ЛИТЕРАТУРА

1. Зельманов А. Л. ДАН СССР, **107**, 815, 1956.
2. Мицкевич Н. В. Физические поля в общей теории относительности. М., «Наука», 1969.

Поступила в редакцию
20.8 1971 г.

Кафедра
астрофизики

УДК 539.12.01

А. Д. СМИРНОВ

К ПОСТРОЕНИЮ $SU(2) \otimes L\uparrow$-ИНВАРИАНТНОГО НЕЛИНЕЙНОГО СПИНОРНОГО УРАВНЕНИЯ

Как известно, нелинейная спинорная теория Гейзенберга — Иваненко основывается на нелинейном обобщении уравнения Дирака [1, 2] вида:

$$i\gamma^{\nu}\partial_{\nu}\Psi + l^2 \sum_n c_n (\overline{\Psi}\Gamma_n\Psi)\Gamma_n\Psi = 0, \tag{1}$$

где Ψ — фундаментальное спинорное поле, l — произвольный параметр размерности длины, Γ_n — 5 известных наборов ковариантных дираковских матриц, c_n — произвольные вещественные числа. Являясь перспективной основой для описания элементарных частиц, уравнение (1) позволяет получить целый ряд физических следствий: массы и магнитные моменты мезонов, магнитные моменты барионов, константы связи и др. [3, 4].

Однако при нелинейном обобщении уравнения Дирака, как известно, имеет место определенный произвол в выборе вида нелинейных членов самодействия, для устранения которого помимо требований симметрии приходится использовать ряд дополнительных соображений (минимальная нелинейность уравнения, простота и т. п.).

С другой стороны, в последнее время для описания нарушенных симметрий, таких, как киральная, унитарная, конформная, весьма успешное применение получил метод нелинейных представлений групп, который естественным образом приводит также к нелинейным уравнениям поля, причем получаемые при этом уравнения нелинейны относительно скалярных (мезонных) полей [5—7].

В данной работе на примере группы $SU(2)$ исследуется применимость этого метода для установления вида нелинейных членов самодействия в спинорном уравнении. Для этого введены нелинейные представления группы $SU(2)$ в пространстве спиноров ортохронной группы Лоренца $L\uparrow$ и найдены два существенно нелинейных представления группы $SU(2)$ в двумерном внутреннем пространстве спиноров группы $L\uparrow$. Затем, используя найденные нелинейные представления группы $SU(2)$ в терминах ковариантной производной спинорного поля получены соответствующие им нелинейные спинорные уравнения и тем самым доказана принципиальная применимость метода нелинейных представлений групп для установления вида нелинейных членов самодействия в спинорном уравнении. Обсуждаются возможные применения полученных результатов.

Пусть фундаментальное поле Ψ есть созокупность двух дираковых спиноров $\Psi_{a\alpha}$; $\alpha = 1, 2, 3, 4$; $a = 1, 2$. Наряду с обычными лоренцевыми преобразованиями

$$\Psi_{a\alpha}(x) \to \Psi'_{a\alpha}(x') = T_{\alpha\beta}(\lambda)\Psi_{a\beta}(x), \ \lambda \in L\uparrow, \tag{2}$$

рассмотрим нелинейные преобразования поля Ψ, коммутирующие с (2) и образующие группу $SU(2)$, вида [8, 9]:

$$\Psi_{a\alpha}(x) \to \widetilde{\Psi}_{a\alpha}(x) = \Psi_{a\alpha}(x) + \delta t_{\mu} T^{(\mu)}_{ab}(f)\Psi_{b\alpha}(x), \tag{3}$$

где $T^{(\mu)}(f)$ — генераторы группы $SU(2)$, зависящие от f_ρ; f_ρ — инвариантны преобразования (2), для простоты выберем $f_\rho = \overline{\Psi}_{a\alpha}\tau^{(\rho)}_{ab}\Psi_{b\alpha}$; $\rho = 0, 1, 2, 3$; $\tau^{(0)} = I$, $\tau^{(i)}$ — матрицы Паули.

