10. Miyake M., Others. Quart. J. R. Met. Soc., **96**, 1970.
11. Гоптарев Н. П. В тр. ГОИН, вып. 51, 1960.
12. Yin Wn. J. Fluid Mech., **34**, No. 1, 1968.

Поступила в редакцию
12.11 1971 г.

Кафедра
физики моря и вод суши

УДК 530.12 531.51

Р. Ф. ПОЛИЩУК

ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ И ИНВАРИАНТЫ КРИВИЗНЫ

Изучение гравитационных волн заключается, по-видимому, в четком определении и исследовании различных возможных типов этих волн. Действительно, гиперболический характер уравнений Эйнштейна позволяет считать любое гравитационное поле в известном смысле гравитационной волной (стационарное поле — нулевая волна), а тождество, содержащее даламбертиан тензора Римана, R-обобщенным волновым уравнением. В вакууме (бесследный тензор Риччи S и скалярная кривизна $\mathring{R}$ равны нулю) это тождество содержит только тензор конформной кривизны C.

Алгебраическая независимость тензоров C и S совместима с их дифференциальной зависимостью, следующей из свернутых тождеств Бьянки. Это означает, что риччиева кривизна (а с нею и тензор обычной материи T, т. е. обычная полная энергия и т. д.) может «высвечиваться» (например, для островной материальной системы с $T=0$ вне ее) через вакуум посредством конформной кривизны (гравитационный «ток смещения»). Естествен и обратный вклад гравитационной материи (вакуум или не вакуум со структурой конформной кривизны, тензор C) в имеющуюся обычную: при падении на равновесную систему (абсолютно холодный цилиндр Вебера) гравитационной волны кривизны равновесие нарушается, и изменяется тензор натяжений T. Допустима также возможность глобального вакуума, в котором единственным источником гравитационного поля является оно само.

Если при этом пространство замкнуто, то замыкающая его конформная кривизна не рассеивается на бесконечность выбранного пространственного сечения, а циркулирует постоянно (гравитационный геон).

Гравитационным аналогом уравнений Максвелла

$$\nabla_\beta F^{\alpha\beta} \equiv F^{\alpha\beta}_{,\beta} = -j^{\alpha}; \; {}^*F^{\alpha\beta}_{,\beta} = 0 \; (j^{\alpha}_{,\alpha} = 0)$$

$$\alpha, \; \beta = 0, \, 1, \, 2, \, 3$$

являются равенства

$$C^{\rho}_{\cdot\alpha\beta\gamma,\rho} = \frac{1}{2} T_{\alpha\beta\gamma}; \quad {}^*C^{\rho}_{\cdot\alpha\beta\gamma,\rho} = 0 \quad (T^{\rho}_{\alpha\beta,\,\rho} = 0) \tag{1}$$

$$T_{\alpha\beta\gamma} \equiv T_{\alpha[\beta,\gamma]} - \frac{1}{3} g_{\alpha\,[\beta} T_{,\,\gamma]}; \quad T = T^{\alpha}_{\alpha}$$

(звездочка означает оператор Ходжа, а скобка — альтернирование).

Отметим также равенства

$$S^{\beta}_{\alpha,\beta} = -\frac{1}{4} T_{,\alpha}; \quad \mathring{R} = -T. \tag{2}$$

Примем гипотезу, что гравитационное поле тождественно конформной кривизне C, электромагнитное — риччиевой кривизне S, вещество — скалярной кривизне $\mathring{R}$. Это предположение (скорее терминологического свойства) естественно: ведь относим же мы упругие силы электромагнитного происхождения к диагональным членам с ненулевой суммой в тензоре материи T (взятого в главных осях) при макроскопическом рассмотрении (при усреднении). Тогда правые части равенств (1) и (2) означают источники, левые — их геометрический эквивалент. Несохранение отдельно взятых компонентов единого физического субстрата же естественно, как и дефект масс. Сохранение их может иметь место при существовании изометрий, в общем случае исчезающих при переходе от клейновой геометрии СТО к римановой геометрии ОТО.

