

# Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 4 — 1973

УДК 539.12.01

Т. М. РОГАНОВА

## ВЛИЯНИЕ ИОНИЗАЦИОННЫХ ПОТЕРЬ НА СТРУКТУРУ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ВБЛИЗИ ОСИ КАСКАДНОГО ЛИВНЯ

В приближении б трехмерной каскадной теории получены функции пространственного распределения ливневых электронов с энергией  $E > 0$ , идущих на глубине  $t$  в круге радиуса  $R$  от оси ливня с полной энергией  $E_0$ . Приведено сравнение с соответствующими функциями, рассчитанными в «осевом» приближении. Оценена погрешность измерения энергии  $E_0$  методом осевого приближения в зависимости от отношения  $E_0/\beta$ , глубины  $t$  и радиационной единицы длины.

Для исследования энергетического спектра и углового распределения мюонов высокой энергии в настоящее время широко используются эмульсионные камеры [1]. С помощью рентгеновских пленок или ядерных фотоэмульсий эти установки регистрируют радиационные ливни, вызванные мюонами в свинце. Измерение энергии  $E_0$  электронно-фотонных каскадов основано на определении плотностей электронов внутри кругов малых радиусов  $R$  и на сравнении полученных результатов с предсказаниями трехмерной каскадной теории в «осевом приближении» [2, 3]. В этом приближении, которое справедливо при  $R \ll 1$ , число ливневых электронов с энергией свыше  $E$  на глубине  $t$  слоя вещества в круге радиуса  $R$  от оси ливня с полной энергией  $E_0$  зависит только от произведения  $E_0 R$  и не зависит от  $E$  [3].

Для изучения взаимодействий мюонов необходимо измерять энергию  $E_0$  с погрешностью 5—10% [4]. В работах [5—7] изучалась точность метода осевого приближения и даны оценки зависимости погрешности определения  $E_0$  от различных параметров электронно-фотонного ливня. Было показано, что точность осевого приближения улучшается при понижении  $E$  и уменьшении радиуса  $R$ . Однако в работах [5—7] потери энергии на ионизацию не учитывались, и это не дало возможности оценить точность осевого приближения при энергиях  $E \sim \beta$  и меньше.

В настоящей работе рассматривается область применимости осевого приближения для функций пространственного распределения электронов с энергией  $E > 0$  с учетом ионизационных потерь.

Как показано в работе [8], так называемая «точная функция» пространственного распределения электронов с энергией  $E > 0$  на глу-

бине  $t$  в интервале расстояний от оси ливня с полной энергией  $E_0$  имеет вид

$$N_p(E_0, E, r, t)_{\text{точн}} = \frac{1}{2\pi i} \left( \frac{\beta^2}{E_k^2} \right) \int_{\delta-i\infty}^{\delta+i\infty} ds N_p(E_0, 0, s, t) P_{\Pi_2} \left( \frac{\beta r}{E_k}, s \right), \quad (1)$$

где функция  $N_p(E_0, 0, s, t) = \frac{H_1(s)}{S} D(s) \left( \frac{E_0}{\beta} \right)^s e^{\lambda_1(s)t}$  получена с учетом ионизационных потерь [9]. Известные функции каскадной теории  $H_1(s)$ ,  $D(s)$ ,  $\lambda_1(s)$  определены в работе [9],  $\beta$  — критическая энергия вещества. В выражении (1) функция пространственного распределения  $P_{\Pi_2} \left( \frac{\beta r}{E_k}, s \right)$  нормирована согласно условию

$$\int_0^{\infty} P_{\Pi_2}(x, s) x dx = 1, \quad (2)$$

где  $x = \frac{\beta r}{E_k}$ , постоянная  $E_k = 21$  Мэв.

Чтобы получить число ливневых электронов внутри круга радиуса  $R$  от оси ливня, умножим обе части формулы (1) на  $2\pi r dr$  и проинтегрируем по  $r$  от 0 до  $R$ :

$$N_p(E_0, 0, r, t) = \frac{1}{i} \int_{\delta-i\infty}^{\delta+i\infty} \frac{ds}{s} H_1(s) D(s) e^{\lambda_1(s)t} \times \\ \times \left( \frac{E_0}{\beta} \right)^s \left( \frac{\beta^2}{E_k} \right) \int_0^R P_{\Pi_2} \left( \frac{\beta r}{E_k}, s \right) r dr. \quad (3)$$

