

# Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 2 — 1973

УДК 621.38.2029.65

Ф. А. ЖИВОПИСЦЕВ, А. В. ЛУКАШЕВ, В. А. ЭЛЬТЕКОВ

## К ВОПРОСУ О СВЯЗИ ОДНОЧАСТИЧНЫХ И КОЛЛЕКТИВНЫХ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ АТОМНОГО ЯДРА

Исследованы формфакторы нуклонов для ядер  $\text{Ca}^{40}$ ,  $\text{Zr}^{90}$ ,  $\text{Pb}^{208}$ , обусловленных возбуждением низшего коллективного состояния  $3^-$ , и показано, что матричные элементы взаимодействия нуклона с остовом, рассчитанные в двух моделях — феноменологической и микроскопической — для данных ядер при определенных условиях близки друг к другу.

Учет взаимодействия нуклона с низшими коллективными состояниями (взаимодействие нуклона с остовом) играет важную роль при анализе различных вопросов теории атомного ядра, таких, как ангармонические эффекты в вибрационных спектрах, промежуточная структура дипольного резонанса, неупругое рассеяние нуклонов и т. д. [1—3]. Масштабы эффектов, обусловленных связью одночастичных и коллективных степеней свободы, определяются, конечно, величинами соответствующих матричных элементов. Поэтому особое значение приобретает правильный расчет этих матричных элементов. В подавляющем большинстве работ матричные элементы рассчитываются по формулам коллективной модели, в которой оператор взаимодействия нуклона с остовом имеет вид

$$\hat{H}_{\text{int}} = k(r) \sum_{\mu=-J}^{\mu=+J} (b_{\mu} + (-)^{\mu} b^{+}) Y_{2\mu}(\vec{n}), \quad (1)$$

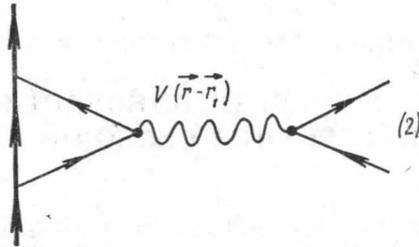
где формфактор

$$k(r) = \frac{\beta_J}{a \sqrt{2J+1}} \frac{V_0 \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)}{\left[1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)\right]},$$

$\beta_J$  — константа связи, с точностью до множителя  $(2J+1)$  равная среднеквадратичной амплитуде нулевых колебаний соответствующей коллективной степени свободы,  $J$  — момент коллективного возбуждения, а  $V_0$ ,  $a$ ,  $R$  — обычные параметры диффузной потенциальной ямы [4],  $b$  и  $b^{+}$  — операторы поглощения и рождения коллективного возбуждения.

Вообще говоря, эти матричные элементы, следуя логике развития теории атомного ядра, нужно было бы рассчитывать в рамках существующей микроскопической теории низших коллективных состояний. Между тем сравнению матричных элементов, рассматриваемых в рамках коллективного и микроскопического подходов, в литературе, насколько нам известно, уделялось недостаточное внимание. Целью настоящей работы было восполнить хотя бы частично, этот пробел. Для этого нами в обоих моделях подробно исследуются матричные элементы связи нуклона с хорошо изученными низшими коллективными состояниями  $3^-$  в магических ядрах  $\text{Ca}^{40}$ ,  $\text{Zr}^{90}$ ,  $\text{Pb}^{208}$ .

Если пренебречь обменными эффектами, то «неупругое рассеяние» частицы на остоле изображается следующей фейнмановской диаграммой:



Матричный элемент, соответствующий этой диаграмме, легко рассчитывается с помощью теоремы Вика и в координатном по переменным нуклона представлении имеет вид<sup>1</sup>

$$\begin{aligned} \langle J_\mu | \int d\vec{r}_1 \Psi^+(\vec{r}_1) V(\vec{r} - \vec{r}_1) \Psi(\vec{r}_1) | 0 \rangle &= \langle J_\mu | \widehat{H}_{\text{int}}(\vec{r}) | 0 \rangle = \\ &= \sum_{\mu} (-)^{\mu} Y_{J-\mu}(\vec{n}) \sum_{i_1 i_2} (-)^{i_1+i_2-J} \langle J_\mu | (a_{i_1} a_{i_2}^{\dagger})_{J_\mu} | 0 \rangle \times \\ &\times \int R_{i_2}(r') \frac{4\pi}{2J+1} V_J(r, r') R_{i_1}(r') r'^2 dr'. \end{aligned} \quad (3)$$

