Этой же формулой описывается статическая ошибка спиновых генераторов [6], если набег фазы в цепи обратной связи равен $\varphi$.

Аналогичные поправки имеют место и для СС, управляющее напряжение в которых пропорционально фазовому углу спин-системы [7].

Наличие ошибки $\Omega_\varphi$ приводит (при долговременной стабилизации резонансных условий ЯМР с большой точностью, при магнитометрических измерениях) к необходимости стабилизации фазовой характеристики радиотрактов и стабилизации (коррекции) фаз опорных напряжений для синхронных детекторов.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Sasaki J. Jap. J. Appl. Phys., **2**, No. 10, 641, 1963.
2. Сюгис А., Липпмаа Э. «Изв. АН ЭССР», **16**, № 1, 81, 1967.
3. Коткин А. Л., Умарходжаев Р. М. «Изв. вузов», радиофизика, **16**, № 12, 1805, 1971.
4. Baker E., Burd L. Rev. Sci. Instr., **28**, 313, 1957.
5. Основы автоматического регулирования, под ред. В. В. Солодовникова. М., 1954.
6. Simpson J. H. Astronautics and Aeronautics, **2**, No. 10, 42, 1964.
7. Умарходжаев Р. М., Коткин А. Л. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., **13**, № 5, 619, 1972.



Поступила в редакцию
20.3 1972 г.



НИИЯФ



УДК



**С. Ф. ШУШУРИН, Л. В. МАТЮШКИН, В. Е. МИЦУК**


# О ВЫЧИСЛЕНИИ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ПЛАЗМЫ ИЗ ДАННЫХ О СПЕКТРЕ РАССЕЯНИЯ МОНОХРОМАТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Впервые задача восстановления плотности распределения электронов плазмы по скоростям и направлениям была решена в [1] для нерелятивистского случая. Решению этой же задачи посвящена работа [2]. Обе работы основаны на использовании томсоновской теории рассеяния, дополненной учетом допплеровского сдвига при рассеянии волны на движущемся электроне. В обеих работах рассмотрение релятивистского случая оказалось связанным с трудностями.

Ниже поставлена и решена задача о вычислении плотности распределения электронов по скоростям в релятивистском случае на основе комптоновской теории рассеяния света [3]. Настоящий метод может рассматриваться как второй независимый спектроскопический метод определения плотности распределения электронов по скоростям отличный от метода, основанного на использованных данных об абсолютных интенсивностях спектральных линий излучения плазмы [4].

Пусть единичный фотон частоты $\omega$ рассеивается на единичном электроне, движущемся со скоростью $\vec{v}$. Направления фотона и электрона до взаимодействия составляют с осями координат углы $\{\alpha_i\}$ и $\{\beta_i\}$, $i=1, 2, 3$ $\left(\sum\limits_{i=1}^{3} \cos^2 \alpha_i = 1;\ \sum\limits_{i=1}^{3} \cos^2 \beta_i = 1\right)$. Величины, относящиеся к фотону и электрону после взаимодействия обозначаются штрихами. Кроме того, $\vec{\gamma}=\vec{v}/c$; $\varepsilon=\hbar\omega/m_0c^2$.

Решая три уравнения, выражающих сохранение суммарного количества движения фотона и электрона, а также четвертое уравнение, выражающее сохранение суммарной энергии, получим

$$\omega' = \frac{\omega\left(1-\gamma\sum\limits_{i=1}^{3}\cos\alpha_i\cos\beta_i\right)}{\varepsilon\sqrt{1-\gamma^2}\left(1-\sum\limits_{i=1}^{3}\cos\alpha_1\cos\alpha_1'\right)+1+\gamma\sum\limits_{i=1}^{3}\cos\alpha_1'\cos\beta_i}.$$

Ось абсцисс всегда можно выбрать по направлению распространения монохроматического света. Тогда

$$\omega' = \frac{\omega(1-\gamma\cos\beta_1)}{\varepsilon\sqrt{1-\gamma^2}\,(1-\cos\alpha_1')+1+\gamma\sum\limits_{i=1}^{3}\cos\alpha_i'\cos\beta_i}.$$

Известная формула Комптона получается из последней при $\gamma=0$. Углы $\alpha_i'$ определяют направление распространения рассеянного света. Их всегда можно зафиксировать, задавая направление наблюдения противоположное направлению распространения. Для простоты положим, что рассеянный свет распространяется по оси аппликат. Тогда

$$\omega' = \frac{\omega(1-\gamma\cos\beta_1)}{\varepsilon\sqrt{1-\gamma^2}+\gamma\cos\beta_3}$$

или, если перейти к сферическим координатам (при $\varphi$ и полярном расстоянии $\vartheta$).

$$\omega' = \frac{\omega(1-\gamma\cos\varphi\sin\vartheta)}{\varepsilon\sqrt{1-\gamma^2}+\gamma\cos\vartheta}.$$

Если $\varphi$ распределена равномерно на отрезке $[-\pi_1+\pi]$, а $\vartheta$ на отрезке $[0,\pi]$, то плотность распределения можно вычислить согласно теории вероятностей [5]. Пусть вычисленная плотность $f_{is}(\gamma,\omega)$, т. е. соответствует плотности изотропного распределения скоростей электронов. (Для любого заданного распределения скоростей электронов можно вычислить соответствующую плотность распределения частоты рассеянного света аналогичным образом.)