Скаляр типа плотности гравитационной энергии, выражающийся через параметр лоренцева поворота орторепера и стационарные кривизны конформного тензора, можно образовать с помощью тензора гравитационных напряжений [1]

$$P_{\alpha\beta\gamma\delta}=\frac{1}{2}\left(C^{\rho\cdot\sigma}_{\cdot\alpha\cdot(\beta}\,C_{\gamma)\rho\delta\sigma}+{}^{*}C^{\rho\cdot\sigma}_{\cdot\alpha\cdot(\beta}\,{}^{*}C_{\gamma)\rho\delta\sigma}\right),$$

совпадающего в вакууме с тензором суперэнергии Робинсона—Беля. Этот скаляр по определению зависит от движения наблюдателя (от красного смещения), т. е. является не функцией, а функционалом (или функцией на касательном расслоении).

Поскольку тензоры C и S определяют канонические системы отсчета [1, 2] 1-го и 2-го рода, т. е. единичные временные векторы U^{α} канонического орторепера, имеет смысл ввести в рассмотрение инварианты вида

$$U^{\alpha}_{,\alpha},\quad \square\, U^{\alpha}_{,\alpha},\quad U_{\alpha,\beta}\,U^{\alpha,\beta},\quad \mathring{R}_{,\alpha}\,U^{\alpha},$$

$$C_{\alpha\beta\gamma\delta,\rho}\,C^{\alpha\beta\gamma\delta}\,U^{\rho},\quad S^{\alpha\beta}\,U_{\alpha,\beta},\quad S^{\alpha\beta}\,\square\,U_{\alpha,\beta},\quad C^{\alpha\beta\gamma\delta}\,S_{\alpha\gamma}\,U_{\beta,\delta},$$

а также инварианты, образуемые с помощью единичных канонических (собственных) бивекторов.

С помощью двухточечной мировой функции Рузе—Синга Ω и тензора P можно образовать при этом скаляр типа нелокального инварианта Зельдовича для электромагнитного поля [3]

$$Q=\iint\frac{U_{\mu\nu}(x)\,U^{\mu\nu}(x')+V_{\mu\nu}(x)\,V^{\mu\nu}(x')}{\Omega(x,\,x')}\,(-g)\,d^{3}x\,d^{3}x',$$

$$(U+iV)_{\mu\nu}=(C+i^{*}C)_{\mu\alpha\nu\beta}\,U^{\alpha}\,U^{\beta}.$$

Интеграл берется по пространственному сечению. Свертка производится после параллельного переноса тензоров вдоль геодезической, соединяющей точки x, x' (перенесение в смысле индуцированной метрики [4, 5]). Аналогичную величину можно образовать для тензоров Робинсона—Беля и электромагнитного.

Гравитационные поля (и волны) инвариантно описываются с помощью групп автоморфизмов, алгебраических типов Петрова и скалярных инвариантов. Очевидно, все типы Петрова допускают гравитационную волну (иначе нет гравитационного взаимодействия через неоднородно искривленный вакуум), аппроксимируемую в различных масштабах различными типами (при этом алгебраически специальные типы неустойчивы относительно деформации метрики, что очевидно), а локально — типами O, N, III, интерпретируемыми как нулевая (тривиальная), поперечная и продольно-поперечная волна [1, 6]. Три типа (A, B, C) тензора Риччи [7] детализируют классификацию полей до 9 типов (от 1A до IIIC — без подтипов) [8, 1, 2]. Можно, очевидно, рассматривать также гравитационные волны инвариантов кривизны.

Определение. В подпространстве W ($\dim W\leqslant 4$) пространства-времени V^{4} имеет место ситуация гравитационной I-волны, если существует скалярный инвариант кривизны $I\neq\mathrm{const}$, удовлетворяющий в W уравнению $\square I=0$.

Инварианты произвольного порядка I образуются с помощью метрики и однозначно определяемых структурой кривизны распределений. О пользе привлечения инвариантов кривизны высшего порядка говорит частный (не волновой) пример. Уравнение

$$\sigma\overset{\mathrm{def}}{=}R_{\alpha\beta\gamma\delta,\rho}\;R^{\alpha\beta\gamma\delta,\,\rho}=0\qquad(R_{\alpha\beta\gamma\delta,\rho}\neq 0).$$

Инвариантно выделяет гиперповерхности типа сферы Шварцшильда, которые можно назвать пекулярными, что означает более слабую особенность, чем сингулярность [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Полищук Р. Ф. Некоторые применения системы отсчета в ОТО. Препринт ВНИИОФИ, № 70—5. М., 1970.
2. Полищук Р. Ф. ДАН СССР, **194**, 62, 1970.

3. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Теория тяготения и эволюция звезд, М., 1971, стр. 184.
4. Зельманов А. Л., ДАН СССР, **107**, 815, 1956.
5. Полищук Р. Ф. ЖЭТФ, **62**, 5, 1972.
6. Полищук Р. Ф. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 3, 352, 1970.
7. Петров А. З. Новые методы в ОТО. М., 1966.
8. Misra R. M. Proc. Nat. Inst. Sci. India, **35A**, 590, 1969.

Поступила в редакцию
21.2 1972 г.

ГАИШ

УДК 538.113

А. Л. КОТКИН, Р. М. УМАРХОДЖАЕВ

О РАБОТЕ СПИНОВЫХ СТАБИЛИЗАТОРОВ ПРИ НАЛИЧИИ ПРИМЕСИ СИГНАЛА ПОГЛОЩЕНИЯ В УПРАВЛЯЮЩЕМ НАПРЯЖЕНИИ

В ряде работ [1, 2, 3, 4] рассмотрены характеристики пассивных спиновых стабилизаторов (СС), управляющее напряжение в которых пропорционально сигналу дисперсии U. Рассмотрим, как изменяются характеристики стабилизатора, если управляющее напряжение ε пропорционально смеси сигналов дисперсии U и поглощению V:

$$\varepsilon = U\cos\varphi + V\sin\varphi, \tag{1}$$

где φ — или ошибка в выборе фазы, опорного напряжения для синхронного детектора, или дополнительный фазовый сдвиг в высокочастотном радиотракте, возникающий в процессе работы устройства.

При работе без применения модуляционной методики [4] уравнения, описывающие СС, имеют вид:

$$\dot V + \delta_2 U - U[\Delta\omega_0 - k(U\cos\varphi + V\sin\varphi)] = -\gamma H_1 M_z, \tag{2}$$

$$\dot U + \delta_2 U + V[\Delta\omega_0 - k(U\cos\varphi + V\sin\varphi)] = 0, \tag{3}$$

$$\dot M_z + \delta_1 M_z - \gamma H_1 V = \delta_1 M_0, \tag{4}$$

где δ_1 и δ_2 — обратные времена релаксации T_2 и T_1, $\Delta\omega_0 = \omega_0 - \omega_г$, ω_0 и $\omega_г$ — частоты Лармора и задающего в. ч. генератора, k — коэффициент усиления широкополосного радиотракта.

При частотнозависимом радиотракте анализ СС удобнее проводить методами теории автоматического регулирования [5]. Приведем необходимую для такого анализа передаточную функцию спин-системы

$$W(s) = \frac{\gamma H_1 M_0}{\delta^2\, 1 + \Omega^2 + \gamma^2 H_1^2} \times$$

$$\frac{\{\cos\varphi\,[(s+\delta)^2\delta - (s+\delta)\Omega^2 + \gamma^2 H_1^2\delta] + \Omega\,(s+\delta)(s+2\delta)\sin\varphi\}}{(s+\delta)^3 + (s+\delta)(\Omega^2 + \gamma^2 H_1^2)}, \tag{5}$$

где $\delta = \delta_1 = \delta_2$, s — оператор Лапласа, (Ω — ошибка СС-расстройка во внутренней системе координат).

Рассмотрим характеристики СС с частотнонезависимым радиотрактом в двух случаях:

1. $\varphi = \text{const} \ll 1$.

Если $\varphi = 0$ [3], то статическая характеристика стабилизатора симметрична относительно положения с $\Delta\omega_0 = 0$; система достигает апериодической границы устойчивости при ошибке СС, равной

$$\Omega_a = \sqrt{\delta^2 + \gamma^2 H_1^2}\quad (\gamma^2 H_1^2 < \delta)$$