Коммутационные соотношения группы $SU(2)$ для $T^{(\mu)}(f)$ имеют вид

$$R_{\rho}^{(\mu)} \frac{\partial T^{(\nu)}}{\partial f_{\rho}} - R_{\rho}^{(\nu)} \frac{\partial T^{(\mu)}}{\partial f_{\rho}} - [T^{(\mu)}, T^{(\nu)}] = -2\varepsilon_{\mu\nu\sigma} T^{(\sigma)}, \tag{4}$$

где $R_{\rho}^{(\mu)} = \overline{\Psi}(\tau^{(\rho)} T^{(\mu)} + T^{(\mu)} \tau^{(\rho)}) \Psi$, $-2\varepsilon_{\mu\nu\sigma}$ — структурные константы группы $SU(2)$.

Отыскание нелинейных представлений (3) группы $SU(2)$ сводится, таким образом, к интегрированию системы уравнений (4).

Для классификации получающихся при этом нелинейных представлений введем определение эквивалентных представлений. Представление (3) с генераторами $T^{(\mu)}(f)$ назовем эквивалентным представлению

$$\chi \to \widetilde{\chi} = \chi + \delta t_{\mu} \theta^{(\mu)}(g) \chi_{\rho}$$

с генераторами $\theta^{(\mu)}(g)$ и $g_{\rho} = (\overline{\chi} \tau^{\rho} \chi)$, если Ψ и χ связаны преобразованием

$$\chi_{a\alpha} = S_{ab}(f) \Psi_{b\alpha}, \tag{5}$$

т. е. если существует S, удовлетворяющее системе уравнений

$$R_{\rho}^{(\mu)} \frac{\partial S}{\partial f_{\rho}} + S(f) T^{(\mu)}(f) - \theta^{(\mu)}(g) S(f) = 0. \tag{6}$$

Представления, неэквивалентные линейному, назовем существенно нелинейными.

Приведенное определение есть обобщение на случай нелинейных групповых преобразований (3) спинорного поля обычного определения эквивалентных нелинейных представлений [7].

При $T^{(\mu)}$, S, не зависящих от f_{ρ}, соотношения (3)—(6) переходят в обычные соотношения для линейных представлений групп.

Очевидно, преобразованием (5) один из генераторов можно привести к простому виду. Пусть $T^{(3)} = -i\tau^{(3)}$. Вводя, как обычно,

$$T^{(0)} = \frac{1}{2} T^{(3)}, \quad T^{(\pm)} = \frac{1}{2} (-iT^{(1)} \pm T^{(2)})$$

и опуская выкладки, приведем два частных решения системы (4):

$$T^{(0)} = -\frac{i}{2} \tau^{3}, \quad T^{(\pm)} = \pm \frac{2ia}{\sqrt{\xi}} e^{\pm i\varkappa} (f_2 \tau^{(1)} - f_1 \tau^{(2)}) + \gamma \sqrt{\xi} e^{\pm i\varkappa} \tau^{(3)}, \tag{7}$$

$$a = -\frac{1 + 4\xi\gamma^2}{8 f_3 \gamma}, \quad \gamma(f^2) \neq 0 \text{ — произвольная вещественная функция,}$$

$$T^{(0)} = \frac{i}{2} \tau^{(3)}, \quad T^{(\pm)} = \pm \frac{-i\alpha}{4\xi \sqrt{4\xi + \alpha}} e^{\pm i\varkappa} (f_2 \tau^{(1)} - f_1 \tau^{(2)}) - \frac{\sqrt{\xi}}{\sqrt{4\xi + \alpha}} (\tau^{(1)} \pm i\tau^{(2)}), \tag{8}$$

где $\alpha = \alpha_0 f^2$, α_0 — произвольный вещественный параметр,

$$f^2 = \sum_{i=1}^{3} f_i^2, \quad \xi = f_1^2 + f_2^2, \quad \varkappa = \arcsin \frac{f_2}{\sqrt{f_1^2 + f_2^2}}.$$

Используя (5), (6), можно показать, что представления (7) и (8) не приводятся к линейному $\theta^{(0)} = -\frac{i}{2} \tau^{(3)}$, $\theta^{(\pm)} = -\frac{1}{2} (\tau^{(1)} \pm i\tau^{(2)})$, так как система (6) имеет в этом случае только нулевое решение, т. е. представления (7) и (8) — существенно нелинейные.