Пусть далее и величина $\gamma$ распределена статистически с плотностью распределения $\varphi(\gamma)$. Тогда существует некоторый оператор $\widehat{\Phi}$, который переводит плотность распределений $f_{is}(\gamma,\omega')$ и $\varphi(\gamma)$ в новую плотность распределения $f(\omega')$. Последняя есть не что иное, как спектр рассеянного света, функция $f(\omega')$ определяется путем спектроскопических измерений. Запишем символически связь различных плотностей в виде

$$\widehat{\Phi}\,[f_{is}(\omega',\gamma);\quad\varphi(\gamma)] = f(\omega').$$

Для того чтобы решить задачу о восстановлении распределения электронов по скоростям, необходимо построить обратный оператор, действие которого символически выглядит следующим образом:

$$\widehat{\Phi}^{-1}\,[f_{is}(\omega',\gamma);\;f(\omega')] = \varphi(\gamma).$$

Конкретизация настоящей идеи затруднительна в настоящее время из-за недостатка точных данных о спектрах рассеянного на электронах плазмы света, а также из-за недостаточной разработанности теории распределения значений функции многих случайных аргументов и построенич обратного оператора. Можно лишь утверждать, что при $\gamma\ll1$ и при $\varepsilon\ll1$ результаты теории, основанной на теории Комптона, должны дать результаты теории томсоновского рассеяния [6, 7].

Предлагаемая теория проще применима к восстановлению плотности распределения электронов по скоростям в пучках с заданным направлением движения. В этом случае плотность распределения является функцией только скорости электронов и частоты рассеиваемого света.

Если электроны движутся вдоль оси ординат, то

$$\omega'(\gamma) = \frac{\omega}{\varepsilon\sqrt{1-\gamma^2}+1},$$

и искомая плотность распределения электронов по скоростям находится как решение операторного уравнения

$$\varphi[\gamma(\omega')] = f_B(\omega')\sqrt{\omega'^2\varepsilon^2-(\omega-\omega')^2}\;/\omega\omega'^2\varepsilon^2(\omega-\omega').$$

Это уравнение можно довольно просто решить; для этого достаточно численного задания функции $f_B(\omega')$, которое получается спектроскопически в случае рассеяния света на пучке электронов.

Предложенная релятивистская теория может быть сформулирована и на основе квантовой механики [8] и на основе квантовой электродинамики [9].

## ЛИТЕРАТУРА


1. Brown T. S., Rose D. J. J. Appl. Phys., **37**, 2709, 1966.
2. Williamson J. H., Clarke M. E. J. Plasma Physics, **6**, 1, 1971.
3. Compton A. H. Bull. Nat. Res. Comm., **20**, 19, 1922; Phys. Rev., **21**, 715; **22**, 409, 1923.
4. Arbuzov A. S., Devyatov A. M., Shushurin S. P., Solovyov T. M. Proc. Xth Intern. Conference Phen. Ionized Gases. Oxford, 1971, p. 387.
5. Вентцель Е. С., Овчаров А. А. Теория вероятностей. М., 1969, стр. 232.
6. Evans D. E., Katzenstein J. Rep. Progr. Phys., **32**, 207, 1969.
7. Peacock N. J., Robinson D. C., Forrest M. J., Wilcock D. P., Sannikov V. V. Nature (London), **224**, 448, 1969.
8. Schrodinger E. Ann. d. Phys., **82**, 257, 1927.
9. Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. М., 1966, стр. 366—379.



Поступила в редакцию 20.5 1972 г.



Кафедра электроники



УДК 535.14



**А. Б. КУКАНОВ, А. В. КОНСТАНТИНОВИЧ**


# К ВОПРОСУ О ПОТЕРЯХ ЭНЕРГИИ НА ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЕЙ В ОДНООСНОМ ПРОЗРАЧНОМ КРИСТАЛЛЕ

Как известно, потери на излучение при движении частицы по винтовой линии в прозрачном одноосном кристалле, оптическая ось которого совпадает с осью $z$ ($Oz$ параллельна напряженности магнитного поля $\vec{H}$), могут быть записаны в виде [1]:

$$W = W_\varepsilon + W_\mu, \tag{1}$$

$$W_\varepsilon = \frac{e^2}{c^3} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^\infty d\omega \int_{-\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}}^{\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}} ds_\varepsilon\, \mu_1(\omega)\, \omega^2 \times$$

$$\times \frac{(\varepsilon_1\mu_1 v_\parallel - cs_\varepsilon)^2}{\varepsilon_1\mu_1(\varepsilon_1\mu_1 - s_\varepsilon^2)} J_m^2(y_{\omega\varepsilon})\, \delta(\beta_\parallel \omega s_\varepsilon + \tilde{\omega} m - \omega), \tag{2}$$

$$W_\mu = \frac{e^2}{c^3} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^\infty d\omega \int_{-\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}}^{\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}} ds_\mu\, \mu_3(\omega)\, \omega^2 v_\perp^2 J'^2_m(y_{\omega\mu})\, \delta(\beta_\parallel \omega s_\mu + \tilde{\omega} m - \omega). \tag{3}$$

Здесь

$$y_{\omega\gamma} = \frac{\omega n_\gamma}{c} R \sin\Theta,\ s_\gamma = n_\gamma \cos\Theta, (\gamma = \varepsilon,\ \mu),\ \tilde{\omega} = \frac{v_\perp}{R}, \tag{4}$$

$$n_\varepsilon^2 = n_\varepsilon^2(\omega, \Theta) = \frac{\varepsilon_1\mu_1\varepsilon_3}{\varepsilon_1 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)\cos^2\Theta};\quad n_\mu^2 = n_\mu^2(\omega, \Theta) = \frac{\mu_1\mu_3\varepsilon_1}{\mu_1 + (\mu_3 - \mu_1)\cos^2\Theta}, \tag{5}$$

$\varepsilon_q = \varepsilon_q(\omega) > 0$, $\mu_q = \mu_q(\omega) > 0$ — соответственно электрическая и магнитная проницаемости вдоль ($q=3$), перпендикулярно ($q=1$) оптической оси кристалла.