

Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 2 — 1973

УДК 539.196; 621.385.6

В. И. КАНАВЕЦ, А. Ю. СТАБИНИС

СПОНТАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ И САМОВОЗБУЖДЕНИЕ МАЛОГО ОБЪЕМА КЛАССИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ АКТИВНОЙ СРЕДЫ

Рассмотрены когерентные эффекты при спонтанном излучении системы классических нелинейных осцилляторов, размеры которой меньше длины волны. В одномерном приближении записаны укороченные уравнения для медленно меняющихся амплитуд и фаз. При решении учитывались начальные фазовые флуктуации. Найдены условия самовозбуждения, приводящие к возрастанию дипольного момента среды во времени. Рассмотрен случай стационарной генерации.

Возбужденные осцилляторы (атомы, молекулы, электроны в магнитном поле) взаимодействуют через поле собственного излучения. Возникают эффекты когерентности или так называемые кооперативные эффекты. Они отчетливо проявляются при взаимодействии в объеме, линейные размеры которого меньше длины волны ($l \ll \lambda$). Микроскопическое описание показывает, что спектральная линия излучения уширяется, а его интенсивность не равна сумме интенсивностей излучения отдельных осцилляторов [1]. Если осцилляторы линейны, то эффекты исчезают при переходе к однородной неограниченной среде [2].

При воздействии внешнего поля на систему классических нелинейных возбужденных осцилляторов возникает вынужденное излучение, не зависящее от начальных фаз осцилляторов. При определенных условиях вынужденное излучение превышает поглощение. Квантовым аналогом такой среды является среда с отрицательной заселенностью. Вынужденное излучение активной среды или среды с отрицательной температурой используются для усиления и генерации когерентных колебаний в мазерах и лазерах.

В реальных системах активная область имеет конечную протяженность. Кооперативные эффекты не исчезают. Вынужденное излучение тесно связано со спонтанным. При взаимодействии возбужденных осцилляторов индуцированное излучение возникает под действием спонтанного излучения и в свою очередь влияет на него. По-видимому, при некоторых условиях кооперативные эффекты приведут к возрастанию поля радиации во времени. Поле будет максимально при полностью когерентном спонтанном излучении отдельных осцилляторов. На возможность такого состояния указывается в квантовой теории [3].

Эффекты когерентности в различных режимах, в том числе и в режиме самовозбуждения активной среды, могут быть изучены в классическом приближении при рассмотрении спонтанного излучения системы нелинейных осцилляторов, находящихся в малом объеме.

Выбор начального распределения фаз осцилляторов зависит от способа возбуждения среды. В большинстве случаев начальные фазы распределены по случайному закону. При кратковременном воздействии на пучок осцилляторов отклонения фаз могут изменяться по гармоническому закону [4]. Начальные амплитуды можно считать одинаковыми.

§ 1. Уравнение колебаний взаимодействующих осцилляторов

Запишем уравнения, описывающие колебания в малом объеме классической активной среды ($l \ll \lambda$) в дипольном приближении. Будем считать, что осцилляторы взаимодействуют через собственное поле излучения. Сила торможения, действующая на каждый из осцилляторов, дается выражением [1]:

$$\vec{F} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \sum_{i=1}^N \ddot{q}_i, \quad (1)$$

где eq_i — дипольный момент. Взаимодействие осцилляторов, имеющих кубическую нелинейность, описывается системой уравнений

$$\ddot{q}_n + \omega_0^2 \vec{q}_n (1 + \varepsilon q_n^2) = \frac{2}{3} \frac{e^2}{mc^3} \sum_{i=1}^N \ddot{q}_i, \quad n = 1, 2, \dots, N. \quad (2)$$

Считается, что в начальный момент осцилляторы имеют одинаковую амплитуду и заданное распределение фаз. Взаимодействие через общее поле излучения приводит к изменению дипольного момента системы, амплитуд и фаз осцилляторов.

Если осцилляторы линейны $\varepsilon = 0$, то при суммировании уравнений (2) получается уравнение для суммарного дипольного момента

$$\ddot{\vec{P}} + \omega_0^2 \vec{P} = -\gamma N \vec{P}, \quad (3)$$

где $\vec{P} = \sum_n \vec{eq}_n$, $\ddot{q}_n \simeq -\omega_0^2 \vec{q}_n$ при предположении, что ширина линии излу-

чения много меньше частоты ω_0 ; $\gamma = \frac{2}{3} \frac{e^2 \omega_0^2}{mc^2}$. Из (3) следует, что естественная ширина линии системы N осцилляторов в N раз превышает естественную ширину линии отдельного осциллятора.