Очевидно, нулевое уравнение для Ψ, инвариантное относительно преобразований (7), (8), с необходимостью будет нелинейным. Действительно, вводя ковариантную производную $D_{\nu}\Psi$ так, чтобы

$$D_{\nu} \Psi \to \widetilde{D}_{\nu} \Psi = D_{\nu} \Psi + \delta t_{\mu} T^{(\mu)} D_{\nu} \Psi \tag{9}$$

при преобразованиях (3), и полагая

$$D_\nu \Psi_{a\alpha} = \partial_\nu \Psi_{a\alpha} + (\partial_\nu f_\rho) P^{(\rho)}_{ab}(f) \Psi_{b\alpha} \tag{10}$$

из (9), (10) получим уравнение для определения $P^{(\rho)}$:

$$R^{(\mu)}_\sigma \frac{\partial P^{(\rho)}}{\partial f_\sigma} + \frac{\partial R^{(\mu)}_\sigma}{\partial f_\rho} P^{(\sigma)} + [P^{(\rho)}, T^{(\mu)}] + \frac{\partial T^{(\mu)}}{\partial f_\rho} = 0, \tag{11}$$

которое имеет решение $P^{(\rho)} = 0$ только для линейного представления.

Подставляя $T^{(\mu)}$ из (7) в (11) и решая полученные уравнения, найдем следующие выражения для $D_\nu\Psi$:

$$D_\nu \Psi = \partial_\nu \Psi + \frac{i}{2(f_1^2 + f_2^2)} \left[\tau^{(3)} (f_1 \partial_\nu f_2 - f_2 \partial_\nu f_1) + (f_1 \tau^{(2)} - f_2 \tau^{(1)}) \left(f_3 \frac{\partial_\nu f^2}{2f^2} \sim \right.\right.$$

$$\left.\left. \sim \partial_\nu f_3 \right) \right] \Psi + [P_1 \partial_\nu f^2 + P_2 \partial_\nu f_0] \Psi, \tag{12}$$

где

$$P_{1,2} = a_{1,2} + b_{1,2} f_i \tau^{(i)} + \frac{1}{\sqrt{f_1^2 + f_2^2}} [c_{1,2} (f^2 \tau^{(3)} - f_i \tau^{(i)} f_3) + d_{1,2} (f_2 \tau^{(1)} - f_1 \tau^{(2)})],$$

$a_{1,2}$; $b_{1,2}$; $c_{1,2}$; $d_{1,2}$ — произвольные функции от f_0, f^2. Аналогично для представления (8):

$$D_\nu \Psi = \partial_\nu \Psi + \frac{i}{2(f_1^2 + f_2^2)} \left[\tau^{(3)} (f_1 \partial_\nu f_2 - f_2 \partial_\nu f_1) + (f_1 \tau^{(2)} - f_2 \tau^{(1)}) \times \right.$$

$$\left. \times \left(f_3 \frac{\partial_\nu f^2}{2f^2} - \partial_\nu f_3 \right) [- \frac{4}{4 + \alpha_0} \cdot \frac{f_3}{f^2} f_i \tau^{(i)} (f_1 \partial_\nu f_2 - f_2 \partial_\nu f_1) \right] \Psi + [P_1' \partial_\nu f^2 + P_2' \partial_\nu f_0] \Psi, \tag{13}$$

где $p_{1,2} = a_{1,2}' + b_{1,2}' f_i \tau^{(i)}$; $a_{1,2}'$, $b_{1,2}'$ — произвольные функции от f_0, f^2.

Искомое $SU(2) \otimes L\uparrow$ — инвариантное спинорное уравнение можно записать в виде

$$i\gamma^\nu D_\nu \Psi + m\Psi = 0. \tag{14}$$

Содержащиеся в $D_\nu\Psi$ нелинейные члены могут быть интерпретированы как члены самодействия фундаментального спинорного поля Ψ. При этом явный вид их определяется трансформационными свойствами (3) поля Ψ, а само уравнение (14) может быть использовано для вычисления, например, методом слияния, различных характеристик реальных частиц (магнитных моментов, констант связи и т. п.).

В заключение отметим, что рассмотренный метод применим для построения нелинейных спинорных уравнений с любой группой Ли G, причем в случае антиэрмитовых генераторов $T^{(\mu)} = -T^{(\mu)}$ уравнение (14) по-прежнему допускает обобщение добавлением нелинейных членов типа $(\bar{\Psi}\Gamma_n\Psi)\Gamma_n\Psi$.

Автор благодарит Д. Д. Иваненко и Д. Ф. Курдгелаидзе за стимулирующие дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гейзенберг В. Введение в единую полевую теорию элементарных частиц. М., «Мир», 1968.
2. Иваненко Д. Д., Бродский А. М. ЖЭТФ, **24**, 384, 1953.
3. Басьюни А. Х., Курдгелаидзе Д. Ф. «Ядерная физика», **9**, 432, 1969; «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 3, 1969.
4. Наумов А. И., Зао Нгуен Нгок. Тезисы VIII Всесоюзной конференции по теории элементарных частиц. Ужгород, 1971; «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., **12**, № 1, 1972.