Как показано в [8,10], вблизи оси ливня функцию  $P_{\Pi_2} \left( \frac{\beta r}{E_k}, s \right)$  можно представить в виде

$$P_{\Pi_2} \left( \frac{\beta r}{E_k}, s \right) = \frac{P'_{\Pi_2} \left( \frac{\beta r}{E_k}, s \right)}{\left( \frac{\beta r}{E_k} \right)^{2-s}}. \quad (4)$$

Функция  $P'_{\Pi_2}(\beta r/E_k, s)$  при малых значениях  $\beta r/E_k$  меняется медленно и приблизительно равна  $K_6(s)$  (см., например, работу [6]). Поэтому число ливневых электронов внутри круга малого радиуса  $K_6$  в так называемом «косевом приближении» выражается интегралом

$$N_p(E_0, 0, R, t)_{\beta r/E_k \ll 1} \rightarrow N_p(E_0, R, 0, t)_{\text{оп}} = \frac{1}{i} \int_{\delta-i\infty}^{\delta+i\infty} \frac{ds}{s^2} \times \\ \times H_1(s) D(s) \left( \frac{E_0 R}{E_k} \right)^s K_6(s) e^{\lambda_1(s)t} \quad (5)$$

и не зависит от  $\beta$  — критической энергии вещества.

Вычислим интегралы (3) и (5) методом перевала. Методика расчета во многом аналогична приведенной в [11].

На рис. 1. сплошными кривыми показаны результаты расчета логаризма числа частиц в осевом приближении  $\lg N_p(E_0, R, 0, t)$  в зависимости от  $\lg(E_0 R/E_k)_{\text{оп}}$ . Все кривые в пределах 10% совпадают с соответствующими кривыми табл. 18 работы [11], вычисленными в том же приближении.

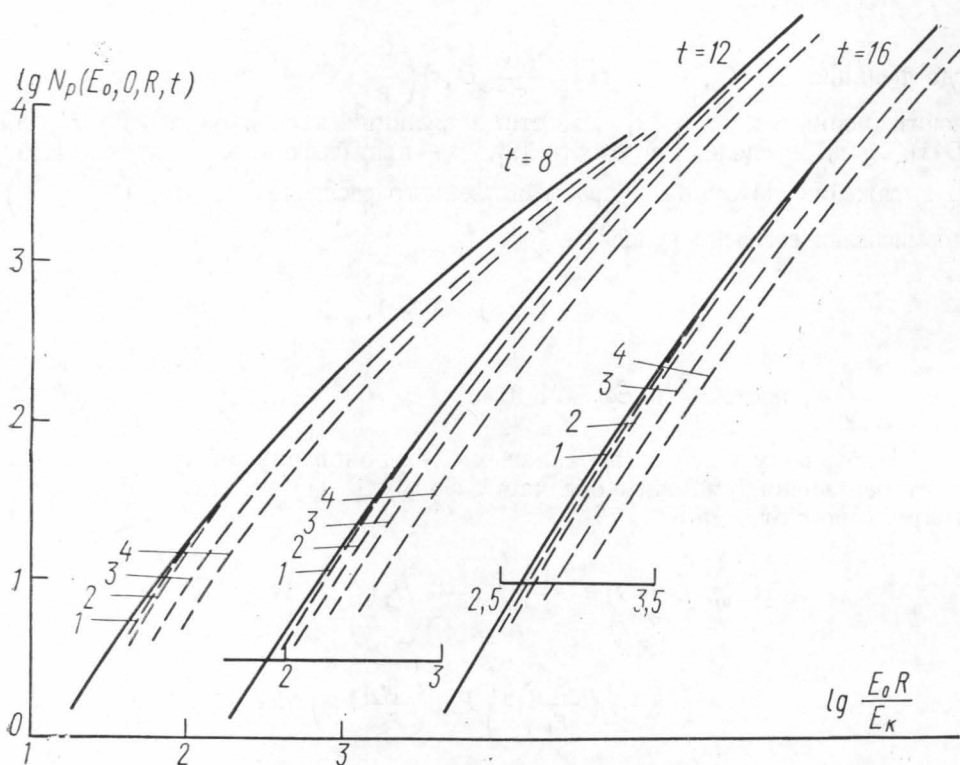


Рис. 1. Сравнение функций  $N_p(E_0, 0, R, t)_{\text{точн}}$  и  $N_p(E_0 R, 0, t)_{\text{оп}}$  на различных глубинах  $t$ .  $\lg N_p(E_0 R, 0, t)_{\text{оп}}$  — сплошные кривые,  $\lg N_p(E_0, 0, R, t)_{\text{точн}}$  — пунктирные. Кривые 1, 2, 3, 4 рассчитаны для значений  $\lg \beta R/E_k$ : 1=1,7; 2=1,5; 3=0,9 и 4=0,5. Радиусы  $R$  измеряются в радиационных единицах