При взаимодействии нелинейных осцилляторов возможно увеличение степени ориентированности диполей [5]. В дальнейшем используем эквивалентное одномерное приближение, считая, что все диполи или ориентированы в одном направлении (атомы и молекулы), или же имеют одинаковую круговую поляризацию (циклотронные осцилляторы). В этом приближении и при малости γ уравнения (2) имеют вид

$$\ddot{q}_n + \omega_0^2 q_n + \varepsilon q_n^3 = -\gamma \sum_{i=1}^N \ddot{q}_i, \quad n = 1, 2, \dots, N. \quad (4)$$

Коэффициент ϵ достаточно мал. Применим приближение медленно меняющихся амплитуд и фаз. Решение ищем в виде $q_n = r_n \cos(\omega_0 t + \psi_n)$. При подстановке этого выражения в (4) и отбрасывании осциллирующих членов получаются укороченные уравнения

$$\begin{aligned} \dot{r}_n &= -\frac{\gamma}{2} \sum_{i=1}^N r_i \cos(\psi_i - \psi_n), \\ \dot{\psi}_n &= \frac{3}{8} \epsilon \omega_0 r_n^2 - \frac{\gamma}{r_n} \sum_{i=1}^N r_i \sin(\psi_i - \psi_n). \end{aligned} \quad (5)$$

Введем безразмерные переменные

$$t_1 = \omega_0 t, \quad x_n = \frac{r_n}{r_0}, \quad b = \frac{\gamma}{2\omega_0}, \quad a = \frac{3}{8} \epsilon r_0^2, \quad (6)$$

где r_0 — заданная амплитуда отклонения. Уравнения (5) будут иметь вид

$$\begin{aligned} \frac{dx_n}{dt_1} &= -b \sum_{i=1}^N x_i \cos(\psi_i - \psi_n), \\ \frac{d\psi_n}{dt_1} &= ax_n^2 - \frac{b}{x_n} \sum_{i=1}^N x_i \sin(\psi_i - \psi_n). \end{aligned} \quad (7)$$

Для определенности возьмем $a < 0$ (осциллятор с мягкой нелинейной характеристикой, например слаборелятивистский электрон в магнитном поле). При замене переменных

$$y_n = x_n |a|^{1/3}, \quad \beta = \frac{b}{|a|^{1/3}}, \quad \tau = t_1 |a|^{1/3}$$

система (7) становится зависящей от одного параметра β

$$\begin{aligned} \frac{dy_n}{d\tau} &= -\beta \sum_{i=1}^N y_i \cos(\psi_i - \psi_n), \\ \frac{d\psi_n}{d\tau} &= -y_n^2 - \frac{\beta}{y_n} \sum_{i=1}^N y_i \sin(\psi_i - \psi_n). \end{aligned} \quad (8)$$

Укороченные уравнения (8) должны решаться со следующими начальными условиями:

$$y_n = y_0, \quad \psi_n = 0 \div 2\pi, \quad n = 1, 2, \dots, N. \quad (9)$$

Система (8) описывает изменение амплитуд и фаз осцилляторов, а также циклотронное движение в полярной системе координат y, ψ . В декартовой системе (ρ, r)

$$\dot{\rho}_n = -y_n \sin \psi_n \quad \text{и} \quad \dot{r}_n = y_n \cos \psi_n \quad (10)$$

система (8) приобретает вид

$$\frac{d\rho_n}{d\tau} = -\beta N \langle \rho_n \rangle_i^2 + r_n (\rho_n^2 + r_n^2),$$

$$\frac{dr_n}{d\tau} = -\beta N \langle r_n \rangle - p_n (p_n^2 + r_n^2), \quad (11)$$

где

$$\langle p_n \rangle = \frac{1}{N} \sum_n p_n, \quad \langle r_n \rangle = \frac{1}{N} \sum_n r_n.$$