5. Weinberg S. «Phys. Rev. Lett.», **18**, 138, 1967; «Phys. Rev.», **166**, 1568, 1968.
6. Salam A., Strathdee J. «Phys. Rev.», **184**, 1750, 1969.
7. Coleman S. Wess J., Zumino B. «Phys. Rev.», **177**, 2239, 1969; Callan C. G. et al. «Phys. Rev.», **177**, 2247, 1969.
8. Смирнов А. Д., Гребенников В. И. Тезисы VIII Всесоюзной конференции по теории элементарных частиц. Ужгород, 1971.
9. Смирнов А. Д. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., **11**, № 3, 1971.

Поступила в редакцию
8.6 1971 г.

Кафедра
теоретической физики

УДК 536.63

А. А. КУЛИШ, Р. П. ЮРЧАК, М. М. МЕБЕД

УСТАНОВКА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩИХ МАТЕРИАЛОВ В ОБЛАСТИ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУР

В работах [1—4] описаны высокотемпературные установки для изучения температуропроводности металлов, основанные на применении одного из перспективных методов — метода плоских температурных волн. Во всех этих установках применяется периодический нагрев образца электронной бомбардировкой. Измерения температуропроводности основаны на определении сдвига фаз между фазой колебания температуры на противоположной от бомбардируемой поверхности образца, имеющего форму диска, и фазой колебания электронной мощности. Основным недостатком описанных в [1—4] установок является громоздкость и сложность применяемой аппаратуры.

Основные различия установок [1—4] заключаются в способе модуляции электронного пучка, регистрации колебаний температуры и в интервале рабочих частот. Так, в [1] модуляции производятся при помощи звукового генератора через мощный нестандартный усилитель, регистрация колебаний температуры осуществляется фотоэлектрическим способом. При этом сигнал усиливается избирательным усилителем, подается на электронный осциллограф и при помощи фазового вращателя определяется фаза колебания температуры. Исключение фазового сдвига избирательного усилителя и усилителя осциллографа производится подбором частоты нагрева, в силу чего измерения могут осуществляться только на определенных частотах. Кроме того, для исследования пригодны только очень тонкие образцы в виде фольги, так как частоты нагрева выше 50 *гц*. В [2] предложена аналогичная установка, в которой за счет синхронного детектирования увеличено отношение сигнал — шум, благодаря чему расширен интервал измерения в сторону более низких температур.

В [3—4] описана установка, предназначенная для измерений теплофизических характеристик на образцах в форме дисков толщиной 1—3 *мм*. Проводить измерения на сравнительно толстых образцах стало возможно после разработки способа учета влияния теплообмена на результаты измерений [5]. Регистрация колебаний температуры осуществляется фотоэлектрическим способом. Сигнал с фотоумножителя подается на низкочастотный усилитель и записывается на шлейфовом осциллографе. Фазовый сдвиг, вносимый регистрирующей аппаратурой, записывается на этом же осциллографе. Достоинство этой установки состоит в том, что помимо температуропроводности можно измерять одновременно теплоемкость и электросопротивление исследуемого образца. Описанная в [3—4] установка работает в области низких частот от 1—50 *гц*. К недостаткам следует отнести сложность записи слабых сигналов и трудоемкость обработки соответствующих кривых методом гармонического анализа.

В данной заметке мы предельно упростили модуляцию электронного пучка и регистрирующую аппаратуру установки, описанной в [3—4] без ущерба точности измерений. Методика и установка подробно изложены [3—4], поэтому рассмотрим схему измерений, представленную на рис. 1. Модуляция анодного тока производится при помощи сетки (*с*), которая расположена между образцом-анодом (*а*) и нагревателем-катодом (*к*). Модулирующее напряжение на сетку от 0 до 100 *в* подается от генератора (*1*) через простой усилитель (*2*). Необходимость в усилении выходного напряжения генератора вызвана его малой выходной мощностью (0,1 *вт*). Номинальная переменная мощность усилителя 20 *вт*. Отсутствие реактивных элементов в усилителе исключает возникновение дополнительного сдвига фаз. Анодное напряжение