Это уравнение можно довольно просто решить; для этого достаточно численного задания функции $f_B(\omega')$, которое получается спектроскопически в случае рассеяния света на пучке электронов.

Предложенная релятивистская теория может быть сформулирована и на основе квантовой механики [8] и на основе квантовой электродинамики [9].

ЛИТЕРАТУРА

1. Brown T. S., Rose D. J. J. Appl. Phys., **37**, 2709, 1966.
2. Williamson J. H., Clarke M. E. J. Plasma Physics, **6**, 1, 1971.
3. Compton A. H. Bull. Nat. Res. Comm., **20**, 19, 1922; Phys. Rev., **21**, 715; **22**, 409, 1923.
4. Arbuzov A. S., Dev·yatov A. M., Shushurin S. P., Solovyov T. M. Proc. Xth Intern. Conference Phen. Ionized Gases. Oxford, 1971, p. 387.
5. Вентцель Е. С., Овчаров А. А. Теория вероятностей. М., 1969, стр. 232.
6. Evans D. E., Katzenstein J. Rep. Progr. Phys., **32**, 207, 1969.
7. Peacock N. J., Robinson D. C., Forrest M. J., Wilcock D. P., Sannikov V. V. Nature (London), **224**, 448, 1969.
8. Schrodinger E. Ann. d. Phys., **82**, 257, 1927.
9. Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. М., 1966, стр. 366—379.

Поступила в редакцию 20.5 1972 г.

Кафедра электроники

УДК 535.14

А. Б. КУКАНОВ, А. В. КОНСТАНТИНОВИЧ

К ВОПРОСУ О ПОТЕРЯХ ЭНЕРГИИ НА ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЕЙ В ОДНООСНОМ ПРОЗРАЧНОМ КРИСТАЛЛЕ

Как известно, потери на излучение при движении частицы по винтовой линии в прозрачном одноосном кристалле, оптическая ось которого совпадает с осью z (Oz параллельна напряженности магнитного поля $\vec{H}$), могут быть записаны в виде [1]:

$$W = W_\varepsilon + W_\mu, \tag{1}$$

$$W_\varepsilon = \frac{e^2}{c^3} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} d\omega \int_{-\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}}^{\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}} d s_\varepsilon \, \mu_1(\omega)\, \omega^2 \times$$
$$\times \frac{(\varepsilon_1\mu_1 v_\parallel - c s_\varepsilon)^2}{\varepsilon_1\mu_1(\varepsilon_1\mu_1 - s_\varepsilon^2)} J_m^2(y_{\omega\varepsilon})\, \delta(\beta_\parallel \omega s_\varepsilon + \tilde{\omega} m - \omega), \tag{2}$$

$$W_\mu = \frac{e^2}{c^3} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} d\omega \int_{-\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}}^{\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}} d s_\mu \, \mu_3(\omega)\, \omega^2 v_\perp^2 J'^2_m(y_{\omega\mu})\, \delta(\beta_\parallel \omega s_\mu + \tilde{\omega} m - \omega). \tag{3}$$

Здесь

$$y_{\omega\gamma} = \frac{\omega n_\gamma}{c} R \sin\Theta, \quad s_\gamma = n_\gamma \cos\Theta, (\gamma = \varepsilon,\ \mu), \quad \tilde{\omega} = \frac{v_\perp}{R}, \tag{4}$$

$$n_\varepsilon^2 = n_\varepsilon^2(\omega, \Theta) = \frac{\varepsilon_1\mu_1\varepsilon_3}{\varepsilon_1 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)\cos^2\Theta}; \quad n_\mu^2 = n_\mu^2(\omega, \Theta) = \frac{\mu_1\mu_3\varepsilon_1}{\mu_1 + (\mu_3 - \mu_1)\cos^2\Theta}, \tag{5}$$

$\varepsilon_q = \varepsilon_q(\omega) > 0$, $\mu_q = \mu_q(\omega) > 0$ — соответственно электрическая и магнитная проницаемости вдоль ($q=3$), перпендикулярно ($q=1$) оптической оси кристалла.