Компоненты $\langle p_n \rangle$ и $\langle r_n \rangle$ имеют смысл проекций среднего дипольного момента системы осцилляторов на координатные оси. Запись (11) можно упростить, введя комплексную функцию

$$a_n = p_n + ir_n$$

$$\frac{da_n}{d\tau} = -\beta N \langle a_n \rangle - ia_n |a_n|^2. \quad (12)$$

Начальные условия (9) для (12) преобразуются так:

$$a_n(0) = y_0 e^{i\psi_n}.$$

§ 2. Возрастание дипольного момента системы осцилляторов

Как следует из уравнений (11) и (12), при взаимодействии N нелинейных осцилляторов потери определяются произведением βN , как и для ансамбля линейных осцилляторов (3). Однако в системе нелинейных осцилляторов ввиду их фазовой неустойчивости действие силы торможения не только изменяет амплитуду колебаний, но и приводит к фазовой группировке. Дополнительная фазовая группировка под действием общего поля излучения улучшает энергообмен ансамбля и внешнего поля [6]. Покажем, что группировка сопровождается увеличением дипольного момента системы.

Найдем изменение дипольного момента за некоторый интервал времени, определяемый начальной модуляцией. Перейдем от дискретной модели к непрерывному распределению осцилляторов по начальным фазам. Из (12) следует

$$\frac{da_u}{d\tau} = -\beta' \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} a_v dv \right] - ia_u |a_u|^2, \quad (13)$$

где переменные u, v пробегает значения от 0 до 2π , $\beta' = 2\pi\beta$. Переменная u имеет смысл начальной фазы в ансамбле с равномерным распределением фаз. Предположим, что имеется некоторая функция распределения осцилляторов по начальным фазам, мало отличающаяся от равномерного распределения

$$f(u) = u + \mu\Phi(u), \quad (14)$$

где $\mu \ll 1$, $\Phi(u)$ — случайная или заданная функция. Тогда система осцилляторов обладает начальным комплексным дипольным моментом

$$\langle a_u(0) \rangle = \frac{y_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{if(v)} dv.$$

В дальнейшем положим $y_0 = 1$, не уменьшая общности задачи (уравнение (12) простой перенормировкой сводится к уравнению с начальным условием $y_0 = 1$). Проведя разложение в ряд Тейлора, получим

$$\langle a_u(0) \rangle = \frac{i\mu}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{iv} \Phi(v) dv - \frac{\mu^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} e^{iv} \Phi^2(v) dv + \dots \quad (15)$$

При $\mu \ll 1$ основной вклад в начальный дипольный момент дает первая гармоника разложения $\Phi(v)$ в ряд Фурье. В этом случае можно рассматривать поведение ансамбля осцилляторов при упрощенной функции распределения осцилляторов по начальным фазам $f(u) = u + \mu \sin u$.

Система (13) запишется в виде

$$\frac{da_u}{d\tau} = -\beta' \langle a \rangle + ia_u(1 - |a_u|^2),$$

где

$$a_u(0) = e^{i(u+\mu \sin u)}, \quad \langle a \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} a_v dv. \quad (16)$$

Член ia_u в правой части первого уравнения (16) при малом μ означает лишь существование постоянного сдвига частоты колебаний осцилляторов, не изменяющего хода зависимости $|\langle a(\tau) \rangle|$. Если все осцилляторы имеют одинаковую фазу, то в начальный момент времени $|\langle a \rangle| = 1$. Величина $|\langle a \rangle|$ может быть выбрана в качестве критерия фазировки осцилляторов. Если начальная модуляция отсутствует, то $|\langle a \rangle| = 0$ в любой момент времени. Для выяснения возможности самовозбуждения системы предположим, что $a_u = a_u(0) + a_{1u}$, $|a_{1u}| \ll |a_u(0)|$. Учитывая члены не выше первого порядка малости и не интересуясь сдвигом частоты, имеем

$$\dot{a}_{1u} = -\beta' \langle a_u(0) \rangle - \beta' \langle a_{1u} \rangle - ia_u(0)[a_u(0)a_{1u}^* + a_{1u}a_u^*(0)], \quad (17)$$

где

$$\langle a_u(0) \rangle \simeq -\frac{\mu}{2}.$$

Отбрасывая члены второго порядка малости, получим следующее уравнение для среднего значения:

$$\langle \ddot{a}_1 \rangle + \beta' \langle \dot{a}_1 \rangle - i\beta' \langle a_1 \rangle = -i\beta' \frac{\mu}{2}, \quad (18)$$

где

$$\langle a_1(0) \rangle = 0, \quad \langle \dot{a}_1(0) \rangle = \frac{\beta'\mu}{2}.$$

