

Данные расчета свидетельствуют о том, что колебания прозрачности на горизонтах 5—6 м и 11—12 м происходят с одинаковыми периодами и фазами, т. е. вся толща воды колеблется как одно целое. Однако весьма малые значения амплитуды колебаний прозрачности вблизи горизонта 8 м наводят на мысль о возможности построения двухслойной модели моря.

В заключение следует отметить, что периоды колебаний порядка тех, которые были получены при аппроксимировании экспериментальных данных функцией (1), близки к периодам сейшевых колебаний, наблюдающихся в Азовском море [2, 3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Современная аппаратура для океанографических исследований. Севастополь, 1970.
2. Березкин В. А. Динамика моря. Свердловск—Ленинград, Гидрометеоздат, 1947.
3. Гидрометеорологические характеристики Азовского моря. М.—Л., Гидрометеоздат, 1947.

Поступила в редакцию
22.3 1972 г.

Кафедра
физики моря и вод суши

УДК 621.378.325

А. Я. ТЕРЛЕЦКИЙ

УЧЕТ НЕИДЕАЛЬНОСТИ ЗЕРКАЛ В ТЕОРИИ ОКГ

В теории ОКГ, развитой в известной работе У. Лемба [1], реальный резонатор с неидеально отражающими зеркалами заменен, для упрощения задачи, резонатором с идеально отражающими зеркалами, но заполненным искусственно вводимой поглощающей средой, создающей поглощение, эквивалентное потерям на неидеальных зеркалах. Однако такое упрощение не совсем справедливо, особенно при рассмотрении работы лазера в магнитном поле. Поэтому, для правильного учета граничных условий, имеет смысл рассмотреть реальный резонатор с зеркалами, имеющими неполное отражение.

Запишем для плоских, монохроматических и линейно поляризованных волн, распространяющихся вдоль продольной оси z такого резонатора, волновое уравнение:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + k^2 E = 0. \quad (1)$$

Для того чтобы удовлетворить условиям на границах зеркал, ищем решение в виде суммы двух волн, распространяющихся в противоположных направлениях, т. е.:

$$E = \mathcal{E}_1 e^{i(\omega t - kz)} + \mathcal{E}_2 e^{i(\omega t + kz)}. \quad (2)$$

Выберем начало отсчета координаты z в центре резонатора длиной L . Поскольку зеркала с пропусканием, то на границах резонатора, при $z=L/2$ и $z=-L/2$, имеем

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_2 e^{ikL/2} &= \mathcal{E}_1 e^{-ikL/2} R_1, \\ \mathcal{E}_1 e^{ikL/2} &= \mathcal{E}_2 e^{-ikL/2} R_2, \end{aligned} \quad (3)$$

где $R_{1,2} = \frac{n - n_{1,2}}{n + n_{1,2}}$ — коэффициенты отражения зеркал в среду, n — показатель преломления среды и $n_{1,2}$ — показатель преломления зеркал. Отсюда

$$e^{2ikL} = R_1 R_2. \quad (4)$$

Если отражение неидеальное, то условие (4) удовлетворяется лишь при комплексном $k = k' + ik''$. Тогда можно привести (4) к виду:

$$\cos 2k'L + i \sin 2k'L = R_1 R_2 e^{2k''L}, \quad (5)$$

где

$$k' = \operatorname{Re} \left(\frac{\omega}{c} n \right), \quad k'' = \operatorname{Im} \left(\frac{\omega}{c} n \right).$$

Поскольку нас интересуют лишь стационарные амплитуды, т. е. действительные ω ¹, то

$$k' = \frac{\omega}{c} \eta, \quad k'' = \frac{\omega}{c} \kappa, \quad \text{где } n = \eta + i\kappa,$$

тогда

$$\begin{aligned} \cos 2 \frac{\omega}{c} \eta L &= e^{2 \frac{\omega}{c} L \kappa} \operatorname{Re}(R_1 R_2), \\ \sin 2 \frac{\omega}{c} \eta L &= e^{2 \frac{\omega}{c} L \kappa} \operatorname{Im}(R_1 R_2), \end{aligned} \quad (6)$$

откуда получим условия стационарности амплитуды:

$$\operatorname{tg} 2 \frac{\omega L}{c} \eta = \frac{\operatorname{Im}(R_1 R_2)}{\operatorname{Re}(R_1 R_2)}, \quad e^{2 \frac{\omega}{c} L \kappa} |R_1 R_2| = 1. \quad (7)$$

Заметим, что в случае газового лазера со слабым усилением n мало отличается от 1. Тогда получаем

$$\operatorname{tg} 2 \frac{\omega L}{c} \eta = 0, \quad e^{-2 \frac{\omega}{c} L \kappa} = R_1 R_2$$

или

$$2 \frac{\omega L}{c} \eta = N\pi, \quad 2 \frac{\omega}{c} L \kappa = -\ln R_1 R_2, \quad (8)$$

где N — целое число.

Легко получить так же выражение для добротности резонатора:

$$Q = \frac{\sqrt{(k')^2 + (k'')^2}}{2k''} = - \frac{\sqrt{\left(\frac{4L\pi}{\lambda}\right)^2 + (\ln R_1 R_2)^2}}{2 \ln R_1 R_2}. \quad (9)$$

При $R_{1,2}$, близких к единице, последнее выражение легко приводится к виду [2], который обычно используется:

$$Q \simeq - \frac{2\pi L}{\lambda} \cdot \frac{1}{\ln R_1 R_2} \simeq \frac{2\pi L}{\lambda} \cdot \frac{R_1 R_2}{1 - R_1 R_2}.$$

Из выражения (9) видно, что, как и следовало ожидать, добротность резонатора возрастает с увеличением порядка моды и равна бесконечности при идеальном отражении зеркал.

Полученные соотношения (7), (8) и (9) могут быть использованы для теоретических расчетов ОКГ в случае зеркал с пропусканием.

В заключение автор приносит глубокую благодарность чл.-корр. АН СССР Р. В. Хохлову за внимание к работе и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lamb W. E. «Phys. Rev.», **134**, А (6), 1429, 1964.
2. Gordon E. I. «Bell Syst. tech. J.», **43**, 507, 1964.

Поступила в редакцию
28.3 1972 г.

Кафедра
волновых процессов

¹ Если усиление внутри резонатора отсутствует, то ω в условии (5) комплексно, и колебания в резонаторе затухают.