В настоящей заметке мы хотим показать, как из приведенных формул можно получить формулы для интенсивности излучения Вавилова—Черенкова заряженной частицей, движущейся под произвольным углом к оптической оси кристалла. Такой предельный переход является далеко не тривиальным и интересен тем, что не требует привлечения рядов Каптейна.

Используя интегральное представление для δ-функции, ряд по функциям Бесселя целого индекса

$$J_0(z\sin\alpha) = J_0^2\left(\frac{z}{2}\right) + 2\sum_{k=1}^{\infty} J_k^2\left(\frac{z}{2}\right)\cos 2k\alpha, \tag{6}$$

запишем формулу (2) следующим образом:

$$W_\varepsilon = \frac{e^2}{2\pi c^3}\int_0^\infty d\omega \int_{-\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}}^{\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}} ds_\varepsilon \int_{-\infty}^{\infty} dx\omega^2\mu_1(\omega)\frac{(\varepsilon_1\mu_1 v_\parallel - cs_\varepsilon)^2}{\varepsilon_1\mu_1(\varepsilon_1\mu_1 - s_\varepsilon^2)} \times$$

$$\times \exp\{ix(\beta_\parallel \omega s_\varepsilon - \omega)\} J_0\left(2y_{\omega\varepsilon}\sin\frac{\widetilde{\omega}x}{2}\right). \tag{7}$$

Если устремить $R\to\infty$, то $\lim\limits_{R\to\infty} R\sin\dfrac{v_\perp x}{2R} = \dfrac{v_\perp x}{2}$, а

$$W_\varepsilon = \frac{e^2}{2\pi c^3}\int_0^\infty d\omega \int_{-\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}}^{\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}} ds_\varepsilon \int_{-\infty}^{\infty} dx\,\omega^2\mu_1(\omega)\frac{(\varepsilon_1\mu_1 v_\parallel - cs_\varepsilon)^2}{\varepsilon_1\mu_1(\varepsilon_1\mu_1 - s_\varepsilon^2)} \times$$

$$\times \exp\{ix(\beta_\parallel \omega s_\varepsilon - \omega)\} J_0\left(\frac{n_\varepsilon\omega}{c} v_\perp x\sin\Theta\right). \tag{8}$$

Проинтегрируем формулу (8) по x, используя результат [4]

$$W_\varepsilon = \frac{e^2}{\pi c^3}\int_0^\infty d\omega \int_{-\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}}^{\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}} ds_\varepsilon\,\mu_1(\omega)\,\omega\frac{(\varepsilon_1\mu_1 v_\parallel - cs_\varepsilon)^2}{\varepsilon_1\mu_1(\varepsilon_1\mu_1 - s_\varepsilon^2)} \times$$

$$\times \frac{1}{\left[\dfrac{n_\varepsilon^2 v_\perp^2}{c^2}\sin^2\Theta - (\beta_\parallel s_\varepsilon - 1)^2\right]^{1/2}}. \tag{9}$$

Выражение под знаком радикала, записанное в функции от s_ε, имеет вид $\alpha s_\varepsilon^2 + \beta s_\varepsilon + \gamma$, где $\alpha < 0$. Условие положительности квадратного трехчлена сводится к требованию

$$(\varepsilon_1 v_\parallel^2 + \varepsilon_3 v_\perp^2)\mu_1 > c^2, \tag{10}$$

а требование действительности интеграла по s_ε ограничивает область интегрирования корнями указанного трехчлена. После интегрирования по s получаем результаты [2, 3]

$$W_\varepsilon = e^2 v^{-1} c^{-1}\int \mu_1\beta_0(1 - \beta^{-1}\beta_\varepsilon)\,\omega\,d\omega, \tag{11}$$

если

$$v_\parallel\sqrt{\varepsilon_1\mu_1} - c < 0, \tag{12}$$

$$W_\varepsilon = e^2 c^{-2}\int \mu_1(v_\parallel - \beta^{-2}\beta_0\beta_\varepsilon)\,\omega\,d\omega, \tag{13}$$