Характеристическое уравнение

$$\lambda^2 + \beta'\lambda - i\beta' = 0 \quad (19)$$

имеет корни

$$\lambda_{1,2} = -\frac{\beta'}{2} \pm \sqrt{\frac{(\beta')^2}{4} - i\beta'}.$$

Решение (18) имеет вид

$$\langle a_1 \rangle = C_1 e^{\lambda_1 \tau} + C_2 e^{\lambda_2 \tau} + \frac{\mu}{2}, \quad (20)$$

где C_1 и C_2 постоянные, определяемые из начальных условий. При любых $\beta' \neq 0$, $\text{Re } \lambda_1 > 0$. Следовательно, дипольный момент $\langle a_1 \rangle$ может

нарастать со временем. Исследование системы (16) на устойчивость в стационарном состоянии $a_u = e^{iu}$, где u равномерно распределено в интервале $0 \div 2\pi$, также показало, что средний дипольный момент $\langle a_1 \rangle$ возрастает. Неустойчивость системы к возмущениям присуща исключительно нелинейной системе, в линейной системе момент $\langle a_1 \rangle$ затухает. Вычислив C_1 и C_2 при $\beta' \gg 1$ и достаточно больших значениях произведения $\tau \operatorname{Re} \lambda_1$, получим

$$|\langle a_1 \rangle| = \frac{\mu}{4} \sqrt{1 - \sqrt{\frac{\beta'}{|2} - \frac{\beta'}{4}}} e^{(\operatorname{Re} \lambda_1) \tau}, \quad (21)$$

где

$$\operatorname{Re} \lambda_1 = -\frac{\beta'}{2} + \sqrt{\frac{\beta'}{2}}.$$

Модуль среднего дипольного момента осцилляторов экспоненциально возрастает во времени, происходит самовозбуждение системы. Для исследования режима ограничения амплитуды необходимо рассмотрение решений системы (16) на большом интервале времени. Ввиду сложности задачи следует перейти к методу численного интегрирования.

§ 3. Результаты численного интегрирования

Решение системы (16) проводилось методом численного интегрирования на ЭВМ. Использован шаговый модифицированный метод Эйлера. На рис. 1 представлена зависимость величины $\eta = |\langle a \rangle| \cdot 100\%$

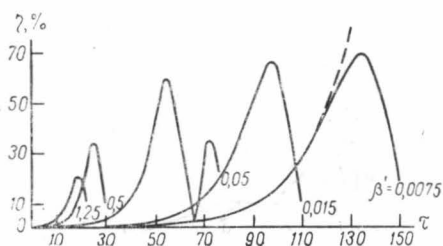


Рис. 1. Изменение во времени дипольного момента системы η для ряда значений параметра β' при начальной фазовой модуляции

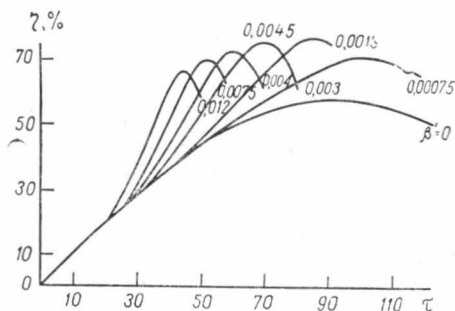


Рис. 2. Изменение во времени дипольного момента системы η для ряда значений β' при начальной амплитудной модуляции

от времени при разных β' , $\mu = 0,002$. Видно, что сначала $|\langle a \rangle|$ экспоненциально нарастает, достигает насыщения, затем быстро уменьшается и быстро колеблется. Первый максимум наибольший. Пример колебательной зависимости показан для случая $\beta' = 0,05$. В соответствии с результатами анализа § 2 на начальных участках возрастание происходит по экспоненте. Экспонента показана пунктиром для $\beta' = 0,0075$. При малых β' процесс протекает медленно, значения η получаются наибольшими. Максимум η при $\beta' = 0,0075$ достигает значения 69%. Потери мощности на излучение небольшие. К моменту образования максимума теряется лишь 12% всей энергии ансамбля осцилляторов. При увеличе-

нии β' первый максимум начинает формироваться быстрее, однако потери на излучение становятся значительно большими, в результате максимальные значения η уменьшаются. Исследование показало, что при $\mu \ll 1$ максимум η не зависит от μ по величине, изменяется лишь время его формирования. Зависимости, подобные представленным на рис. 1, получены также и при задании начального отклонения фаз по случайному закону, используя машинный генератор случайных чисел. Такой результат соответствует выводу, полученному в § 2 аналитически.