Сравнивая формулы (3) и (1), находим, что роль феноменологического формфактора  $k(r)$  в микроскопической теории играет функция

$$\begin{aligned} k_{\text{м}}(r) &= \sum_{i_1 i_2} (-)^{i_1+i_2-J} \langle J_\mu | (a_{i_1} a_{i_2}^{\dagger})_{J_\mu} | 0 \rangle \times \\ &\times \frac{4\pi}{2J+1} \int_0^{\infty} R_{i_2}(r') V_J(r, r') R_{i_1}(r') r'^2 dr', \end{aligned} \quad (4)$$

где  $a$ ,  $a^+$  — операторы поглощения и рождения нуклонов,  $j$  — вообще говоря, полный набор квантовых чисел, характеризующих одночастичное состояние, в частности полный момент нуклона,  $R_j(r)$  — радиальная часть волновой функции нуклона,

$$V_J(r, r') = \frac{2J+1}{4\pi} \int V(\vec{r} - \vec{r}') P_l(\cos \vartheta) d \cos \vartheta$$

<sup>1</sup> Для простоты мы не указываем спиновые индексы. Они, однако, подразумеваются во всех формулах.

( $\theta$  — угол между векторами  $\vec{r}$  и  $\vec{r}'$ ). Суммирование  $\sum_{i_1 i_2}$  производится по всем частично-дырочным конфигурациям, дающим вклад в приближении хаотических фаз в волновую функцию коллективного состояния.

Численные расчеты матричных элементов проводились с  $\delta$ -образным парным взаимодействием

$$V_{12}(\vec{r}) = g(0,865 + 0,135 \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2),$$

амплитуда  $g$  которого подбиралась таким образом, чтобы в приближении хаотических фаз энергия первого коллективного состояния  $3^-$  соот-

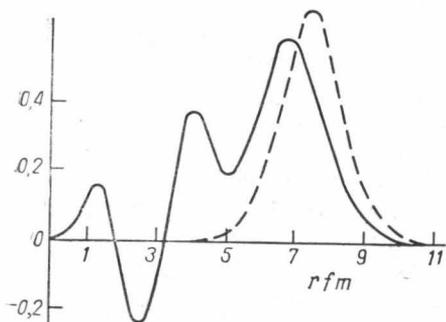


Рис. 1. Формфакторы  $\text{Rb}^{208}$  для налетающего протона. Сплошной линией представлен микроскопический формфактор, пунктирной — коллективный

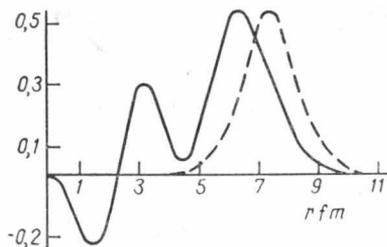


Рис. 2. Формфакторы  $\text{Rb}^{208}$  для налетающего нейтрона. Сплошной линией представлен микроскопический формфактор, пунктирной — коллективный

ветствовала эксперименту. Такой выбор параметра  $g$  позволяет в значительной мере обойти вопросы, связанные с возможной зависимостью вида взаимодействия от радиуса [5], а также трудности, возникающие с рассмотрением реалистического взаимодействия [6]. Использование  $\delta$ -образного взаимодействия позволяет также просто учесть обменные диаграммы заменой

$$V_{12} \rightarrow V_{12}(1 - P^\sigma),$$

где  $P^\sigma$  — спиновый обменный оператор.

Входящие в выражение (3) одночастичные радиальные функции  $R_{lj}$  считались осцилляторными. Осцилляторный параметр  $\hbar\omega$  оценивался по обычной формуле  $41/A^{1/3}$ , которая дает правильную величину среднеквадратичного радиуса ядра.

Результаты расчетов для  $\text{Rb}^{208}$ , которые мы считаем типичными, представлены на рис. 1, 2 и в таблице. Для других ядер ( $\text{Ca}^{40}$  и  $\text{Zr}^{90}$ ) результаты аналогичные.

На рис. 1, 2 показаны микроскопический и феноменологический формфакторы. Как видно из рисунка, отличие  $k_m(r)$  от  $k(r)$  состоит в следующем. Во-первых,  $k_m(r)$  значительно меньше, нежели  $k(r)$ , сконцентрирован на поверхности ядра и, во-вторых, «поверхностный» максимум  $k_m(r)$  расположен левее максимума  $k(r)$ . Рассмотрим последовательно эти различия. На существование у зарядового формфактора «неповерхностных» максимумов указывает анализ экспериментов по неупругому рассеянию электронов [7]. Однако этот дополнительный

максимум по величине оказывается значительно меньшим, чем рассчитанный по микроскопической модели. Различие величин неповерхностных максимумов, видимо, указывает на недостаточную коллективизацию уровня  $3^-$  в обычных частично-дырочных расчетах [7]. Для нас это обстоятельство не является существенным, поскольку в интересующих нас матричных элементах внутренняя область дает незначительный вклад.