если

$$v_\parallel\sqrt{\varepsilon_1\mu_1} - c > 0, \tag{14}$$

где

$$\beta_0 = (\varepsilon_1\mu_1)^{-\frac{1}{2}}, \quad \beta_\varepsilon = \mu_1^{-\frac{1}{2}} (\varepsilon_1 \mathring{v}_{\parallel}^2 + \varepsilon_3 \mathring{v}_{\perp}^2)^{-\frac{1}{2}}, \quad \mathring{v}_{\perp} = \frac{v_{\perp}}{v}, \quad \mathring{v}_{\parallel} = \frac{v_{\parallel}}{v}.$$

Формула (3) может быть преобразована:

$$W_\mu = \frac{e^2}{2\pi c^3} \int_0^\infty d\omega \int_{-\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}}^{\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}} ds_\mu \int_{-\infty}^{\infty} dx\, \mu_3(\omega)\, \omega^2 v_\perp^2 \left\{\cos\widetilde{\omega} x - \frac{(\beta_{\parallel} \omega s_\mu - \omega)^2}{\widetilde{\omega}^2 y_{\omega\mu}^2}\right\} \times$$

$$\times J_0\left(2y_{\omega\mu} \sin\frac{\widetilde{\omega} x}{2}\right). \qquad (15)$$

Устремляя $\widetilde{R} \to \infty$ и проводя необходимые интеграции, получим

$$W_\mu = e^2 v^{-1} c^{-1} \int \mu_1 \beta_0 (\beta\, \beta_\mu^{-1} - 1)\, \omega\, d\omega \qquad (16)$$

при условии (12) и

$$W_\mu = e^2 c^{-2} \int \mu_1 (\beta_0 \beta_\mu^{-1} - \mathring{v}_{\parallel})\, \omega\, d\omega \qquad (17)$$

при условии (14).

Здесь $\beta_\mu = \varepsilon_1^{-\frac{1}{2}} (\mu_1 \mathring{v}_{\parallel}^2 + \mu_3 \mathring{v}_{\perp}^2)^{-\frac{1}{2}}$, причем $(\mu_1 v_{\parallel}^2 + \mu_3 v_{\perp}^2)\, \varepsilon_1 > c^2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Куканов А. Б. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., **11**, № 5, 606, 1971.
2. Muzikar C., Pafomov V. E. Czechosl. Journ. Phys., **B11**, 709, 1961.
3. Куканов А. Б. «Оптика и спектроскопия», **14**, вып. 1, 121, 1963.
4. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., 1971.

Поступила в редакцию
24.5 1972 г.

Кафедра
теоретической физики

УДК 539.11

Л. С. КУЗЬМЕНКОВ

О СВЯЗИ ОБЪЕМНЫХ И ПОВЕРХНОСТНЫХ СВОЙСТВ СИСТЕМЫ ЧАСТИЦ В ОКРЕСТНОСТИ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ ТОЧКИ КРИВОГО ПРОСТРАНСТВА

Аппарат гидродинамики, претендующий на возможность описания системы многих частиц, связан с ограничением концентрацией «жидкой точки» не нарушающей своей индивидуальности в процессе движения. В данной частице объемные свойства обязаны выражаться через поверхностные, лишь в этом случае можно говорить о зацепляющейся цепочке законов сохранения моментов относительно функции распределения [1]. В изучении указанной сложной проблемы можно выделить три основных вопроса: условия «запутывания» материальных частиц между собой, обеспечивающих правомерность понятия «жидкой точки», выяснение влияния новых факторов на возможность сведения объемных свойств к поверхностным ковариантным óбразам и выяснение возможности обрыва цепочки для получения замкнутого аппарата. Данная заметка посвящается второму вопросу.

Как следует из [2], процедура усреднения с помощью инвариантной функции распределения $f(x, u)$ нарушает физический смысл величин при переходе к