Когерентные эффекты исследовались также при задании начальной амплитудной модуляции и равномерного распределения по фазе. Использован гармонический закон

$$a_u(0) = (1 + \mu \sin u) e^{iu}. \quad (22)$$

Изменение η для $\mu=0,01$ при разных β' показано на рис. 2. Видно, что при небольших β' зависимости $\eta(\tau)$ идут выше кривой $\beta'=0$. Случай $\beta'=0$ соответствует группировке электронов в клистроне с поперечным смещением электронов, а также аналогичен группировке в обычном пролетном клистроне. Интегрирование уравнений (16) дает обычную для клистронов, а также МЦР-группирователей зависимость в виде функции Бесселя $|\langle a \rangle| \sim J_1(2\mu\tau)$ [4]. При $\beta' \neq 0$ изменение η во времени следует этой зависимости для малых $\mu\tau$. Затем проявляется взаимодействие, и обратная связь через поле излучения приводит к дополнительному возрастанию дипольного момента — самофокусировке осцилляторов по фазе.

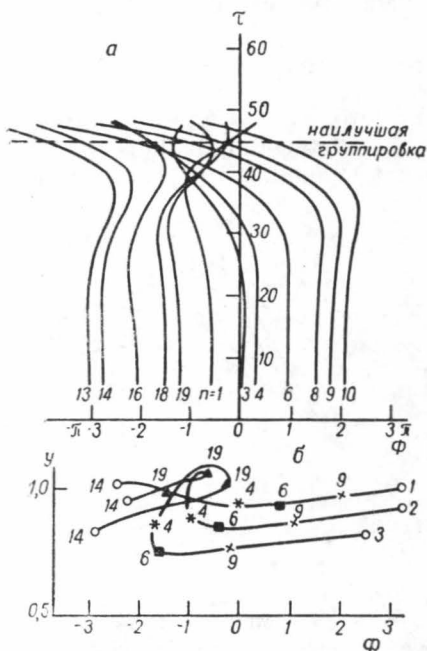


Рис. 3. Фазовые траектории (а) и амплитудно-фазовые характеристики (б) ансамбля осцилляторов при начальной фазовой модуляции
1 — $\tau=32$, 2 — $\tau=40$, 3 — $\tau=44$

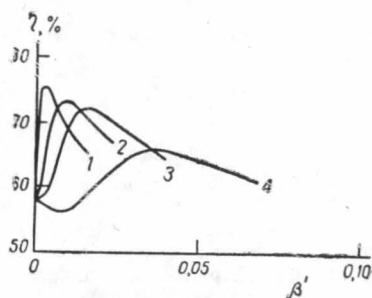


Рис. 4. Зависимости максимальных значений дипольного момента от параметра η при разных начальных модуляциях по амплитуде
1 — $\mu=0,01$; 2 — $\mu=0,025$;
3 — $\mu=0,035$ и 4 — $\mu=0,06$

Изменение амплитуд и фаз отдельных осцилляторов при фазовой фокусировке в случае фазовой синусоидальной модуляции показано на рис. 3, $\mu=0,01$, $\beta'=0,05$. Картина изменения фаз показана на рис. 3, а. Фазовые траектории представляют собой сложные кривые. Оптимальная фазировка достигается при пересечении части траекторий. Наклон

кривых влево соответствует уменьшению амплитуды осцилляторов. При оптимальном времени группирования наклон для большинства кривых становится сравнительно большим. Это соответствует когерентному излучению энергии почти всеми осцилляторами ансамбля.

Зависимость изменения амплитуды осцилляторов от их номера в начальный момент времени является синусоидальной. Затем формируются области резкого, а также плавного изменения как амплитуд, так и фаз, что типично для искажения профиля возмущения конечной амплитуды.

На рис. 3, б представлена амплитудно-фазовая характеристика процесса. Кривые имеют весьма сложную зависимость от номера n . Отчетливо видна группировка осцилляторов по фазе и сложное изменение их амплитуд. С течением времени фазировка улучшается, однако отмечается уменьшение амплитуды, что соответствует когерентному излучению осцилляторов. Амплитудно-фазовые характеристики при $\beta' > 0,05$ подобны представленным на рисунке, однако амплитуда здесь уменьшается гораздо быстрее.

На рис. 4 приведена зависимость максимального значения η от β' для разных μ при синусоидальной модуляции амплитуды. Максимальные значения η возрастают при уменьшении β' и μ .