Сравнивая условия передела для точных и приближенных функций, можно получить поправку к кривым в осевом приближении:

$$\lg \frac{N_p(E_0, 0, R, t)_{\text{точн}}}{N_p(E_0 R, 0, t)_{\text{оп}}} = s \lg \frac{\left(\frac{E_0 R}{E_k}\right)_{\text{точн}}}{\left(\frac{E_0 R}{E_k}\right)_{\text{оп}}} - \lg \frac{\frac{1}{s} R^s K_6(s)}{\int_0^R dr r^{s-1} P'_{\Pi_2}\left(\frac{\beta r}{E_k}, s\right)},$$

где

$$\lg \frac{\left(\frac{E_0 R}{E_k}\right)_{\text{точн}}}{\left(\frac{E_0 R}{E_k}\right)_{\text{оп}}} = \frac{d}{ds} \lg \frac{\frac{1}{s} R^s K_B(s)}{\int_0^R dr r^{s-1} P'_{\Pi_2}\left(\frac{\beta r}{E_k}, s\right)}. \quad (6)$$

Эта поправка зависит от глубины  $t$  и параметра  $\beta R/E_k$ . Функция  $N_p(E_0, 0, R, t)$  для различных глубин  $t$  была рассчитана в зависимости

от величины логарифма  $\lg(E_0R/E_k)_{\text{точн}}$  с использованием соотношения (6) и представлена на рис. 1 пунктирными кривыми. Каждая пунктирная кривая соответствует определенному значению параметра  $\beta R/E_k$ . Как видно из рисунка, с увеличением  $\beta R/E_k$  точные кривые все больше

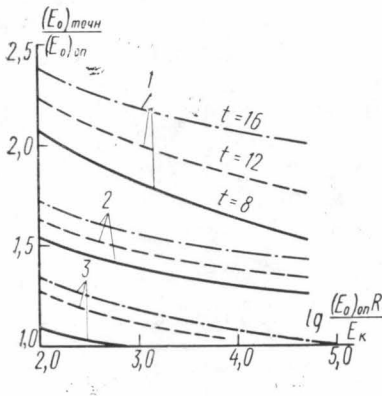


Рис. 2. Зависимость отношения энергий  $(E_0)_{\text{точн}}/(E_0)_{\text{оп}}$  от  $\lg(E_0R/E_k)_{\text{оп}}$  для разных глубин  $t$ .  $\lg\beta R/E_k$ : 1=0,5; 2=0,9 и 3=1,5

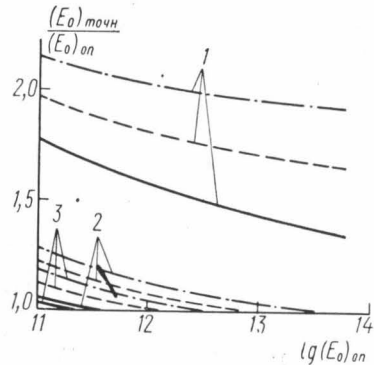


Рис. 3. Зависимость отношения энергий  $(E_0)_{\text{точн}}/(E_0)_{\text{оп}}$  от  $\lg(E_0)_{\text{оп}}$  для разных глубин  $t$  и радиусов  $R$  в свинце. Обозначения глубин те же, что и на рис. 2 (1 при  $R=5100$ , 2 — при  $R=510$  и 3 — при  $R=320$  мкм)

отклоняются от кривых, рассчитанных в осевом приближении. Это приводит к тому, что значение энергии  $(E_0)_{\text{точн}}$ , определяемое по соответствующим пунктирным кривым рис. 1, по

