^2 A_6 - (k_1k_2) A_3 = A_2 + k_1^2 A_3 - (k_1k_2) A_6 = 0. \tag{9}$$

Причина ошибки очевидна из сопоставления формул (7) и (8). Вследствие поперечности в свертке (8) отсутствуют слагаемые, пропорциональные (A_4+A_6) и (A_3+A_5), которые дают неисчезающий вклад в условие градиентной инвариантности тензора $R_{\mu;\sigma\rho}$ в целом. Легко проверить, что, учитывая эти слагаемые в условии градиентной инвариантности тензора $R_{\mu;\sigma\rho}$ в форме (7), мы снова возвращаемся к правильным уравнениям для коэффициентов (5). Отсюда, в частности, следует, что вывод работы [3] о невозможности процесса $\gamma + Z \to Z + \nu + \tilde{\nu}$ ошибочен.

ЛИТЕРАТУРА

1. Adler S. L. Phys. Rev., 177, 2426, 1969.
2. Rosenberg L. Phys. Rev., 129, 2786, 1963.
3. Шпилевский А. «Изв. АН ЭстССР», физика, математика, 18, № 2, 209, 1969.

Поступила в редакцию
10.4 1972 г.

Кафедра
теоретической физики

УДК 534 322.3

Р. Э. ШИХЛИНСКАЯ

О НЕКОТОРЫХ МЕХАНИЗМАХ ШУМООБРАЗОВАНИЯ ОКОЛОЗВУКОВЫХ ГАЗОВЫХ СТРУЙ

Известно, что околозвуковая струя может быть источником акустического дискретного излучения, связанного с существованием «ячеек» в струе [1—6]. В [6] было предложено эмпирическое соотношение для расчета основной частоты дискретного излучения f_d:

$$f_d = \frac{c_0}{2s}, \tag{1}$$

где c_0 — скорость звука в невозмущенной среде, s — продольный размер «ячейки». Величина s может быть рассчитана для известного избыточного давления p, противодавления и диаметра d [6]. Соотношение (1) подтверждает гипотезу о замыкании петли обратной связи на длине одной «ячейки», лежащую в основе физической модели автоколебательного механизма излучения, предложенного в [1, 2]. Эта гипотеза подтверждается также наличием частот, кратных основному тону [2, 6].

В последующих работах, посвященных исследованию дискретного излучения сверхзвуковых струй в различных режимах истечения, основная частота излучения f_d также связывается с размерами «ячеек» [7, 8]. Для сверхзвуковой струи в режиме недорасширения связь f_d с s выглядит так:

$$f_d = \frac{c_0}{s}\,\frac{v}{v + c_0}, \tag{2}$$

где v — скорость возмущений, распространяющихся вниз по струе. Величина v может быть рассчитана [8]. Так как «ячеистая» структура сверхзвуковой и околозвуковой струи в принципе подобны, то (2) может оказаться справедливым и для околозвуковой струи. Действительно, при $v \cong c_0$ (что допустимо для околозвуковых струй) формула (2) переходит в (1). По-видимому, автоколебательный механизм дискретного излучения подобен для всех струй, обладающих «ячеистой» структурой, независимо от их скорости. Полуэмпирические формулы (1), (2) проясняют фазовые соотношения в струе и значительно упрощают вычисления частоты дискретного излучения, так как нет необходимости вводить понятие эквивалентного источника и связанных с ним величин [1, 2], которые приходилось определять экспериментально.

Известно, что помимо дискретного излучения струя является источником шума, максимум которого лежит вблизи «пиковой» частоты $f_p \simeq 0{,}4\,\frac{u}{d}$, где u — скорость струи на срезе сопла, равная для околозвуковой воздушной струи $\sim 0{,}9\ c_0$. В условиях эксперимента [5] в диапазоне частот $\sim (f_p \div 5 f_p)$ наблюдался значительный уровень акустической энергии под острым углом φ к направлению струи: $\varphi = (20 \div 40^\circ)$. Эта особенность характера излучения струи может быть объяснена шумовым излучением от турбулентного пограничного слоя, как и в случае дозвуковых струй [9]. Такое объяснение справедливо только для относительно низкочастотной области спектра излучения (f порядка f_p). На более высоких частотах направленное под острым углом к потоку излучение обусловлено, по-видимому, возмущениями, возникающими у основания струи и распространяющими вдоль ее границ со скоростью $v < u$ (излучение типа волн Маха). Необходимым условием возникновения такого излучения является $\frac{v}{c_0} > 1$, что хорошо выполняется для сверхзвуковых струй [7, 8]. Покажем, что это