§ 4. Стационарная генерация

Для получения стационарной генерации необходимо учесть конечное время жизни осцилляторов и непрерывное действие начального (граничного) возбуждения. Процесс генерации моделировался следующим образом. Было взято большое число ансамблей осцилляторов и задан интервал времени, через который они последовательно вводились в область взаимодействия. Время их жизни одинаково. В случае циклотронных осцилляторов время жизни имеет смысл времени пролета, например от электронной пушки до коллектора. Фазы осцилляторов задавались случайным образом, используя генератор случайных чисел ЭВМ. Начальные амплитуды брались одинаковыми. Вначале общее количество ансамблей в области взаимодействия возрастает, затем остается постоянным. Из-за наличия связи фазовая фокусировка, которая начинается в каждом из ансамблей, нарушается под действием электрического поля других ансамблей. При малых β' самовозбуждение совокупности ансамблей отсутствует. Дипольный момент изменяется нерегулярно, соответствуя шумовому излучению. Самовозбуждение получено при $\beta' \geq 1$. Картина самовозбуждения и стационарной генерации при $\beta' = 0,9$, времени жизни $\Delta\tau = 8$ и при нахождении в области взаимодействия двадцати ансамблей показана на рис. 5. Для удобства взяты различные масштабы $\eta(\tau)$. Вначале при $\tau < 8$ количество ансамблей увеличивается, пока не окажется равным 20. В дальнейшем их число не меняется. Увеличение дипольного момента продолжается за время, равное примерно 3—4 временам жизни. Затем происходят колебания около стационарного уровня, $\eta_{ст} \approx 16\%$. Колебания постепенно затухают. Наряду с медленным изменением существуют и флуктуации, показанные на участке $\tau > 40$.

Таким образом, связь осцилляторов через поле излучения при непрерывном возбуждении системы приводит к возникновению стационарного когерентного излучения. При этом, естественно, происходит значительное сужение спектральной линии. Можно утверждать, что в активной среде при отрицательной температуре и достаточно большой накачке появляется спонтанная генерация за счет внутренней связи, в отсут-

ствие внешних резонаторов. Сказанное справедливо для среды, состоящей из атомов и молекул, а также циклотронных осцилляторов. В последнем случае результаты расчета, представленные на рис. 5, моделируют процесс спонтанной генерации в электронном пучке, достаточно широком, чтобы не сказались кулоновские силы расталкивания (ширина пучка должна превышать диаметр циклотронной орбиты, а орбиты

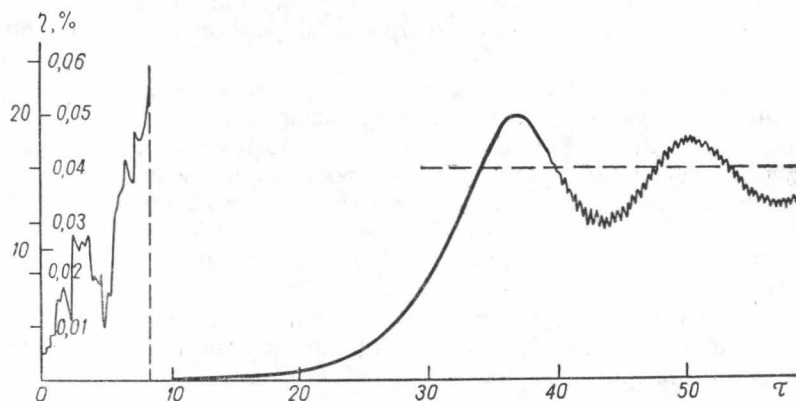


Рис. 5. Установление стационарного значения дипольного момента системы η при спонтанной генерации

должны быть перемешаны). Излучение электронов в магнитном поле обычно называется магнитным или синхротронным. Следовательно, возможно создание генератора магнитного излучения с внутренней обратной связью без внешнего резонатора.

§ 5. Квантовая аналогия

Возможность самовозбуждения малого объема активной среды не обязательно связана с ее классическими свойствами. В качестве осцилляторов можно взять и квантовые объекты. Существенно, однако, чтобы электромагнитное поле спонтанного излучения содержало много квантов и описывалось классическими формулами. Покажем возможность спонтанной генерации на примере двухуровневых объектов — энергетических спинов (атомов и молекул) или магнитных моментов. Уравнения, связывающие электрическую или магнитную поляризацию с полем излучения, эквивалентны, поэтому рассмотрим для определенности взаимодействие электрических диполей [1]. Используем предположение об их линейной поляризации.