числу частиц  $N$  в круге известного радиуса, будет все больше отличаться от энергии  $(E_0)_{\text{оп}}$ , определяемой по сплошным кривым рис. 1 для того же значения  $M$ . На рис. 2 приведена кривая зависимости отношения энергий  $(E_0)_{\text{точн}}/(E_0)_{\text{оп}}$  от величины  $\lg(E_0R/E_k)_{\text{оп}}$  для некоторых значений глубин  $t$  и произведения  $\beta R$ . Из этого рисунка видно, что использование осевого приближения для измерения  $E_0$  электронно-фотонного каскада приводит к занижению величины  $E_0$ , причем ошибка осевого приближения увеличивается с уменьшением  $E_0$  и с увеличением глубины  $t$ . Полученные закономерности хорошо иллюстрируются рис. 3 и 4. На этих рисунках для двух веществ: свинца ( $\beta=7,4$  Мэв,  $t_{\text{ед}}=0,57$  см) и ядерной фотоэмульсии ( $\beta=16,4$  Мэв,  $t_{\text{ед}}=2,98$  см) при различных значениях глубины  $t$  и радиуса круга, выраженного в микронах, представлена зависимость  $\lg(E_0)_{\text{оп}}$ . Из сравнения рис. 3 и 4 видно, что отношение  $(E_0)_{\text{точн}}/(E_0)_{\text{оп}}$  зависит от длины радиационной единицы и величины критической энергии вещества.

экспериментально измеряемо

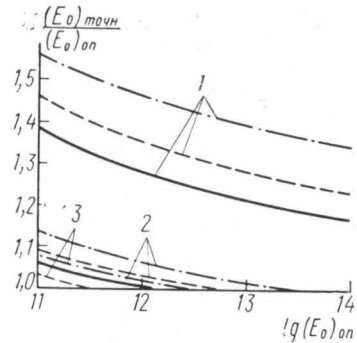


Рис. 4. Зависимость отношения энергий  $(E_0)_{\text{точн}}/(E_0)_{\text{оп}}$  от  $\lg(E_0)_{\text{оп}}$  для разных глубин и радиусов  $R$  в фотоэмульсии. Обозначения глубин те же, что и на рис. 2 (1 — при  $R=4800$ , 2 —  $R=480$  и 3 — при  $R=300$  мкм)

величины  $(E_0)_{\text{точн}}/(E_0)_{\text{оп}}$  от  $\lg(E_0)_{\text{оп}}$

Характер зависимостей  $(E_0)_{\text{точн}}/(E_0)_{\text{оп}}$  от различных параметров электронно-фотонного ливня оказывается таким же, как и в работах [5—7], где пренебрегают ионизационными потерями и рассматривают электроны с энергией выше  $E$ . Однако абсолютная величина погрешности при одинаковых значениях  $R$  и  $t$  меньше. Так, в интервале энергий  $(E_0)_{\text{оп}} 10^{11}—10^{13}$  эв и глубин  $8t—16t$  ошибка при измерении энергии  $(E_0)_{\text{оп}}$  в свинце не превышает 30%, а в эмульсии — 10% при использовании радиусов вплоть до  $R \approx 500$  мкм.

Если радиус  $R < 100$  мкм, то погрешность осевого приближения будет меньше 5% в широком интервале глубин и энергий  $E_0$ . Все эти закономерности следует учитывать при анализе экспериментальных данных, полученных методом осевого приближения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Апанасенко А. В., Барадзей Л. Т. и др. «Изв. АН СССР», сер. физич., **34**, № 9, 1970.
2. Pinkau K. Nuovo Cim., **33**, 221, 1964.
3. Pinkau K. Philos. Mag., **2**, 1389, 1957.
4. Holynski R., Jones W., Pinkau K. Canad. J. Phys., **46**, 273, 1968.
5. Гужавин В. В., Иваненко И. П. «Изв. АН СССР», сер. физич., **34**, № 9, 2003, 1970.
6. Гужавин В. В., Иваненко И. П., Потапова Л. Н., Роганова Т. М. «Ядерная физика», **14**, вып. 6, 1971.
7. Гужавин В. В., Иваненко И. П., Роганова Т. М. Труды конференции по космическим лучам в г. Тбилиси, октябрь 1971 (в печати).
8. Nishimura J., Kamata K. Suppl. Progr. Theor. Phys., **6**, 93, 1958.
9. Беленький С. З. Лавинные процессы в космических лучах. М., 1948.
10. Nishimura J., Kamata K. Suppl. Progr. Theor. Phys., **32**, 72, 1964.
11. Nishimura J. Theory of cascade showers Handbuch Phys B 46/2 Springer — Verlag, Berlin, 1967.
12. Holynski R., Jones W., Pinkau K. Phys. Rev., **176**, 1661, 1968.
13. Keuffel J. W. Proc. natl. acad. Sci. Artaud Lett., **45**, No. 1, 149, 1968.

Поступила в редакцию  
25.2 1971 г.

НИИЯФ