Некоторого смещения поверхностного максимума влево, вообще говоря, следовало ожидать. В самом деле, в частично-дырочном приближении уровень  $3^-$  конструируется из связанных одночастичных состояний. Радиальная же волновая функция связанного состояния убывает вне ядра и поэтому не может иметь максимума на границе (т. е. при  $r=R$ ).

Несовпадение поверхностных максимумов  $k_M(r)$  и  $k(r)$  приводит к тому, что при сравнении матричных элементов (в  $j$ -представлении по внешнему нуклону) в феноменологической и в микроскопической моделях необходимо соблюдать известную осторожность. Если мы просто попытаемся рассчитать матричный элемент  $\langle l_2 | k(r) | l_1 \rangle$  с радиальными функциями, использованными при вычислении  $k_M(r)$ , то феноменологические матричные элементы  $\langle l_2 | k | l_1 \rangle$  окажутся заниженными по сравнению с рассчитанными микроскопически  $\langle l_2 | k_M | l_1 \rangle$ . Это обстоятельство легко понять, поскольку экспоненциально спадающие волновые функции сильно уменьшают вклад области  $r > R_M$ , где  $R_M$  — положение поверхностного максимума микроскопического формфактора. Поэтому сравнивать матричные элементы от  $k_M(r)$  и  $k(r)$  имеет смысл только в том случае, когда коллективный формфактор согласован с радиальными волновыми функциями. В нашем случае это означает, что радиус диффузной потенциальной ямы  $R$  следует уменьшать до совпадения с  $R_M$ .

В таблице мы привели радиальные интегралы  $\langle l_2 | k | l_1 \rangle$  и  $\langle l_2 | k_M | l_1 \rangle$  для ядра  $\text{Pb}^{208}$ . Как видно из таблицы, матричные элементы в целом согласуются с точностью до 20%. Аналогичный вывод справедлив и для ядер  $\text{Ca}^{40}$  и  $\text{Zr}^{90}$ . Параметры моделей брались из работ [1, 8].

$\text{Pb}^{208}$ протоны			$\text{Pb}^{208}$ нейтроны		
$n_1 l_1 \quad n_2 l_2$	$\langle n_1 l_1   k_M   n_2 l_2 \rangle$	$\langle n_1 l_1   k   n_2 l_2 \rangle$	$n_1 l_1 \quad n_2 l_2$	$\langle n_1 l_1   k_M   n_2 l_2 \rangle$	$\langle n_1 l_1   k   n_2 l_2 \rangle$
1h 1i	1,125	1,05	1i 1j	1,03	0,91
1h 2g	0,435	0,585	1i 2h	0,24	0,29
1i 2f	0,81	1,10	1i 3f	0,08	0,07
2f 2g	0,88	0,89	1j 2g	0,59	0,65
2f 3d	0,645	0,79	2g 2h	0,56	0,50
2f 4s	0,47	0,55	2g 4p	0,07	0,12
2g 3p	0,93	0,79	2h 3d	0,41	0,46
2g 4s	0,60	0,65	3d 3f	0,38	0,34
3p 3d	0,64	0,73	3d 4p	0,31	0,24
3d 4s	0,515	0,59	3f 4s	0,48	0,35

Таким образом, при должном выборе параметров матричные элементы взаимодействия нуклона с остовом, рассчитанные в двух моделях — феноменологической и микроскопической, — практически совпадают.

Обратим внимание на то обстоятельство, что результаты сравнения моделей дают основание для обращения процедуры сравнения, т. е. по-

лагаая матричные элементы совпадающими и для других ядер, по известным параметрам одной модели можно определить неизвестные параметры другой.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Mottelson B. R. Nordisk Institut for Teoretisk Atomfysik. Copenhagen, 1967 (препринт).
2. Тамуго Т. «Rev. Mod. Phys.», **37**, 679, 1965.
3. Shevchenko V., Yudin N. Atomic energy review, **3**, 3, 1965.
4. Немировский П. Э., Чепурнов В. А. «Ядерная физика», **3**, 998, 1968.
5. Мигдал А. Б. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. М., «Наука», 1965.
6. Куо Т. Т. S., Brown G. E. «Nucl. Phys.», **85**, 40, 1968.
7. Heisenberg J. H., Sick I. High Energy Physics Laboratory. Stanford University 1970 (препринт).
8. Московкин В. М. Реферат кандидатской диссертации. НИИЯФ МГУ, 1969.

Поступила в редакцию  
5.10 1971 г.

НИИЯФ

---