Предположим, что в малом объеме вещества с линейными размерами, меньшими длины волны, возник достаточно большой дипольный момент \vec{P} . Ему соответствует поле излучения, определяющее силу торможения (1). Материальные уравнения среды двухуровневых молекул имеют следующий вид [1]:

$$\ddot{\vec{P}} + \frac{2}{T_2} \dot{\vec{P}} + (\omega_0^2 - T_2^{-2}) \vec{P} = -2N(\vec{E} \vec{d}_{21}) \vec{d}_{12} \frac{\omega_0}{\hbar}, \quad (22)$$

$$\dot{N} + T_1^{-1} N - \frac{2}{\hbar \omega_0} \vec{E} (\dot{\vec{P}} + T_2^{-1} \vec{P}) = T_1^{-1} N_0,$$

где \vec{d}_{21} — дипольный момент перехода; N — разность заселенностей уровней; N_0 — число активных молекул при $\vec{E} = 0$; T_1 и T_2 — времена релаксации; \vec{E} — напряженность поля, определяемая в соответствии с (1 — 3) соотношением

$$\vec{E} = \frac{2}{3} \frac{e}{c^3} \ddot{\vec{P}} = -\gamma \dot{\vec{P}}. \quad (23)$$

Обычно ω_0 гораздо больше $1/T_1$ и $1/T_2$. Пусть также выполняется условие малости поля излучения $T_1^{-1} N \gg 2/\hbar\omega_0 \vec{E} \dot{\vec{P}}$. В этом случае можно положить

$$N - N_0 \simeq \frac{2}{\hbar\omega_0} \vec{E} (\dot{\vec{P}} + T_2^{-1} \vec{P}) \simeq -\frac{2\gamma}{\hbar\omega_0} \dot{P}^2. \quad (24)$$

Подставляя (24) в первое уравнение (22) и учитывая, что $\vec{d}_{12} = \vec{d}_{21} = |d|^{29}$ после группировки членов получим уравнение

$$\ddot{P} + \delta_1 \dot{P} (1 - \delta_2 \dot{P}^2) + (\omega_0^2 + T_2^{-2}) P = 0, \quad (25)$$

где

$$\delta_1 = \frac{2}{T_2} - 2N_0 \gamma |d|^2 \frac{\omega_0}{\hbar}, \quad \delta_2^{-1} = \frac{\hbar^2}{4\gamma |d|^2} \left(2N_0 \gamma |d|^2 \frac{\omega_0}{\hbar} - \frac{2}{T_2} \right).$$

Уравнение (25) является уравнением автогенератора с отрицательным нелинейным сопротивлением и стационарной амплитудой колебаний $P_0 = 1/\omega_0^2 \delta_2$. Генерация возможна при выполнении условия

$$N_0 \gamma |d|^2 \frac{\omega_0}{\hbar} > \frac{1}{T_2}.$$

В системе нелинейных возбужденных классических осцилляторов обратная связь через общее поле излучения приводит к фазовой группировке и возрастанию общего дипольного момента. При определенных соотношениях между параметрами происходит самовозбуждение колебаний.

Эффект может быть использован для улучшения характеристик усилителей и для создания генератора когерентных колебаний без внешнего резонатора. Самовозбуждение колебаний и стационарная генерация возможна также в системе квантовых нелинейных осцилляторов, находящихся при отрицательной температуре.

ЛИТЕРАТУРА

1. Файн В. М., Ханнин Я. И. Квантовая радиофизика. М., «Советское радио», 1965.
2. Алексеев В. А., Виноградов А. В., Собельман И. И. «Успехи физических наук», **102**, 43, 1970.
3. Dicke R. H. «Phys. Rev.», **93**, 99, 1954.
4. Гапонов А. В., Петелин М. И., Юлпатов В. К. «Изв. вузов», радиофизика, **10**, 1414, 1967.
5. Скромный Г. В., Изюмова Т. Г. «Успехи физических наук», **73**, 423, 1961.
6. Канавец В. И., Стабинис А. Ю. Воздействие внешней силы на ансамбль взаимодействующих нелинейных осцилляторов. В трудах 5-й Международной конференции по нелинейным колебаниям. Киев, 1969.

Поступила в редакцию
10.10 1971 г.

Кафедра
радиотехники